

网络科学的理论模型探索及其进展

Exploring Theoretical Model of Network Science and Research Progresses

方锦清/FANG Jin-qing

中国原子能科学研究院,北京 102413

China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China

[摘要] 简要评述了复杂网络分类和研究概况,着重概述了近年来本研究项目在网络科学的理论模型方面的探索及其进展。提出和探索了若干模型:和谐统一的混合择优模型,大统一混合网络模型,量子信息网络模型,纳米相干网络模型,局域世界演化模型,非局域连接模型,社区网络模型,属性连接网络模型,含权科学家合作模型,同步最优网络模型,以及广义同步和集团同步等问题。

[关键词] 复杂网络理论模型;和谐统一的混合择优模型;大统一混合网络模型;无权网络和含权网络;小世界效应;无标度特性

[中图分类号] O231.3, N93, O415

[文献标识码] A

[文章编号] 1000-7857(2006)12-0067-06

Abstract: Exploring theoretical model of complex networks is one of the most challenging subjects in network science. In this article, after giving a brief review of classification of complex networks, we emphasize our recent main advances in theoretical model of complex networks, supported by the key project of NSFC. Our proposed models include: harmonious unifying hybrid preferential model, large unifying hybrid network model, quantum information network, Nano-interference network model, local world evolution model, non-local connective model, community network model, property connective model, weighted scientist cooperation model, synchronization optimization model, generalized synchronization and clustering synchronization.

Key Words: theoretical model of complex networks; harmonious unifying hybrid preferential model; large unifying hybrid network model; un-weighted and weighted network model; small world effects; scale-free properties

CLC Numbers: O231.3, N 93, O 415

Document Code: A

Article ID: 1000-7857(2006)12-0067-06

1 引言

复杂系统广泛存在于自然界和人类社会中,它们大部分可以通过各种各样的复杂网络来描述。网络无处不在,复杂网络已经成为研究复杂系统的最为重要、最富挑战性的课题之一。自从1998年 Watts 与 Strogatz^[1-2]、1999年 Barabasi 和 Albert^[3-4]分别发现了小世界(SW)效应和无标度(SF)性质以来,大有“忽如一夜春风来,千树万树梨花开”的发展之势。我们目睹了国内外复杂网络的迅猛进展^[5-22],由此诞生了网络科学。网络科学是专门研究复杂网络的各种拓扑性质和动力学特性的定性定量规律,及网络控制与应用的一门新的交叉科学。探索网络科学及其应用已经成为当前国内外的前沿研究课题之一,具有广泛的应用前景。在国家自然科学基金的支持下,中国原子能科学研究院(CIAE)、上海交通大学(SJTU)和北京师范大学(BNU)共同组成联合研究小组,开展了重点项目“非线性网络的动力学复杂性研究”。目前,国内外本领域面临的态势,正如美国20世纪有影响的著名科学家 E. O. Wilson 指出的^[23]:“今天人类最大的挑战性,不仅仅在于细胞生物学和生态学,而在于科学的所有方面,特别是如何精确而完整地描述复杂系统。目前科学家已经认识到了许多类型的复杂系统。他们认为,已经知道复杂系统中大多数组成元素和受力情况,下一步的任务就是怎么综合起来,至少在数学模型方面必须抓住整个系统的关键性质。”由此可见,对复杂网络理论模型的探索是最具挑战性的课题之一。小世界效应和无标度特性是复杂网络理

论研究中两项基础性和开创性的研究成果。最近,Barabasi 教授正是由于在复杂网络领域的先驱性贡献,而荣获了2006年度美国 John von Neumann(约翰·冯·纽曼)计算机学会为与计算机相关的杰出科学技术成就而颁发的计算金奖(Computing Medal)^[24]。该奖从1976年设立迄今才颁发给3位杰出科学家,可见这个奖对于复杂网络的新发现与计算机有多么密切的关系和极端的重要性,因为它标志着复杂网络研究进入了网络科学新时代。复杂网络实证表明,现实世界中许多实际网络兼具无标度特性和小世界效应,后者同时具有短的平均路径长度及大的平均集群系数。但是,现在的问题是许多网络理论模型及其改进的模型或变体模型,并不完全反映实际网络的这些特性。为此,本研究组近年来提出和探索了若干有意义的复杂网络理论模型及其特性,取得了与国际上同步的研究进展。本文将简介和评述这方面的研究进展。

2 复杂网络分类和研究概况

为了深刻地揭示各种复杂网络的特殊性和共性,进行网络分类是必要的和有意义的。但是,目前国际上尚无统一的复杂网络分类方法。根据本人的见解和大量文献的提法^[5-22],我们可以归纳出5种分类方法。①根据 Newman 的观点^[18],现实网络大致分为社会网络、信息网络、技术网络和生物网络4种。我们认为,如果按照实际不同领域来划分网络类型,还有物理网络、生态网络、军

收稿日期:2006-08-11

基金项目:国家自然科学基金委重点资助项目(70431002)

作者简介:方锦清,男,北京 275-81 信箱中国原子能科学研究院,研究员,主要研究方向为网络科学、非线性动力学和复杂性科学;

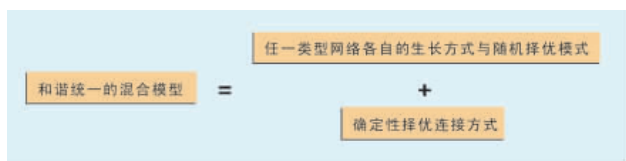
E-mail: fjq96@126.com

事网络、经济网络、通信网络、交通网络、工程网络,等等。每类网络又有多种不同的网络,如生物网络还有神经网络、新陈代谢网络、蛋白质网络等。② 根据网络的边有无权值,可将网络划分为无权网络和含权网络。上述①中所述的网络也都包含有含权网络和无权网络。无权网络可以反映节点之间简单的连接方式和相互作用的最主要信息,但是不能描述节点之间起着重要相互作用强度的差异情形,而含权网络则能够提供更加细致的刻画,不仅能够反映实际网络的拓扑结构,而且可以反映真实网络上的动力学特征。因此,目前含权网络是一个重要的研究方向,例如,提出了含权的 BBV 模型^[19-20]和 TDE 模型^[21]。③ 根据节点度的分布特点,将复杂网络划分为指数网络和无尺度网络两大类。指数网络中的节点是同质的,它们的度大致相同,绝大部分节点的度都位于网络节点平均度附近,网络节点度分布随度数的增加呈指数衰减,使得网络中不存在度数特别大的节点。最经典的两种指数网络是 1960 年 Erdős 与 Rényi 提出的 Erdős-Rényi (ER) 随机图模型,以及 1998 年提出的 Watt-Strogatz (WS) 小世界网络模型。随机图与小世界网络的主要区别是:前者的群聚系数小,而后的群聚系数大。无尺度网络中的节点是异质的,其节点度服从幂律分布。最著名的是 Barabási-Albert (BA) 无尺度网络模型^[3]。在无尺度网络中,大部分节点只与少数几个其他节点连接,但网络中存在少数度数特别大的节点,称为中心节点(或 hub 节点),它对无尺度网络的特性起着主导和支配作用。④ 根据节点之间连边的方向性,将网络分为无向网络和有向网络。无向网络的边不存在方向性,有向网络的边具有方向性,并且有所谓“出去”和“进来”之区别。有向网络中一个节点的度分布分为出度(out-degree)和入度(in-degree),出度是指从该节点指向其他节点的边的数目,入度则是从其他节点指向该节点的边的数目。⑤ 根据我们的观点,按照网络生成方式,还可将复杂网络分成随机性网络、确定性网络和混合网络。随机网络是按照随机方式生成的;确定性网络是按照确定方式生成的,其拓扑特性易于精确求解。然而,我们生活在确定性与随机性的和谐统一的真实世界,从这个最基本事实出发,除了前面两种生长方式是极端方式,真实世界应该是介于两者之间,是两者混合的和谐统一^[25-26]。随机性与确定性的混合演化模型应该更符合实际观察事实,而且它更能捕捉网络形成的动态特性,更准确获得和掌握各种微观机制对网络功能结构及其动力学特性的影响。所以,研究混合方式不仅具有重要的理论意义,而且具有实际的和潜在的巨大应用价值。

3 网络科学理论模型方面的探索及其进展

3.1 和谐统一的混合择优模型(HUHPM)

目前国内外的主要网络理论模型,诸如无权的 BA 模型^[3-4]、含权的 BBV 模型^[18]和 TDE 模型^[20]等,属于广义随机网络模型及其变体^[5-17],虽然它们能够产生比较接近现实网络的一些拓扑特性,但是还并不完全符合所有实际特性。基于上述分类和认识,我们认为,当前它们存在的共同问题是,只考虑随机性连接方式而缺乏确定性连接发生,这与现实世界本身是随机性与确定性的统一世界相矛盾。为了克服实质性的不足和改善理论模型,我们 CIAE 小组提出并系统地研究了一种和谐统一的混合择优模型(HUHPM)^[25-28],其基本思想和方法的基本理论框架表达为:



这就是说,和谐统一的混合择优模型可以依据任一类型网络各自的生长方式与随机择优模式,即可采用原来被研究的类型网

络或模型的既定生长方式与概率连接规则,然后进一步融入确定性择优连接方式,按照度分布从大到小排序择优,或采用其他合适的确定性连接方式,实施随机性连接与确定性连接相结合的形式,关键的控制参数是一个总混合比 d/r ,其定义为:

总混合比:

$$d/r = \text{确定性择优的时间步数} / \text{随机性择优的时间步数} \quad (1)$$

按照所需的总混合比 d/r 要求具体生长网络的规模大小。该 HUHPM 模型能够更好地描述从规则到随机之间的转变特性。我们应用 HUHPM 的思想与方法,研究最具代表性的、现有的无权的 BA 模型,含权的 BBV 模型和 TDE 模型,分别称它们为 HUHPM-BA 网络、HUHPM-BBV 网络和 HUHPM-TDE 网络,保持它们各自的增长方式和随机性择优特点。关键不同点是:不仅仅有随机方式,而且有确定性方式,即必须是实行混合连接方式。这样才符合实际的世界,也就是随机与确定和谐统一的世界。

根据上述统一模型,通过大量的数值模拟和理论分析结果,我们发现了复杂网络一些普遍适应的规律。① HUHPM-BA、HUHPM-BBV 与 HUHPM-TDE 网络中的点度、点强和边权都具有幂律分布形式,而且所有幂指数 r 都对混合比 d/r 的变化具有很强的敏感性或复杂的依赖性,都随 $\log(d/r)$ 的增加而增加,这说明 HUHPM 网络模型应用于不同模型后,不仅在 $d/r \leq 1/1$ 时保存了原来模型的共同幂函数分布的拓扑特性,即幂指数不超过 3,而且具有新的共同特性、幂指数对混合比的强依赖性。它们的幂指数 γ 与混合比 d/r 、与含权参考数 (δ, w, m) 之间都存在相当复杂的指数及参数反比的复合关系。HUHPM-网络模型能够把 BA 模型^[3]、BBV 模型^[18-19]与 TDE^[20]以及其他模型包括在一个统一理论框架里。理论与模拟结果符合得很好。② HUHPM 网络的小世界特性与其他模型比较具有最短平均路径距离 L 和最大的平均群聚系数 C ,这更加符合许多实际网络的拓扑特性。③ 相称性系数 r_c 对混合比 d/r ,有明显的依赖性,上述 3 种网络的 r_c 都为负值。并且发现,混合比 d/r 增加在一定范围内可以减小相称性系数 r_c ,平均群聚系数 C 随 d/r 增加而增加。当满足网络同步第一判据(类型 I)时, HUHPM 的含权网络动力学同步性被增强了;而满足网络同步第二判据(类型 II)时, HUHPM 的含权网络动力学同步性则减小了。这些规律有助于理解和设计实际网络时参考,达到人们所需的动力学特性。④ HUHPM 网络的熵随 d/r 增加而减少,说明提高混合比可以增强自组织的有序度。⑤ HUHPM 网络的一致性收敛速度随 d/r 增加而增加,而网络到达一致性的最大容忍延迟时间减少了。上述的理论结果与模拟结果都达到相当一致的程度。HUHPM 模型使得随机性择优与确定性择优通过混合比调节达到了和谐统一,这是一个普适而简洁的模型,该模型揭示了随机性择优与确定性择优混合方式是实际网络产生无标度和小世界效应的最本质机制之一,因而它优于现有其他理论模型,可应用于更多网络类型中去。

3.2 大统一的混合网络模型

最近, CIAE 小组又把和谐统一的混合择优模型(HUHPM)进一步推广,提出了“大统一的混合网络模型”(LUHPM)。除了总混合比 d/r 外,我们又引进 2 个新的混合比:

确定性混合比 f/d

$$f/d = \text{确定性扶贫连接数(HPA)} / \text{总确定性连接数(DA)} \quad (2)$$

这里 $f/d=1/1$: 表示采用确定性完全扶贫连接; $f/d=0/1$: 表示确定性连接时采用完全择优连接(DPA); 它们的关系是

$$DA = HPA + DPA.$$

随机性混合比

$$g/r = \text{一般随机连接数(GRA)} / \text{总随机连接数(RA)} \quad (3)$$

这里 $g/r=0/1$: 表示完全随机择优连接(RPA); $g/r=1/1$ 表示完全一般随机连接(GRA); 它们的关系式 $RA = GRA + RPA$ 。

利用公式(1)、(2)、(3) 3 种混合比,我们把目前文献上所有

可能的网络模型包括在 LUHNM 内, 值得注意研究的是以下 8 种特殊情形。

- 1) $fd=1/1$: 完全确定性扶贫连接(HPA);
- 2) $fd=0/1$: 完全确定性择优连接(DPA);
- 3) $gr=1/1$: 完全一般随机连接(GRA);
- 4) $gr=0/1$: 完全随机择优连接(RPA);
- 5) $fd=0/1$ 和 $gr=0/1$: 退化为和谐统一的混合择优模型(HUH-PM);
- 6) $fd=0/0$ 和 $gr=0/1$: 退化为 BA, BBV and TDE 模型及广义随机模型;
- 7) $fd=0/0$ 和 $gr=1/0$: 退化为 ER 随机图;
- 8) $fd \neq 0$ 和 $gr=0/0$: 退化为完全确定性模型。

当然, 最一般的情形是 fd 和 gr 都在 $(0, 1)$ 之间取值, 这样可以研究丰富多彩的网络特性。

初步研究发现, 该模型不仅涵盖了大部分现有的理论模型, 而且能够合理地解析一些原来还不清楚的问题, 并观察到复杂网络的某些新的特性。例如, 为什么社会网络与技术网络的度-度关联系数不同? 我们基于人类具有扶贫济困和乐于助弱的社会美德, 在我们模型中一旦考虑完全扶贫连接或扶贫连接占绝对时, 就出现正的度-度关联系数, 而且正的度-度关联系数随着随机性混合比 gr 增加而增加, 在一定条件下, 度-度关联系数随着总混合比变化出现多极值情形, 所有拓扑特性和动力学性质与 3 种混合比之间的变化存在复杂的关系。因此, 我们认为, 该模型能够真正反映错综复杂的实际网络, 具有普遍意义和广泛的应用价值。

3.3 量子信息网络模型

Bianconi 和 Barabasi 把玻色-爱因斯坦凝聚同复杂网络联系起来, 进行巧妙的对比, 启发我们去探索另外一个重要课题——量子通讯网络、量子互联网和量子计算机。目前从复杂网络出发探索微观世界的量子网络的拓扑和动力学性质, 尚少见报道。CIAE 小组提出和构造了一种高斯通道的量子信息网络模型和纳米相干网络模型^[29-32]。首先, 构造了一种量子高斯通道, 把常用的经典信息高斯通道推广到量子领域。这种量子高斯通道容许光子携带量子信息传递信号并具有量子并行性。这些网络的量子信息通道联结各个网点, 使网络非局域性地执行各种量子计算或量子通讯的任务。物理上, 量子信息网络的网点可以由空腔中的原子、离子、量子点或光子晶体中的光子组成。不同网点间的相互作用由传输在量子信息通道中的光子决定。这些信息通道起着网点间相互连接的作用, 在网络中扮演十分重要的角色。我们通过求解, 在动量表象中量子信息密度的 Fokker-Plank 方程, 同时考虑到随机的用户和环境噪音不可避免地要引入到量子信息网络, 在量子信息网络的网点中引入一定的外部驱动或控制外场, 它能驱动或控制网络到所期望的方向, 也会使量子信息网络具有复杂性行为。在外场驱动下, 通过求解量子信息网络节点的度比率方程, 我们研究了该量子信息网络的若干信息性质和拓扑特性, 包括传输容量、量子高斯通道量子“动力”互信息, 以及网点度时空分布等。我们研究了 3 种特定外部驱动条件和参数下度分布的特点, 得出以下结论。① 当外场为周期力, 则度分布也为周期函数。② 如果外场为指数函数, 则度分布为对数函数。当时间大于 1.25 时出现无标度特性, 其幂指数随时间增加而缓慢增加。③ 如果外场为突变多项式, 如为椭圆脐带型突变形式, 由于这个突变驱动项的引入, 量子信息网络的度分布具有时空特性, 它可随时间上升达到某个饱和值, 而随空间在不同网络参数下, 节点度的幂律分布可出现负指数标度或正指数标度, 正负指数取决于量子网络结构和条件参数, 而且正负幂指数可影响网络的度-度关联系数(相称性系数)。在外部突变场驱动下, 度-度关联系数随着正负幂指数变化而在一定范围内发现突变, 出现了正度-度关联系数。目前许多技术网络, 包括物理网络大多数都是负指数, 而社会网络却是正

指数, 除了我们上述大统一的混和网络模型揭示的原因外, 别的原因并不清楚。而量子信息网络在特定条件下, 给出了出现正指数标度的一个物理网络的例子, 这有助于深入揭开不同类型网络产生不同拓扑特性的不同机制以及它们之间内在联系的奥妙, 提供探索产生机制的一种新线索。

3.4 纳米相干网络模型

在上述研究的基础上, CIAE 小组进一步提出了纳米相干网络, 讨论了基于六角纳米线圈的量子相干网络的特性^[33-34]。这些研究观察到, 电子电流和一个电磁场之间存在量子相干作用, 可能为量子相干器件的构造提供依据。这样的器件可由纳米线构成, 这对构造量子信息网络是有意义的。因为这里关键的物理作用是电子电流同一般横向辐射场的作用, 这种量子相干可看为 Aharonov-Bohm 作用的推广, 即电子电流密度在金属或半导体圈中同磁场或电场产生效应的推广。值得注意的是, 利用具有选择性的分子束外延方法, 一种六角纳米线网络可以生长在(111)B 基体面上, 且用纳米孔铝土模板可以生长有序的纳米线。这些实际进展启发我们思考利用纳米线来实现一种量子相干网络, 该网络可测量电子电流同辐射场的相互作用; 而且我们可以探索量子相干网络的特征, 为基于纳米线的量子相干网络提供新的知识。我们的理论分析表明, 影响量子相干网络功能取决于电子在网络对称联接线中最后的相对速度。网络的级数越高, 则允许相对速度增加, 具有放大量子相干的作用。纳米线的量子相干网络联接分布的时间演变服从无标准度特性, 即幂函数法则。这意味着量子相干网络有令人惊讶的抗偶然故障的能力, 这一能力来源于网络非同质性拓扑结构, 随机地打破一些六角纳米线圈, 毁坏那些不重要的节点, 因为它们的数目比汇集(重要)节点大得多。同这些几乎连接所有节点的汇集点(hub)相比较, 那些不重要的节点只同少数节点联接, 因而去除它们或打破它们不会对网络拓扑结构有重大影响。这说明纳米线的量子相干网络对外来攻击具有鲁棒性。这类纳米线的量子相干网络区别于 bosonic 和 fermionic 网络, 主要不同之处在于其节点的联接数同影响泛函相有关, 而不是与能量有关。这表明, 纳米线的量子相干网络的拓扑性质发生了变化, 例如, $k(t)$ 或 $P(k)$ 可能影响网络的动力学性质, 诸如量子相干相位等。网络的动力学特征与网络的拓扑结构有关。

目前探索量子相干网络的特性及其应用的研究刚刚揭开序幕, 随着复杂网络研究的发展, 该课题的更深层次的规律和重要应用必将被进一步揭示出来。

3.5 互联网的局域世界演化模型

由于互联网和万维网是目前世界上最大的 2 个复杂网络, 实证研究表明, 它们具有无标度特性。由于它们的广泛应用和重要性, 国内外提出一些互联网模型, 研究十分活跃。我们的合作者李翔和陈关荣, 首先提出了局域世界演化网络模型^[35-38]。在该模型中, BA 无标度模型的全局择优连接只在各个节点的局域世界中适用, 这样该模型可在指数标度和幂律标度之间自由变换, 改善了无标度网络面对恶意攻击的脆弱性, 增强了网络抵抗恶意攻击的强韧性。进而, 他们把该模型推广应用到世界贸易网络。在此基础上, 他们与合作者又一起建立了一个具有多个局域世界的互联网结构模型(MLW)。在该模型中, 网络由多个局域世界网络组成, 局域世界内部的节点高度互联, 而不同的局域世界之间则存在着松散的随机连接。随着网络规模不断扩大, 新添加的节点在连接时采用局域择优连接, 这使网络节点度分布满足某种幂律分布。MLW 模型可刻画网络的层次结构, 反映了互联网的许多统计特性, 与实际互联网的结构数据进行比较, 比 BA 模型更接近互联网的拓扑特性。

为了进一步改善互联网性能, 针对不同的预测和合适的互联网拓扑特性, SJTU 小组从复杂网络建模的角度出发, 研究了自治系统层面互联网的拓扑特性, 综合考虑了局域世界内的偏好连

接、节点和链接的随机或优先消亡、节点间非线性优先连接、新节点所带来的外部链接及网络内新增的内部链接等诸多因素,提出了一个改进的互联网局域世界演化模型(ELWI);研究了互联网和所生成的 ELWI 的拓扑特性,通过数值结果比较发现,ELWI 可以很好地刻画自治系统层面互联网的无标度、小世界和局域世界等诸多特性及其演化行为;进而,提出了改进的含加权局域世界网络模型——GLWI 和 GLWII。理论分析和数值实验表明,含权局域世界模型更好地反映了从指数分布的含权网络向幂律分布的含权网络过渡的全过程。

3.6 含权科学家合作模型

BNU 小组开展了含权科学家合作网络模型研究^[41-43],发现权重的重新分布能影响到网络的统计性质,如减小平均最短路径长度,能影响到点、边介数值。进而发现权重重新分布后,网络的集团的划分结果具有较大的差别,采用 D 函数来定量刻画其差别,以说明权重在网络中的地位和作用,对不同群聚系数算法进行了比较,发现 GN 算法在对经济物理科学家合作网、电子邮件网络的群聚结果较好,更加符合实际情况。进一步发现在总权重不变的前提下,权重由 δ 分布变为正态分布过程中,可以缩短平均最短路径,而群聚系数变大,即出现了小世界效应。同时发现权重的重新分布同样会影响 Ising(伊辛)模型的相变和混沌同步等动力学行为,提高了体系由无序相向铁磁相转变的临界温度,同时通过研究耦合 Logistic 映像模型,发现权重的随机化可以增强网络的同步能力,使得体系可以在比较小的耦合强度下,就能够达到完全同步。在此基础上,对权重分布对混沌同步的影响进行了深入细致的研究,给出了在加权邻接矩阵下决定同步稳定性的 Lyapunov 指数,发现该指数的变化与完全同步的出现对应一致,并讨论了权重分布的方差等因素对同步的影响。初步结果表明,深入探讨权重意义对于研究加权网络上的同步等动力学问题具有理论价值,该研究方法具有自己的特色,未见其他报道。

在 BBV 含权无标度网络模型的基础上,SJTU 小组还提出了一个可大范围调节群聚系数的加权无标度网络模型——广义 BBV 模型。理论分析和数值实验表明,该模型保留了 BBV 模型的许多特征,节点度、节点权重和边权值等都服从幂律分布,克服了 BBV 模型只能小范围调节群聚系数的缺陷,从而可以用于具有大群聚系数的网络建模。

3.7 社区网络模型

BNU 小组在他们工作的基础上,进而研究了社区网络模型,即具有稀疏连接 2 个时空系统的同步问题。以往研究的时空系统间同步往往考虑一一对应耦合,未考虑具有更加实际背景的少数连接的情况。他们利用自己以前的工作进行了深入的理论探讨,可以将整个网络结构分成环状网络和开放网络,并发现这两种不同结构具有不同的同步性能。计算了这两种结构的同步性,得到判断时空系统间同步的标准与判据。利用这个判据,可以对任意耦合的时空系统的同步进行考察,并发现体系不同的动力学相:非同步相、链间部分同步相、链内部分同步相和整体同步相。随着耦合强度的变化,可以观察到在这几个动力学相间的转换与跃迁,反映出系统的动力学分叉。这个结果具有理论和实际意义。

3.8 属性连接的网络模型

以前研究复杂网络要么考虑具有完全连接属性,要么结点具有一定差异,但对连接属性的差异考虑很少。实际上,网络中的结点间相互作用可能具有不同属性,例如带电个体间具有吸引或排斥作用,人之间可能有好的或不好的关系等等。为此,BNU 小组提出并研究了具有双重连接属性(例如吸引力连接与排斥性连接)的网络的同步问题。提出的模型基于传统的研究同步的 Kuramoto 模型,并考虑到振子相位的阻挫效应。研究发现,随着两种连接比例的变化,系统的同步也随之发生变化。通过研究不同连接属性对同步的影响,发现两种因素存在竞争效应。

3.9 度不变的小世界模型

目前国内外已经提出了一些小世界网络模型,以 WS 模型为代表很好地展示了小世界效应,但现实系统中的小世界网络丰富多彩,存在着多样性,并非若干模型就能全面描述出来。我们 CIAE 小组提出一种新的度不变小世界演化模型^[49],特点是该模型在演化中保持节点的度不变。在此基础上,我们提出了 2 种演化算法——边遍历算法(SAB algorithm)和点遍历算法(SAV algorithm)。主要思想是从环形规则网络开始,在保持节点度不变的前提下,对节点的连接进行随机选择,并以一定方式进行重新连接。2 种算法的区别在于节点演化的方式不同。度不变模型的数值模拟结果与 WS 模型的结果比较表明,度不变模型具有很好的小世界特性,即平均最短路径小和平均群聚系数大的两大特点。我们同时研究了度不变模型下参数变化对网络特性的影响,固定度就可以研究网络中保持节点连接不变情形下只改写一些节点的连接而给整体带来的动态行为。

我们的度不变模型和 WS 模型完全不一样,演化的每一步骤都保持节点的度不发生变化,而 WS 模型中节点的度分布按照泊松分布增长;但是二者殊途同归,都得到了相同的结果。显然,我们的模型丰富了小世界网络的多样性形式。我们的模型有助于工程师们根据实际工程需要,更好地进行网络拓扑设计与小世界网络的性能分析。

4 复杂网络的动力学同步研究进展

探索复杂网络的动力学同步问题,已经成为当今复杂网络研究领域的一个重要课题和难题之一。目前,非线性复杂网络的动力学同步主要有两大类:完全同步和广义同步或部分同步。迄今前者 2 个相同单元研究得比较多,2 个不同单元研究得比较少;后者包括部分同步,如集团同步、相同步、滞后同步、频率同步等。2 个不同单元的同步研究比较少,更具挑战性,是一个主要的研究方向。在这些同步现象中,除了已经研究较多的相同系统的完全同步外,另外还有 3 种:相同系统的广义(部分)同步、不同系统的完全同步和不同系统广义(部分)同步。本研究组在该课题同样取得了新进展。

4.1 复杂混沌网络的集团同步

2004 年,本组合作者刘曾荣等人提出用微分同胚方法对同步进行分类,可把上述 3 种同步问题从理论上归结为一种同步加以讨论,从而简化了所研究的问题。目前以不同系统的完全同步为例,给出了研究这类同步的“结构适应方法”^[45-46],得到的初步结论是:①对于离散系统,3 种同步在同胚意义下是等价的;②对于连续系统,3 种同步在微分同胚意义下是等价的。根据同胚或微分同胚原理以及控制理论中的方法,一是提出了处理离散和连续的 2 个相同系统之间的广义同步的方法,并且用 Lyapunov 函数对此方法进行了证明。同时,利用生物进化论的思想,从控制论和耦合作用两种观点出发,提出了用结构适应实现不同系统之间的完全同步的理论和方法。最近,他们为了解决混沌复杂网络中集团同步(cluster synchronization,简称 CS,实质上属于部分同步)不变流形问题^[47],CS 对于生物网络和通信网络尤有意义,利用所连接图的稳定性方法和最终耗散性质,他们对节点为混沌的网络系统提出和推导了一个适当的构造,一个具有合作和竞争含权的非平凡耦合控制方案。该耦合方案随着所选择的 CS 斑图的变化而变化,已经求得和证明了实现任意选择的 CS(集团同步)的一个充分条件^[48]。结果表明,不需要利用目前通常反映网络连接矩阵的拉普拉斯(Laplace)条件就可阐明和研究复杂网络的部分同步问题。只要满足这个充分条件,任意选择混沌网络中的 CS 斑图都能够通过一个适当的耦合控制方案来达到 CS。他们以 Lorenz 动力学方程为节点的混沌网络为例,讨论了 10 个节点组成的网络 CS,数值验证了该法的理论可行性和有效性。不过,对

于大规模节点的网络，从总体上构造耦合矩阵可能有点麻烦，有待于进一步应用验证。如果这个条件能够被广泛证实有效的，将是意义的新进展。

最近，我们应用上述类似的耦合控制方法，择取不同耦合参数，实现了在复杂束晕-混沌网络中的平衡点和周期态的稳定控制。

4.2 非局域连接网络的部分同步

BNU 小组从规则网络出发，采用在规则网络上添加非局域连接方式，构造了一种简单的复杂网络，研究了复杂网络的同步现象及其动力学机制，探讨了网络结构对同步动力学的影响，发现由于对称性破缺而产生的部分同步现象，并对该现象的形成机制进行了理论探讨^[39-40]。该工作的主要特色在于：① 没有从传统的 SW 或 SF 出发，而是注意到一般网络的非局域连接特征，研究非局域连接对系统同步的影响；② 发现了由于对称性破缺导致的部分同步现象，这种现象以前在复杂网络中没有观察到；③ 对称性是必要条件，但不充分，不是所有满足对称性的网络都会出现部分同步；④ 给出部分同步的理论判据，以往人们只给出了完全同步的判据，但部分同步从来没有理论结果，BNU 小组首次给出这类部分同步理论结果，此判据又独立于网络结构，因此具有理论价值。由于非局域连接使得规则网络的对称性破缺，所以不同的连接方式会导致不同的部分同步时空斑图。在研究网络连接矩阵的基础上，给出了这种部分同步现象的发生条件。同时，还解释了由非局域连接带来的系统李亚指数谱的“简并解除”现象。理论和数值结果都表明了非局域连接能够使网络的动力学发生改变。

4.3 动态网络的同步化研究

为了提高 BA 无标度网络的同步化能力，SJTU 小组在提出的一种同步最优网络模型基础上^[44]，研究了具有这两种无标度拓扑结构的连续动态网络的同步化能力，比较了它们的同步化性能对于随机故障或恶意攻击的鲁棒性的影响，发现同步最优网络模型对于恶意攻击非常脆弱。于是，为了提高上述网络对于恶意攻击的鲁棒性，基于节点度优先连接，SJTU 小组又提出了一个同步优先连接机制，即新的节点自组织的连接到网络中的已有节点，连接概率是与构成的新网络的同步化能力有关。将该机制应用于 BA 无标度网络中，得到同步优先网络模型，与 BA 无标度网络模型和同步最优模型进行了比较，观察到虽然同步优先网络模型的同步化性能是三者之中最弱的，但它却对于随机故障和恶意攻击具有非常强的鲁棒性。

5 复杂网络的其他课题研究

在上述理论模型的基础上，本联合研究组还研究了与复杂网络动力学特性以及与应用有关的广泛问题：复杂网络分区的目标控制方法，有没有小世界拓扑的束流运输网络中束晕-混沌同步与控制，是否具有小世界特性和无标度性质的复杂网络的同步能力，网络上的思想和病毒传播，复杂网络的交通拥塞与路由，复杂网络上的博弈，多智能体网络系统的一致性，复杂网络在边攻击下的鲁棒性，混沌复杂网络与保密通信，以及社会网络中决策问题等。这些课题研究内容丰富，都具有实际意义和学术价值，已经取得了富有特色的进展，并且在进一步发展中。

6 结论

国家自然科学基金重点项目“非线性网络的动力学复杂性研究”已经取得了阶段性的重要进展，特别在网络科学的理论模型及其特性的探索中，不仅在宏观网络理论模型方面，而且在微观网络物理模型方面，都提出了独具特色的模型，优于当前相应的理论模型，这些很有意义的成果完全可与国际上该领域的研究进展并驾齐驱，有所前进。这些模型的思想和方法可以拓广到其他

复杂网络，有些理论模型揭示了网络的一些普遍特性，提供了新的理论方法，有着广泛的应用潜力。目前，这些成果不仅为我们进一步揭示复杂网络的奥秘打下坚实的基础，而且有助于促进整个网络科学的深入研究和发

展。（致谢：衷心感谢合作单位上海交通大学和北京师范大学的密切合作，特别是汪小帆、郑志刚、刘增荣、狄增如、毕桥和李翔等提供的宝贵资料和给予的大力支持。）

参考文献 (References)

- [1] WATTS D J, STROGATS S H. Collective dynamics of ‘Small World’ networks[J]. Nature, 1998, 393: 440–442.
- [2] WATTS D J. Small worlds: the dynamics of networks between order and randomness [M]. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1999.
- [3] BARABASI A L, ALBERT R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286: 509–512.
- [4] ALBERT R J, BARABÁSI, A L. Statistical mechanics of complex networks[J]. RevModPhys, 2002, 74: 47–97.
- [5] NEWMAN M E J, WATTS D J. Renormalization group analysis of the small-world network model[J]. Phys Lett A, 1999, 263: 341–346.
- [6] ALBERT R J, BARABÁSI A L. Diameter of the worldwide web [J]. Nature, 1999, 401: 130 – 131.
- [7] ALBERT R J, BARABÁSI A L. The internet’s achilles heel: error and attack tolerance of complex networks [J]. Nature, 2000, 406: 378–382.
- [8] MAXIMINO ALDANA, PHILIPPE CLUZEL. A natural class of robust networks[J]. Proc Natl Acad Sci U S A, 2003, 100(15): 8710–8714.
- [9] NEWMAN M E J, MOORE C, WATTS D J. Meanfield solution of the small-world network model[J]. Phys Rev Lett 2000, 84: 3201.
- [10] NEWMAN M E J. Network construction and fundamental results [J]. Phys Rev E 2001, 64: 016132.
- [11] STROGATZ S H. Exploring complex networks[J]. Nature, 2001, 410: 268.
- [12] ALBERT R, BARABÁSI A L. Topology of evolving networks: local events and universality, Phys Rev Lett. 2000, 85: 5234.
- [13] NEWMAN E J, STROGATZ S H, WATTS D J. Random graphs with arbitrary degree distribution and their applications [J]. Phys Rev. E 2001, 64: 026118.
- [14] DOROGOVTSSEVSN, MENDES JFF. Evolution of Networks [M]. Oxford Univ Press, 2003.
- [15] ALBERT R J, BARABÁSI, A L. Topology of evolving networks: local events and universality[J]. Phys Rev Lett, 2000, 85: 5234.
- [16] BARABASI A L, DEZSO Z, BONABEAU E. Scale-free networks [J]. Scientific American, 2003, 288: 60.
- [17] NEWMAN M E J. The structure and function of complex networks[J]. SIAM Review, 2003, 45(2): 167–256.
- [18] BARRAT A, BARTHELEMY M, VESPIGNANI A. Weighted evolving networks: coupling topology and weight dynamics [J]. Phys-RevLett, 2004, 92: 228701.
- [19] BARRAT A, BARTHELEMY M, VESPIGNANI A. Modelling the evolution of weighted networks[J]. Phys Rev E, 2004, 70: 066149.
- [20] WANG W X, HU B H, YA B, et al. General dynamics of topology and traffic on weighted technological networks [J]. Phys Rev Lett, 2005, 94: 188702.
- [21] 方锦清. 迅速发展的复杂网络研究与面临的挑战 [J]. 自然杂志, 2005, 27(5): 271–276.
- [22] 章忠志. 复杂网络的演化模型研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2006.
- [23] WILSON E O. Consilience—The Unity of Knowledge [M]. New York: Knopf, 1998.
- [24] University of Notre Dame, News & Information, [EB/OL](2006–08–24) <http://newsinfo.nd.edu/>.
- [25] FANG J Q, LIANG Y. Topological properties and transition features generated by a new hybrid preferential model [J]. Chi Phys Lett, 2005, 22(10): 2719–2722.

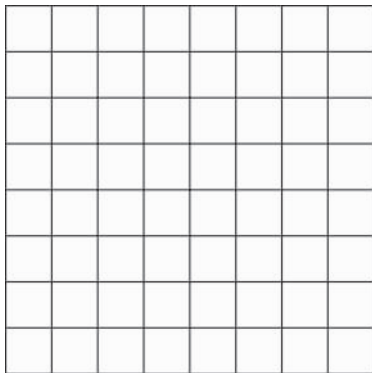
- [26] LU X B, WANG X F, FANG J Q. Topological transition features and synchronizability of a weighted hybrid preferential network [OL].2006. <http://www.sciencedirect.com>
- [27] FANG J Q, BI Q, Effects of hybrid ratio on topological and dynamical properties in HUHPM[C]. Pohang, Korea: Proceedings of The Forth International Conference on Nonlinear Science, 12–14 July 2006.
- [28] LU X B, WANG X F, FANG JQ. 2006 International Conference on Communications[C]. Circuits and Systems Proceedings, Guilin: IEEE PRESS, June 26–28, 2006.
- [29] BI Q , FANG JQ. Certain properties of a quantum information network driven by external field [J]. Chi Phys Lett, 2006, 27(7): 1947–1950.
- [30] FANG J Q, BI Q. 2006 International Conference on Communications[C]. Circuits and Systems Proceedings, 2672–2677, Guilin: IEEE Press, June 26–28, 2006.
- [31] BI Q, RUDA H E,ZHOU D Z. Dynamical equation and quantum information and Gaussian Channel [J]. Physica A , 2006, 363 : 198–210.
- [32] BI Q, RUDA H E,ZHOU D Z. Dynamical equation of quantum information and interference[J]. Physica A, 2006, 364: 170–178.
- [33] LIUG P, BI Q, RUDA H E. Nanowire based quantum interference sensors for electromagnetic radiation[J]. J Appl Phys, 2006, 99: 094306.
- [34] BI Q, FANG JQ, CAI WP. Quantum interference network [J]. Physica A, 2006,371:409–423.
- [35] LI X, CHEN G R . A local–world evolving network model [J]. Physica A, 2003, 328(1–2): 274–286.
- [36] LI X , JINY Y , CHEN G R. Complexity and synchronization of the World Trade Web [J]. Physica A, 2003, 328(1–2): 274–286.
- [37] CHEN G, FAN Z, LI X . Complex dynamics in communication networks [M]. VATTAY G, KOCAREV L (eds). Berlin: Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2005.
- [38] FAN JIN, WANG XIAOFAN. On synchronization in scale–free dynamical networks[J]. Physica A, 2005,349(3): 443–451.
- [39] AO B, ZHENG ZG. Partial synchronization on complex networks [J]. Europhys Lett,2006,74:2 229–235.
- [40] AO B, ZHENG Z G.. Non–local couplings and partial synchronization in chaos systems[J].Chin Phys Lett, 2006,23(1):35–38.
- [41] FAN J, WANG X F. On synchronous preference of complex dynamical networks[J]. Physica A, 2005,355(5):657–666.
- [42] LIMHui , WU J S , WANGDH , ZHOU T,et al. Evolving model of weighted networks inspired by scientific collaboration networks[J]. Physica A ,2006, (8):23.
- [43] FAN J , LI X, WANG X F. On synchronous preference of complex dynamical networks[J]. Physica A,2005, 355(5): 657–666.
- [44] CHEN Z Y , WANG X F . A congestion awareness routing strategy for scale–free networks with tunable clustering [J]. Physica A , 2006, 364:595–602.
- [45] 刘曾荣.用结构适应实现不同系统之间的完全同步[J]. 应用数学与计算数学学报,2004,18(2):68–72.
- [46] 刘曾荣.关于同步的几个理论问题[J]. 自然杂志,2004,26(5):298–300.
- [47] MA Z J , LIU Z R, ZHANG G. A new method to realize cluster synchronization in connected chaotic networks [J]. Chaos, 2006,16: 023103.
- [48] LIU Z R, LUO J G. from lag synchronization to pattern formation in one–dimensional open flow models [J]. Chaos,Solitons and Fractals, 2006, 30: 1198–1205.
- [49] LI Y, FANG JQ, LIU Q,et al. Small world properties generated by a new algorithm under the same degree of all nodes[J]. Commun Theor Phys,2006, 45:67–70.
- [50] 刘 强,方锦清,李 永,等. 探索小世界特性产生的一种新方法[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2005,2(2):13–18.

(责任编辑 王 芷)

·科技智力游戏·

好玩的数学——稳操胜券的策略

如下图,纸上画有一个 8×8 的方格。



现有 32 个矩形小片,每个小片恰好是 2 个小方格大小。



甲、乙两人轮流往 8×8 方格上摆放矩形小片,不准重叠也不准移动。谁先没有地方放矩形小片,谁就算输。

这个游戏也可以通过围棋玩。在围棋盘上选 8×8 的格。甲、乙两人轮流往围棋盘格内放黑棋子与白棋子。要求放的时候:一次或横或纵(但不

能斜)放入相邻的 2 枚,不准重叠也不准移动,谁没有地方一次放下 2 个棋子谁就算输。

问:能否找到一个绝妙的策略使得某一方可以稳操胜券?答案请见下期。

上期“握手问题”答案

因为宴会上共 10 人,任何人都不同自己握手,也不同自己的配偶握手,所以在场的 10 人握手次数最多只能是 8 次。由于男士甲已问过除自己之外的在座者,得知他们每人握手的次数都不一样,可见其他 9 人的握手次数必定是 0,1,2,3,4,5,6,7,8。

先考虑握手次数为 8 的人。显然,这个人同除自己、自己的配偶外的其他 8 个人都握了手。因而,握手次数为 0 的人已经确定了:只有握手次数为 8 的人的配偶,因为其他 8 人都已经至少握了 1 次手。

再考虑握手次数为 7 的人。容易看到,这个人没有握过手的 3 人是:自己、自己的配偶以及上面刚提到的握手 8 次的人的配偶(此人没有与任何人握手)。于是,这位握手次数为 7 的人的配偶握手次数必为 1 次--他(或她)只与握手次数为 8 的人握过 1 次。因为其他人都至少握了 2 次手。

依此类推。握手次数为 6 次的人,其配偶与人握手的次数必为 2 次。握手次数为 5 次的人,其配偶与人握手的次数必为 3 次。

最后只剩下握手次数为 4 的人,可以断定,此人肯定是询问者甲先生的太太。所以,甲先生的太太同别人共握了 4 次手。

(供稿 韩雪涛 责任编辑 黄永明)