

企业群落生态化演进动力机制的比较

Comparison of Impetus Mechanisms on Enterprise Cluster's Ecological Evolution

李 昆/LI Kun^{1,2}, 魏晓平/WEI Xiao-ping¹

1. 中国矿业大学管理学院, 江苏徐州 221008

2. 徐州建筑职业技术学院, 江苏徐州 221008

1. Management College, China University of Mining Technology, Xuzhou 221008, Jiangsu Province China

2. Xuzhou Architecture Vocational Technology Institute, Xuzhou 221008, Jiangsu Province, China

[摘要] 采用系统线性和非线性演化两种观点对企业群落生态化演进机制进行了比较研究。研究发现,作为复杂的经济社会系统,企业群落生态化进程实质属于系统非线性演化,相比系统线性演化的唯一收敛平衡态——“所有企业最终都将演变为生态型”而言,系统非线性演化所产生的“分岔”效应具有现实意义,即混合状态(生态型与非生态型以一定比例混合存在)是系统演化所产生的稳定平衡点,而系统单向收敛至一种平衡态(全部企业为生态型或非生态型)则不稳定,且脱离生态工业实践。研究结果对于系统、科学地制定工业生态化政策具有重要的意义。

[关键词] 企业群落生态化;系统线性演化;系统非线性演化;分岔效应

[中图分类号] F403

[文献标识码] A

[文章编号] 1000-7857(2006)10-0060-04

Abstract: The mechanism of industrial system's ecological evolution is compared and analyzed in terms of system linear and nonlinear evolutionary theories. Industrial system's ecological progress should be essentially attributed to system nonlinear evolution. Opposite to the only convergence that all enterprises would ultimately evolve into ecological type resulted from system linear evolution, the 'Divergence Effect' of system nonlinear evolution has more realistic sense, which means the mixture state that ecological and non-ecological species exist together is a steady balance. Another research opinion is that the only convergence balance that all enterprise would evolve into ecological or non-ecological type is unsteady and not in accord with practice of ecological industry. These conclusions would help government draw up the relevant policies scientifically and systematically towards ecological industry.

Key Words: enterprise cluster's ecological evolution; system linear evolution; system non-linear evolution; divergence effect

CLC Number: F403

Document Code: A

Article ID: 1000-7857(2006)10-0060-04

1 研究背景

Robert.Frosh 和 Nicolas.Gallopoloulos(1989)提出了企业群落需要模拟自然生态体系的物质、能量循环,从而对传统工业的代谢模式进行变革^[1]。此外,以 Ernest Lowe(2003)为代表的生态工业学者又分别从生态工业园的设计规划、生态工业园的融资、生态工业发展的政策、企业间副产品的交换机制等方面对企业群落的生态化变革进行了建设性研究^[2]。但总体来说,这些研究和在此基础上产业政策却源于“主观设计”的心智模式,企业群落生态化被理解成为一种线性过程,即系统的内部关系是简单的,系统的演化是单向的。在此逻辑下,政府的政策措施和法律制度在生态工业园区的建设中起着关键的作用,园区的招商政策规定入住的企业必须具备清洁生产特征、与其他企业能够建立生态链接(“构链”或是“补链”),企业群落内有着严格环境执法、必要的经济激励政策(支持生态工业的财政拨款、优惠金融信贷和税收政策)。政府希望通过“设计出的机制”在特定的区域内建造或改造出一个生态化企业群落,以便潜在生态伙伴交换彼此的废物和副产

品,共享基础设施和高效清洁的生产技术。在这种系统环境中,能量和水资源以梯级利用方式在系统内循环,环境污染得到有效的控制^[3]。

企业群落线性生态演化的重要特征是演化的单向性,在政府制定的旨在构筑生态企业群落的激励和约束机制下,系统演进取决于系统内组织的正反馈功能,即在激励与约束机制的作用下,系统偏离初始状态的倾向不断增强。企业群落生态化的具体表现就是:只要存在着激励性政策和约束性法规,企业就会由传统的“资源-产品-污染排放”型生产模式单方向地向“资源-产品-再生资源”型模式转变,最终,生态工业园内所有的企业必然是那些能够与其他企业建立生态链接的企业。根据这种线性演进逻辑,企业群落生态化演化必然类似一个数学收敛的过程,经过若干个观测周期 n 后,群落中生态型企业的比例 $S(t)$ 最终趋向 100%,如图 1。

为了说明这种线性化的系统收敛过程,可以借用马尔科夫链转移矩阵模型来进行解释。

投稿日期: 2006-04-27

作者简介: 李 昆,男,中国矿业大学管理学院,博士生,讲师,主要从事工业系统生态化研究;E-mail: lkandlkx@163.com

魏晓平(通讯作者),女,中国矿业大学管理学院,教授,研究方向为资源环境管理;E-mail: weixp@163.com

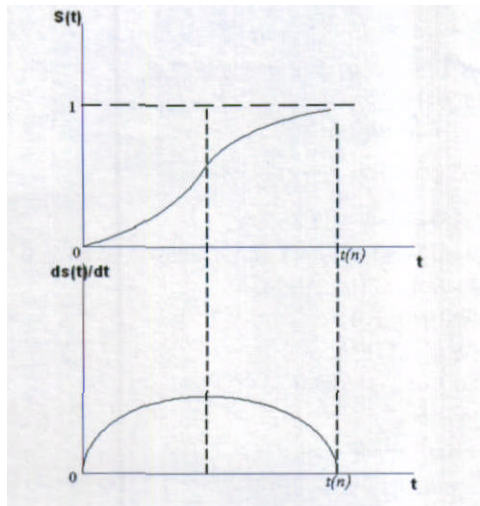


图1 企业群落线性生态演化示意

Fig. 1 Demonstration of enterprise cluster's linear ecological evolution

2 线性演进观下的企业群落生态化

2.1 模拟研究假设

马尔科夫链转移矩阵模型用于分析企业群落线性生态演进, 首先做如下假设。

- 1) 经济群落中生态化演进只限于系统内部的企业。
- 2) 政府旨在倡导的企业群落生态化的措施和政策在 n 次观测周期内保持稳定。
- 3) 经济群落中的企业生态化转型概率在 n 次观测周期内是一个平均值。
- 4) 企业的决策者具备有限理性特征, 其政策或市场信息来源不完全, 因此企业的生态化转型是一个渐进的过程。

2.2 企业群落线性生态化演进研究

S^0 、 S^n 分别代表系统初始时刻和第 n 时刻的状态; $(S_1(0), S_2(0))^T$ 、 $(S_1(n), S_2(n))^T$ 分别代表在初始时刻和第 n 时刻系统中生态型企业、非生态型企业比例的状况, 其中 $S^0 = (S_1(0), S_2(0))^T$, $S^n = (S_1(n), S_2(n))^T$ 。P 代表马尔科夫链的转移矩阵, 矩阵中说明了在特定的政府约束和激励机制下, 非生态型传统企业向生态型企业转移的平均概率为 β 继续维持非生态型企业的平均概率为 $1-\beta$ 生态型企业不会向非生态型企业转移, 因此转移平均概率为 0。非生态型企业一旦转变为生态型企业, 就不会再回复为原来的非生态型企业, 故马尔科夫链转移矩阵中存在一个的吸收态, 赋值为 1。

从初始状态 $S^0 = (S_1(0), S_2(0))^T$ 开始, 系统依据转移矩阵 P 进行 n 次转移演化, 具体的矩阵仿真运算过程如下:

$$\Theta P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \beta & 1-\beta \end{pmatrix}, \quad \lambda I - P = \begin{pmatrix} \lambda-1 & 0 \\ -\beta & \lambda-(1-\beta) \end{pmatrix}$$

令 $|\lambda I - P| = 0$, 可计算出两个特征值为:

$$\lambda_1 = 1; \lambda_2 = 1-\beta$$

两个特征值分别对应的特征向量为:

$$X_1 = (1, 1)^T; X_2 = (0, 1)^T$$

$$\text{令 } R = (X_1, X_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Theta R^{-1} P R = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2), \quad P = R \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2) R^{-1}$$

$$\text{令 } S^n = P^n S^0 = P R \text{diag}(\lambda_1^n, \lambda_2^n) R^{-1} S^0$$

$$S^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1-(1-\beta)^n & (1-\beta)^n \end{pmatrix} S^0$$

$$\text{令 } \pi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1-(1-\beta)^n & (1-\beta)^n \end{pmatrix}$$

$$S^n = \pi S^0 (1)$$

由式(1)可以看出“主观设计”逻辑下企业群落的生态化是一个线性演化过程, 特别是当政府的约束和激励效应较强时, β 值较大, 且当观测周期次数 n 足够大时, $(1-\beta)^n$ 值较小, 特别 $n \rightarrow \infty$, $(1-\beta)^n \rightarrow 0$ 。此时, 企业群落的演化单向收敛于这样一种状态: 在 n 时刻, 根据转移矩阵 π , 几乎所有的非生态型企业都将转变为生态型企业, 即呈现出 May(1975)所提出的一种线性演化类型——“必然性演替”^[4]。但是, 从国内外 20 多年的工业生态化实践来看, 无论是对已有工业体系的改造, 还是生态工业园区的建设, 实际情况与这个推测结论存在着一定差距。

线性思维逻辑是近些年来世界各地涌现出大量的生态工业园区的主要原因, 而另一个重要因素是因为人类工业史上经典的生态化工业案例——丹麦卡隆堡的工业副产品交换模式所产生的社会示范效应。但需要指出的是, 丹麦卡隆堡的工业副产品交换模式实际上是卡隆堡地方企业经过长达近 20 年的时间自发演化形成的, 主要是由于企业为了节省生产、处理废弃物的成本, 以及利用和开发副产品能够获得收益的增加等经济因素促成, 属于在自利基础上的系统自发演化, 而并非起源于理论或是政策层面上的主观设计^[9]。值得注意的是, 已开展的研究很少关注企业群落的自演机制, 大多是在努力探索某些政策机制, 试图在社会系统中“人工复制”出无数个“生态卡隆堡”来。

3 企业群落的非线性生态化演进

3.1 研究假设

把企业群落生态化演进看作是一个非线性运动过程时, 可以避免线性逻辑所导致的系统演进收敛于一个平衡点的非现实性。这里采用描述生物种群动态变化的 Logistic 模型作为出发点, 对一个系统中的 2 个种群(生态型企业, 非生态型企业)的动态演替情况进行研究^[6]。为此, 做如下假设。

- 1) 经济群落中有生态型和非生态型两类企业种群, 在特定的研究区域内, 由于资源禀赋、环境约束, 两类企业种群的总量存在上限 N 。
- 2) 经济群落是一个开放的耗散系统, 与外部进行着广泛的信息、能量交流, 以此获得系统赖以生存、发展和远离平衡态的系统“负熵”^[7]。
- 3) 两类企业种群之间在资源利用方面具有重叠关联性, 即两类种群可能利用相同的能源和原料, 也可能一方需要另一方的废物或副产品作为能源和原料。
- 4) 政府倡导的企业群落生态化的措施和政策在观测周期内保持稳定。
- 5) 企业的决策者具备有限理性特征, 其政策或市场信息来源不完全, 企业群落的生态化同样是一个渐进的过程。

3.2 企业群落非线性生态演进研究

在 Logistic 模型方程组表示的系统动力机制中, $\dot{X} = \frac{\partial X}{\partial t}$, $\dot{Y} =$

$\frac{\partial Y}{\partial t}$ 分别反映生态型、非生态型企业种群的增长情况; k 表示系统内生态型企业在单位观测周期内平均增长率, 也就是在相应的制度和潜在利益的激励下、在相关技术的匹配下, 非生态企业到生态企业的平均转化率; 与之对应, 由于技术实施成本高、经济群落内有生态链接的企业较少、环境执法不严、企业领导的有限理性导致的认知偏差或是由于企业伦理弱化产生的投机行为等原因, 生态型企业退化为非生态型企业的概率为 d ^[8], 同时也表示非生态型企业在单位观测周期内的平均增长率; 两类企业种群的资源利用重叠关联度为 β 预设 $0 < \beta < 1$ 。企业群落生态化的非线性动力演化机制如下:

$$\begin{cases} \dot{X}=kx(N-x-\beta y)-dx \\ \dot{Y}=dy(N-y-\beta x)-ky \end{cases}$$

先求出系统的平衡点, 令:

$$\begin{cases} \dot{X}=kx(N-x-\beta y)-dx=0 \\ \dot{Y}=dy(N-y-\beta x)-ky=0 \end{cases}$$

两方程联立求出如下平衡点:

A(0, 0)

B($\frac{kN-d}{k}$, 0)

C(0, $\frac{dN-k}{d}$)

D($\frac{d[Nk(1-\beta)-d]+k^2\beta}{kd(1-\beta^2)}$, $\frac{k^2(2\beta-1)+d(kN-\beta)}{kd(1+\beta)}$)

$$\text{令: } \frac{d[Nk(1-\beta)-d]+k^2\beta}{kd(1-\beta^2)}=M>0; \frac{k^2(2\beta-1)+d(kN-\beta)}{kd(1+\beta)}=U>0 \quad (2)$$

然后计算偏导数的 JACCOBI 矩阵:

$$DZ=\begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{X}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{X}}{\partial y} \\ \frac{\partial \dot{Y}}{\partial x} & \frac{\partial \dot{Y}}{\partial y} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} kN-2kx-k\beta y-d & -k\beta x \\ -d\beta y & dN-2dy-d\beta x-k \end{pmatrix} \quad (3)$$

把 4 个平衡点 A, B, C, D 依次代入 DZ 中:

$$DZ^A=\begin{pmatrix} kN-d & 0 \\ 0 & dN-k \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$DZ^B=\begin{pmatrix} kN & \beta d-\beta kN \\ 0 & dN-d\beta(N-\frac{d}{k})-k \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$DZ^C=\begin{pmatrix} kN-k\beta(N-\frac{k}{d})-d & 0 \\ \beta k-\beta dN & k-dN \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$DZ^D=\begin{pmatrix} kN-2kM-k\beta U-d & -k\beta M \\ -d\beta N & dN-2dU-d\beta M-k \end{pmatrix} \quad (7)$$

3.2.1 对不稳定平衡点的分析

容易证明, 求解 DZ^A , DZ^B , DZ^C 的特征方程, 在各自所得到的特征值中, 都有正实部的特征值出现(计算过程从略), 根据微分方程稳定性原理, A, B, C 3 个平衡点是不稳定的^[9], 尤其 A(0,0)点被称为“源点”, 代表系统中元素为 0 时的状态, 无实际讨论意义; B, C 两点被称为“鞍点”, 说明了企业群落演化中出现的 2 个分岔效应: 最终全部进化为生态型企业; 最终全部回归为非生态型企业。但这是 2 个稳定性较差的鞍点, 现实出现概率很小。所以, 这明显不同于企业群落生态化的线性演进观念, 即“系统最终单向收敛于一种状态”。

分岔理论说明, 系统的某一单向收敛只是复杂系统演化可能结果中的一种。结合近 20 多年来的企业群落生态化实践来看, 这种来自人的主观想象的单向演进(入住生态工业园的企业彼此间最终都能建立能量和材料的生态链接, 或是根据设计出的政策和措施, 原有企业群落中所有企业都能最终演化为生态型企业)既不符合现实, 也不具备说服力。

3.2.2 对稳定平衡点的分析

企业群落非线性生态演化的稳定状态见之于对 DZ^D 的分析。考虑(2)式:

$$\Theta_0<\frac{d[Nk(1-\beta)-d]+k^2\beta}{kd(1-\beta^2)}=M$$

$$\text{可以近似计算为: } M\approx\frac{N}{1+\beta}=\delta$$

注: β, k, d 之间的乘积值可以被忽略

$$0<\frac{k^2(2\beta-1)+d(kN-\beta)}{kd(1+\beta)}=U$$

$$\text{可以近似计算为: } U\approx\frac{N}{1+\beta}=\delta$$

DZ^D 的特征方程可以表示为:

$$(\lambda-k[N-\delta(2+\delta)]-d)(\lambda-d[N-\delta(2+\delta)]-K)-kd\beta^2\delta^2=0 \quad (8)$$

又 $\Theta_0<\beta<1$, $2U\approx 2M=2\delta>N$

$$(N-\delta(2+\beta))=\mu<0$$

特征方程可以近似表示为:

$$(\lambda-k\mu)(\lambda-d\mu)-kb\beta^2\delta^2=0 \quad (9)$$

$$\Theta\Delta=b^2-4ac$$

$$=\mu^2(k-d)^2+4kd\beta^2\delta^2>0$$

$$\lambda_{1,2}=\frac{\mu(k+d)\pm\sqrt{\mu^2(k-d)^2+4kd\beta^2\delta^2}}{2}$$

讨论:

$$\Theta\mu(k+d)+\sqrt{\mu^2(k-d)^2+4kd\beta^2\delta^2}<\mu(k+d)+\sqrt{\mu^2(k+d)^2}$$

(证明略)

$$=\mu(k+d)+\mu(k+d)=0;$$

$$\text{又 } \Theta\mu(k+d)-\sqrt{\mu^2(k-d)^2+4kd\beta^2\delta^2}<0$$

$\Theta\lambda_1$ 和 λ_2 的实根部都为负数,

$$\text{可以判断 D}\left(\frac{d[Nk(1-\beta)-d]+k^2\beta}{kd(1-\beta^2)}, \frac{k^2(2\beta-1)+d(kN-\beta)}{kd(1+\beta)}\right)\text{点}$$

为稳定或是渐进稳定的平衡点。

3.2.3 系统平衡点内部状态讨论

对于系统的这个平衡点, 人们关心的是它所反映的系统状态, 即系统中生态型的企业与非生态型企业各自数量谁占优的问题。对此讨论如下。

$$\text{令: } \frac{d[Nk(1-\beta)-d]+k^2\beta}{kd(1-\beta^2)}-\frac{k^2(2\beta-1)+d(kN-\beta)}{kd(1+\beta)}$$

$$=\frac{k^2[1+2\beta(1-\beta)]-d[d-\beta(1-\beta)]}{kd(1-\beta^2)}$$

注: $0<\beta<1$ $[1+2\beta(1-\beta)]>0$

比较: $\frac{k^2[1+2\beta(1-\beta)]}{d[d-\beta(1-\beta)]}$, 讨论:

若(1), $d\geq\beta(1-\beta)$,

$$\left\{\frac{k^2[1+2\beta(1-\beta)]}{d[d-\beta(1-\beta)]}>1\text{ 时, 生态型企业数量占优;}\right.$$

$$\left.\frac{k^2[1+2\beta(1-\beta)]}{d[d-\beta(1-\beta)]}<1\text{ 时, 非生态型企业数量占优;}\right.$$

此时系统演化的结果是生态型企业占优。

$$\text{若(2), } d\leq\beta(1-\beta), \text{ 一定有: } \frac{k^2[1+2\beta(1-\beta)]-d[d-\beta(1-\beta)]}{kd(1-\beta^2)}$$

与系统的线性演化结果相比, 系统的非线性演化路径更具有现实意义。Logistic 种群非线性增长系统动力模型反映了在一个开放的企业群落中(注:“开放”特征来自系统非线性演化研究的假设 2, 即企业群落被认为具有“耗散”品质, 从而保证在与外界进行物质、能量和信息的交流过程中, 组织能够持续获得“负熵”以挣脱“热寂”的命运)。当企业的资源利用存在重叠关联、经济群落外部存在更具竞争力的供应商时, 在相关生态法规和产业政策的约束和激励下, 有限理性独立经营的业主在知识和信息均不完备的情况下(不排除企业经营伦理问题的存在), 企业群落内部总是存在着非生态型企业的生长率, 总会出现原先具有生态品质的企业退化为无生态链接的企业这种现象, 这一观点符合现实情

况。例如：原先有污水处理池的某些企业，由于成本或伦理问题停止了对污水的处理，选择直接排入附近河沟（如淮河治污的失败）；原先从本地区上游企业的废物和副产品中获取能量和原料的下游企业，因为地区外部出现更具竞争力的供应商，或是上游企业不愿承担对废弃物无毒化和原料化的处理成本，上下游企业间的生态链接自然中断。这一现象在企业群落生态化改造中和生态工业园区在建过程中都是客观存在的。所以，只要这个退化率 d 存在，系统内就会生存着一定规模的非生态型企业种群，两类企业种群数量演化的稳定状态是一个复杂的问题。当 $d > \beta(1 - \beta)$ 时，两类企业种群的演化会出现两个稳定的状态：或者生态型企业数量占优；或者非生态型企业数量占优。这取决于 β, d, k （注： k 的大小决定与相关的制度约束和激励、技术支撑情况、生态示范效应等因素）3 个内生影响因子之间的共同作用；相反，若当 $d < \beta(1 - \beta)$ ，系统的稳定态只有 1 种——生态型企业数量占优，这也正是人们所期望的生态化改造效果。

4 结束语

现实的企业群落中充斥着各类复杂的因素：企业群落的形成和变迁、各企业的逐利动机和相互间的策略行为、生产的技术类型和水平、系统的资源禀赋，以及相关法制约束等。这些因素在系统内部相互影响、相互作用，同时又与外部发生着物质、能量和信息的交换，所有这些注定了无论是否实施生态化变革，企业群落都是一个复杂的巨系统。同时，巨系统的生命单元——企业，本能地对变化的环境、经济群落内资源禀赋状况做出灵活的反应，通过持续的动态调整和重组过程以适应环境，或设法使环境变得对自己有利。

系统动力机制问题对于工业共生系统的研究确实是至关重要的，不论政府机构还是行业组织，如果只是依据企业群落与自然生态体系之间的近似性，对它作符合人类主观意愿的生态化设计，而没有认识到它作为有机的、复杂的巨系统所内含的非线性相干机制，以及由该机制引发的一系列自组织特征，将会错失对企业群落生态化演进动力机制的关注。综上所述，本研究的观点和政策建议如下。

1) 企业群落生态化实质上属于复杂系统演化范畴，相对线性演化逻辑所反映的所有企业将单向演化、收敛至生态型企业而言，系统的非线性演化机制所展现的数学分析结论更具说服力和现实性，演化结果中单纯的生态种群或非生态种群都不是稳定的平衡点；在稳定的“共生”平衡点中，生态型与非生态型企业种群

比例构成取决于企业间的资源关联程度和企业种群的转化率，而后者又决定于政策法规、技术支撑情况、独立经营者的理性和伦理水平等因素的共同作用。

2) 结论 1 对生态工业政策和措施的重要启迪在于：工业经济群落作为一个开放复杂的经济、社会系统，其子系统或内部要素间的作用是错综复杂的，客观存在的非线性相干机制决定了企业群落生态化主要是经济系统的自身慢速演化。生态工业园的设计和建设应避免不切实际的理想主义、消除线性逻辑引发的急功近利的政策措施和盲目的经济投入。另外，应该认识到，政策法规、生态型企业示范等因素主要从外部对企业群落生态演化起着影响和引导作用。

3) 政府或相关机构组织的工作重心是在全社会传播生态工业知识、凸显生态化潜在受益，通过立法和财税政策引导，激励经济群落中的企业构筑生态链接，实施清洁生产，从而为在整个社会系统内实施工业生态化变革创造出良好的环境和条件，这与在不同的地区花费巨大资本设计出一座座孤立的生态工业园相比较而言，更具现实和科学意义。

参考文献 (References)

- [1] 金涌, 李有润, 冯久田. 生态工业: 原理与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [2] LOWE, ERNEST. A creating by-product resource exchanges for Eco-Industrial Parks [J]. Journal of Cleaner Production, 1997, 4 (4): 34-36.
- [3] 徐大伟, 王子彦, 李亚伟. 基于工业代谢的工业生态链梯级循环物质流研究[J]. 环境科学与技术, 2005, 28(2): 43-53.
- [4] MAY R M. Patterns of species abundance and diversity. In: Coddly M L, Diamond J M. eds. Ecology and Evolution of Communities. Cambridge: Harvard University Press, 1975, 81-120.
- [5] 徐大伟, 王子彦, 谢彩霞. 工业共生体的企业链接关系的分析比较——以丹麦卡伦堡工业共生体为例 [J]. 工业技术经济, 2005, 24 (1): 63-66.
- [6] 张金屯. 数量生态学[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [7] 颜泽贤, 陈忠, 胡皓. 复杂系统演化论 [M]. 北京: 人民出版社, 1993.
- [8] 魏晓平, 李昆. 基于“复制动态”进化博弈论的生态工业链接研究[J]. 中国工业经济, 2005(12): 49-55.
- [9] 韩茂安, 顾圣士. 非线性系统的理论和方法[M]. 北京: 科学出版社, 2004.

(责任编辑 李向荣)

·科技智力游戏·

好玩的数学——猜数游戏

编者按：从本期开始，“好玩的数学”栏目由《数学悖论与三次数学危机》（湖南科学技术出版社 2006 年 5 月第 1 版）的作者韩雪涛先生供稿。在过去的 13 期中，北京理工大学吴鹤龄教授曾为读者带来了许多新奇有趣的数学游戏，受到读者欢迎，在此谨向吴教授表示衷心的感谢。我们期待着广大读者今后一如既往地关注这个小栏目，您有任何意见和建议可通过电子邮件与我们取得联系：huangyongming@cast.org.cn。

甲、乙、丙都喜欢数学与逻辑推理。一天，3 人在一起时，甲说：“我们玩个猜数的游戏吧。”

于是，甲不让乙和丙看见，在纸上写下 4 个数。然后对乙和丙说：“我这 4 个不同的自然数之和小于 18。它们的积呢，等于数……。”

甲写下这个数，只交给乙看。

乙稍一思考，说：“条件不够，告诉我，你写下的最小的数是不是 1？回答我是或否就行了。”

甲把回答写下，仍然只交给乙看。

乙看后，立刻说：“这次，我知道你写下的 4 个数了。”

在一边一直听着甲与乙对话的丙，在经过更认真的思考后说：“我也知道这 4 个数了。”

那么，甲写下的 4 个不同的数究竟是多少？丙又是通过怎样的推算知道的呢？答案将在下期揭晓。

(供稿 韩雪涛 责任编辑 黄永明)