

厚壁梁由于表面冷却引起的自约束应力分析

王嘉航

苏州科技学院土木工程系, 江苏苏州 215011

[摘要] 假定厚壁梁的降温曲线为某种指数函数, 推导出其自约束应力的计算公式, 通过工程实例进行验算, 表明本文的假定也比较符合实际情况。

[关键词] 自约束应力; 指数函数; 裂缝

[中图分类号] O346.1

[文献标识码] A

[文章编号] 1000-7857(2007)07-0036-03

Constraint Stress in Thick Beam due to Surface Cooling

WANG Jiahang

Department of Civil Engineering, University of Science and Technology of Suzhou, Suzhou 215011, Jiangsu Province, China

Abstract: In the analysis, it is assumed that the distribution of temperature in the thick beam is expressed by an exponential function. The expressions of constraint stress are obtained for practical engineering cases. It is shown that the results are reasonable.

Key Words: constraint stress; exponent function; cracks

CLC Number: O346.1

Document Code: A

Article ID: 1000-7857(2007)07-0036-03

根据实际调查, 结构物的裂缝中, 非贯穿的表面裂缝占 60%~70%, 其开裂原因主要是变形引起的自约束应力。当梁及墙类结构的壁厚大于或等于 500 mm 时, 有可能由于水化热的不均匀降温和不均匀收缩引起显著的自约束应力, 导致表面开裂。

关于厚壁梁和墙的不均匀冷却及收缩分布的精确计算十分复杂, 其最终计算结果为某种分布函数, 如误差函数、指数函数、抛物线等。为了简化计算, 在已知内外最大温差及收缩差的条件下, 本文假定其分布曲线为指数函数, 推导出其自约束应力的表达式。对于抛物线分布的情况, 参考文献[1]中已有详细的推导过程。

1 简支梁对称冷却时的自约束应力推导

图 1 所示厚壁梁由某一初始温度降温, 中心温度较高, 两侧温度由于冷却偏低, 内外温差为 T_0 , 假设冷却状态的温度分布为指数函数。即降温曲线(图 2)为

$$T(y) = \begin{cases} T_0 \cdot \frac{h-y}{h} e^{-y} & 0 \leq y \leq h \\ T_0 \cdot \frac{h+y}{h} e^{-y} & -h \leq y < 0 \end{cases} \quad (1)$$

在边界上 $T(y)|_{y=\pm h}=0$

在梁中心处 $T(y)|_{y=0}=T_0$

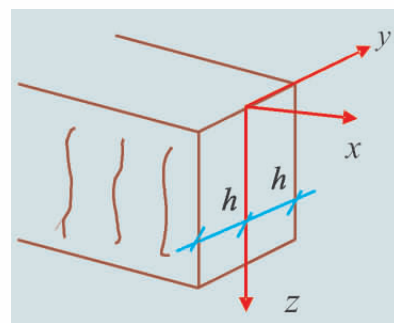


图 1 厚壁梁

Fig. 1 Thick beam

该状态相当于梁初始温度为 T_0 , 其后边界降温 T_0 , 中心温度保持不变的冷却状态。

应用等效荷载法^[1-2]计算由于降温而引起的应力。等效荷载法的基本思想为: 首先在梁端沿 x 方向施加全约束作用, 计算全约束应力; 其次计算释放梁端约束引起的应力, 将两种应力叠加即可得到 x 方向的应力值。

收稿日期: 2006-12-26

作者简介: 王嘉航, 女, 江苏省苏州市滨河路 1701 号苏州科技学院土木工程系, 讲师, 主要从事基础力学的教学和科研工作;

E-mail: hhwjh77@sohu.com

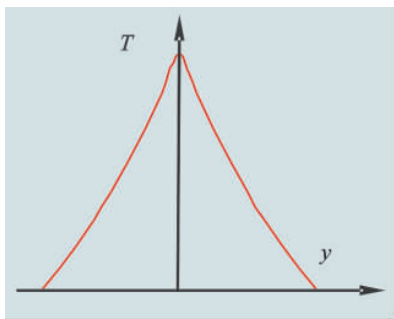


图 2 降温曲线

Fig. 2 Temperature curve

全约束应力为

$$\sigma_x(y) = -E\alpha T(y) = \begin{cases} -E\alpha T_0 \cdot \frac{h-y}{h} e^{-\gamma} & 0 \leq y \leq h \\ -E\alpha T_0 \cdot \frac{h+y}{h} e^{-\gamma} & -h \leq y < 0 \end{cases} \quad (2)$$

由于冷却是对称的,故释放约束作用,不产生弯矩,即 $M=0$,只须在梁端施加等效荷载轴力 N ,温度沿梁高 (z 方向) 不变,计算中取单位长度 $z=1$,横截面面积 $A=1 \times 2h=2h$ 。

梁的轴力 N 为

$$N = \int_{-h}^h E\alpha T(y) dy \quad (3)$$

由于轴力 N 引起的平均应力为

$$\begin{aligned} \sigma_x'' = \frac{N}{A} &= \frac{1}{2h} \left[\int_{-h}^0 E\alpha T_0 \cdot \frac{h+y}{h} e^{-\gamma} dy + \int_0^h E\alpha T_0 \cdot \frac{h-y}{h} e^{-\gamma} dy \right] \\ &= \frac{1}{2h} \left[2E\alpha T_0(1-e^{-h}) + \int_{-h}^0 \frac{E\alpha T_0}{h} ye^{\gamma} dy + \int_0^h \frac{E\alpha T_0}{h} ye^{-\gamma} dy \right] \end{aligned} \quad (4)$$

应用分布积分法可得

$$\begin{aligned} \int_{-h}^0 \frac{E\alpha T_0}{h} ye^{\gamma} dy &= -\frac{E\alpha T_0}{h} (1-e^{-h}-he^{-h}) \\ \int_0^h \frac{E\alpha T_0}{h} ye^{-\gamma} dy &= -\frac{E\alpha T_0}{h} (1-e^{-h}-he^{-h}) \end{aligned}$$

代入式(4),得应力

$$\sigma_x'' = \frac{E\alpha T_0}{h} (1-e^{-h}) \quad (5)$$

应力叠加,即为水平方向的自约束应力

$$\sigma_x = \sigma_x' + \sigma_x'' \quad (6)$$

考虑梁的实际应力状态为平面应力问题,结果应除以 $(1-\mu)$,再考虑徐变引起的应力松弛,乘以松弛系数 $H(t, \tau)$,可得到最终的自约束徐变应力

$$\sigma_x(y) = \begin{cases} \frac{H(t, \tau)E\alpha T_0}{1-\mu} \left(-\frac{h-y}{h} e^{-\gamma} + \frac{1-e^{-h}}{h} \right) & 0 \leq y \leq h \\ \frac{H(t, \tau)E\alpha T_0}{1-\mu} \left(-\frac{h+y}{h} e^{-\gamma} + \frac{1-e^{-h}}{h} \right) & -h \leq y < 0 \end{cases} \quad (7)$$

当 $\sigma_x(y)$ 超过混凝土的抗拉强度时便引起垂直裂缝。在垂直方向还有同样的 σ_z 作用,也是由于内外温差引起的,这可能引起水平裂缝,但由于垂直方向一般配

筋较多,无外约束,且梁的边缘处于散热状态,所以工程中很少见到水平裂缝。

2 工程裂缝验算

某地区高层建筑 30 层,其下部几层均为大厅,梁的截面为 $2 \text{ m} \times 0.8 \text{ m}$,跨度为 $5 \sim 8 \text{ m}$ 。混凝土为 C35~C45,采用水泥标号为 525~625,水泥用量达 $400 \sim 450 \text{ kg/m}^3$,厚壁大梁的施工采用泵送混凝土,水灰比约为 0.7。用胶合木模板,保温效果很好,但由于是低温季节,浇筑混凝土后 10 d 左右拆模板,降温很快,在浇筑后 1 个月左右,梁上出现多条 $0.2 \sim 0.5 \text{ mm}$ 的垂直裂缝^[1]。

根据同类工程大梁的水化热升温实测值为 35°C 左右,预计内外最大温差约为 40°C ;大梁的截面较大,只考虑非均匀降温和收缩,假定大梁从表面到中心的降温 and 收缩变化都按相似的指数函数分布。

1) 梁表面的相对收缩变形 ($t=30 \text{ d}$)

$$\varepsilon(t) = 3.24 \times 10^{-4} \times (1 - e^{-0.01t}) \times 1.62 = 1.36 \times 10^{-4}$$

2) 收缩当量温差

$$T_1 = \frac{\varepsilon}{\alpha} = \frac{1.36 \times 10^{-4}}{10 \times 10^{-6}} = 13.6^\circ\text{C}$$

所以梁表面总温差为 $T_0 = 40 + 13.6 = 53.6^\circ\text{C}$

3) 计算参数的选取

应力松弛系数 $H(t, \tau)$ 根据参考文献[1]取为 0.6,弹性模量 $E = 3.3 \times 10^4 \text{ MPa}$,泊松比 $\mu = 0.15$ 。

4) 计算自约束徐变应力值

大梁中心位置的应力

$$\begin{aligned} \sigma_x(y=0) &= \frac{H(t, \tau)E\alpha T_0}{1-\mu} \left(-1 + \frac{1-e^{-h}}{h} \right) \\ &= \frac{0.6 \times 3.3 \times 10^4 \times 10 \times 10^{-6} \times 53.6}{1-0.15} \left(-1 + \frac{1-e^{-0.4}}{0.4} \right) \\ &= -2.2 \text{ MPa} \quad (\text{压应力}) \end{aligned}$$

梁表面的应力

$$\begin{aligned} \sigma_x(y=\pm h) &= \frac{H(t, \tau)E\alpha T_0}{1-\mu} \left(\frac{1-e^{-h}}{h} \right) \\ &= 12.486 \times \left(\frac{1-e^{-0.4}}{0.4} \right) \\ &= 10.29 \text{ MPa} \quad (\text{拉应力}) \end{aligned}$$

对于 C35~C45 混凝土,其抗拉强度 $R = 2.55 \sim 2.85 \text{ MPa}$,考虑偏心非均匀受拉,取 $\gamma = 1.7$,梁表面 $\sigma_x(y=\pm h) = 10.29 \text{ MPa} > \gamma R = 1.7 \times 2.85 = 4.854 \text{ MPa}$,所以混凝土开裂,产生垂直裂缝,与实际问题结果一致。

与参考文献[1]中降温曲线为抛物线时的计算结果相比较,选用指数函数进行自约束应力的计算分析,结果更趋于安全。

3 裂缝的处理措施

由于自约束应力为平衡力系,所以该垂直裂缝对结构的承载力并没有影响,但需要表面封闭。为了避免结

功能梯度材料拓扑优化研究

陆丹, 刘毅

南京航空航天大学航空宇航学院, 南京 210016

[摘要] 改进了传统的双向渐进拓扑优化(BESO)方法, 引入了新的增删单元准则, 结合梯度单元法成功地对功能梯度材料进行了拓扑优化, 对今后进一步的发展作了展望。

[关键词] 双向渐进优化; 拓扑优化; 梯度单元法; 功能梯度材料

[中图分类号] V221, TU318

[文献标识码] A

[文章编号] 1000-7857(2007)07-0038-03

Topology Optimization for Functionally Graded Materials

LU Dan, LIU Yi

College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China

Abstract: By using a new criteria of evolution, the traditional Bi-directional Evolutionary Structural Optimization (BESO) method is successfully applied to the topology optimization for FGM. Graded finite elements method are used in FEA in the process of optimization.

Key Words: BESO; topology optimization; graded finite elements; FGM

CLC Numbers: V221, TU318

Document Code: A

Article ID: 1000-7857(2007)07-0038-03

0 引言

功能梯度材料(Functionally Graded Materials, FGM)是以计算机辅助材料设计为基础, 采用先进的材料复合技术, 使材料的组成和结构在指定的方向上呈梯度变化, 从而使材料的性能也呈梯度变化的一种新型材

料^[1]。目前, 商用有限元软件的一个缺陷是不能够适当处理对单元内材料属性的剧烈变化。梯度有限单元法在单元内对材料的弹性模量等进行插值表示, 能够适应这种单元内属性的剧烈变化, 获得很好的计算结果^[2]。

收稿日期: 2007-01-08

作者简介: 陆丹, 男, 南京航空航天大学航空宇航学院, 硕士研究生, 研究方向为飞机结构设计; Email: danny_loo@163.com

刘毅(通讯作者), 男, 南京航空航天大学航空宇航学院, 副教授, 研究方向为计算机辅助飞机设计及复合材料;

E-mail: liuyi.chine@126.com

构开裂出现非贯穿性裂缝, 一般可采取如下措施: ① 分层浇筑混凝土, 其后保温保湿, 延长养护时间; ② 缓慢均匀降温; ③ 加强水平构造配筋; ④ 合理选定材料及配比, 提高其极限拉伸能力等。

4 结论

从上面的分析可以看出, 在已知内外最大温差及收缩差的条件下, 可以假定厚壁梁的降温分布曲线为指数函数, 推导其自约束应力的表达式, 并进行实际工程分析计算。其计算结果与参考文献[1]中降温曲线为抛物线情况的结论一致。

参考文献(References)

- [1] 王铁梦. 工程结构裂缝控制[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.
WANG Tiemeng. Control of cracking in engineering structure [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1997.
- [2] 袁勇. 混凝土结构早期裂缝控制 [M]. 北京: 科学出版社, 2004.
YUAN Yong. Control of early crack in concrete structure [M]. Beijing: Science Press, 2004.

(责任编辑 齐志红)