

简支矩形薄板横向激励非线性振动特性的实验研究

张 伟,何运成,曹东兴,姚明辉

北京工业大学机电学院,北京 100124

摘要 对四边简支且受横向集中简谐载荷作用矩形薄板的非线性振动响应进行实验研究。利用锤击实验测得薄板的固有频率,在固有频率区域内对矩形薄板进行振动实验,对采集到的振动信号进行了相图和频谱分析,结果发现在矩形薄板的共振频率附近,在一定的激励幅值作用下,系统会产生倍周期分岔和混沌运动等复杂非线性现象。

关键词 混沌实验;简支矩形薄板;非线性振动

中图分类号 O32

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2009)02-0021-04

Experimental Investigation on Nonlinear Vibrations of Simply Supported Rectangular Thin Plate Subjected to Transverse Excitation

ZHANG Wei, HE Yuncheng, CAO Dongxing,
YAO Minghui

*College of Mechanical Engineering, Beijing University of
Technology, Beijing 100124, China*

Abstract Nonlinear vibrations of a simply supported rectangular plate subjected to transverse excitation are experimentally investigated in this paper. The plate is placed in a special test frame in which four thick blocks with V-grooves hold the test plate to enforce required boundary conditions. The two groups of plate edges are movable during the test. A shaker fixed above the plate is used to provide the desired excitation. The resonance frequencies are obtained by hammering method and the vibration experiments are carried out in the resonance frequency zones. Nonlinear analyses are made by changing the exciting frequency and amplitude. The waveforms, phase portraits and amplitude spectrums are obtained to show that this system can exhibit complicated nonlinear dynamic characteristics, including periodic doubling bifurcations and chaotic motions under certain excitation frequency and amplitude conditions.

Keywords chaos experiment; simply supported rectangular plate; nonlinear vibration

0 引言

薄板结构无论是在机械工程、大型空间站等航空、航天领域中,还是在船舶、汽车、建筑等民用工程领域中都是非常重要的组成部分。随着工程结构的大型化、柔性化、轻质化,以及对结构的高可靠性、高精度、高稳定性的要求越来越高,对薄板结构的动力学与振动控制问题的研究显得越发重要。在非线性动力学研究中,实验方法是一个非常重要的研究方法。

近年来,国内外对薄板的非线性动力学特征进行了实验研究。Maestrello^[1]从理论和实验方面研究了航行器面板受到垂直声波作用下的动态响应,首次从实验中观察到了板的混沌振动现象;Roberts^[2]研究了两边固支、两边简支的柔性板和加强板的振动情况;Turvey^[3]研究了不同边界条件下带孔的各向异性玻璃钢板的非线性振动,在实验确定玻璃钢板的自激振动频率和模态后,研究在边界条件一定的情况下,孔的尺寸对板振动响应的影响;Amabili^[4-6]用“V”型槽模拟简支情况,考察板在集中载荷作用下的振动响应,并研究不锈钢薄板在集中简谐载荷作用下的振动响应,以及有几何缺陷的矩形板和圆柱壳受到定点简谐外激励作用的大幅共振特性。

Kessissoglou^[7-8]则从理论和实验两个角度研究了板振动的主动控制和传感器测量的优化问题,实验中引入“Z”型部件(其上缘通过小螺钉与实验板固联,下缘则夹固在混凝土框架中)来模拟简支的边界条件。Thomas^[9]用电磁力作为外激励,

收稿日期:2008-11-18

基金项目:国家杰出青年科学基金项目(10425209);国家自然科学基金重点项目(10732020);国家自然科学基金项目(10802001,10872010)

作者简介:张伟(中国科协会员登记号:S030000047S),教授,研究方向为非线性动力学与控制,电子信箱:sandyzhang0@yahoo.com

用尼龙绳将圆盘吊起模拟周边自由的边界条件,研究了自由边界条件下圆板的不对称非线性受迫振动问题。Schleyer^[10]在密闭腔室中,用气压作为均布在板上的薄膜力,研究了受脉冲压力作用的软钢板在不同边界条件下的振动情况。Nagai^[11]研究了四边简支的浅球壳受周期惯性力作用下的混沌振动,其简支边界条件通过对被测件的周边贴韧性薄粘片来实现。Singhatanadgid^[12]研究了材质、尺寸和边界条件对矩形板的固有频率和模态的影响,用刀口支撑的方式模拟简支边界条件。

袁尚平等^[13]对参数激励下简支矩形屈曲薄板的简谐振动特性进行了理论和实验研究,采用“V”型槽夹支形式模拟简支边界条件,发现在出现3倍超谐共振的频率附近,由参数激励引起的亚谐共振对系统的振动性能影响很小;其后又通过实验、理论和数值模拟研究表明,参数激励简支屈曲薄板振动系统在一定的参数条件下将出现3倍超谐振动^[14]。

可以看出,目前实验所用外激励的形式和作用方式主要有通过激振器作用提供的集中横向激励、通过惯性力等效提供的分布横向力、通过气压提供的均布横向载荷和通过激振台提供的参数激励;而简支边界条件可通过“V”型槽、“Z”型部件、刀口夹支、贴韧性薄粘片等方法来实现。

本文采用“V”型槽实现简支边界条件,通过激振器施加集中横向激励,研究四边简支矩形金属薄板的非线性振动特性,并利用波形图、相图和频谱图对实验数据进行分析,确定矩形薄板的非线性振动响应。

1 实验设备及原理

本文所用实验平台如图1所示。其中,①两组“V”型条在弹簧和导轨的作用下都可以在板面内沿各自边线的垂直方向运动,以此保证其在实验过程中与测试板的紧密接触,同时在“V”型槽顶部填充玻璃胶,防止或减少因几何缺陷引起的不连续接触;②激振器通过端部带有螺母的细长螺栓用工业A-B胶与测试板粘连在一起,不需在被测板上打孔;③测试板因弹簧的作用,在实验过程中始终受到一定大小的面内预紧力。

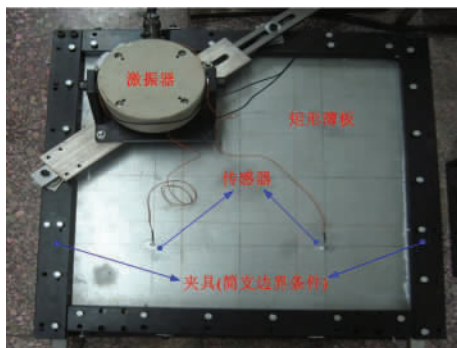


图1 矩形薄板振动实验平台

Fig. 1 Photograph of experimental setup

实验所用的设备主要有:Agilent 33220A 信号发生器、YE5874 功率放大器、JK-5 型激振器、B&K 加速度传感器、

YE6261B 信号采集器以及信号分析软件等。实验矩形不锈钢薄板几何尺寸为 510 mm×510 mm×0.53 mm,密度和杨氏模量分别为 7.8 kg/m³ 和 209 GPa。激振器作用在距离板两边分别 1/4 处,传感器粘贴在板的中心位置。

实验分为两部分:首先采用锤击法测得板的共振区,然后在共振区间观测被测板的非线性振动特征。实验中,由信号发生器产生的正弦信号,经功率放大器放大后,输出给激振器并驱动其振动,激振器则通过连接部件对板施加定点集中载荷。板的横向振动响应由粘结在梁表面上的加速度传感器测得。通过信号采集器,该振动位移信号保存到计算机中,最后利用信号分析软件进行分析处理。

本实验只研究激励频率和激励幅值两个参数变化时系统所对应的动力学响应,即由 Agilent 33220A 信号发生器调节激励频率,由功率放大器调节幅值大小;其他参数均保持不变。为了尽可能减小板的初始状态所带来的影响,每组试验均从板的静平衡位置开始,分级加载激振力到预定值。

2 实验结果分析

为避免实验的偶然性,相同的激励条件下重复测试多次,均得到了相同的振动响应结果。被测板振动位移的时间历程可通过采集系统和内置分析系统直接获取。利用 Origin 软件进行相图分析和频谱分析,判断薄板振动响应的性质。频谱分析是一种判断系统运动特性的有效方法,当信号的频率谱是离散的峰值时,系统具有规则运动特性,即周期运动;而混沌运动则在一定的带宽内具有连续的幅值谱。

首先进行锤击实验。由于金属板较薄,采用单次钢头锤击法,采样频率为 5 kHz。锤击法一般被用来测试被测件的线性固有频率,故要求被测件为小变形,但本实验发生的为大变形,锤击实验主要用来确定共振发生时的激振力的频率区域,从而为进一步的实验提供参考。锤击实验所得的频谱如图2所示,当频率在 10、20、34、43 Hz 附近时,幅值有极值。

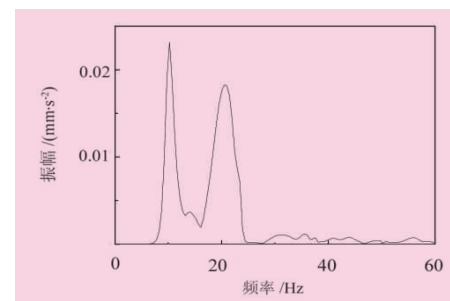


图2 矩形薄板锤击实验频谱分析

Fig. 2 Vibration response in frequency domain

分别在这几个共振区进行实验。受实验设备特别是激振器行程和功率的限制,在较低和较高频率下观测到的板振动现象较单一,本文只在 20、34 和 43 Hz 附近观测到了期望的非线性振动现象。

图3~图6是一组激励频率为 17.7 Hz,激励幅值分别为

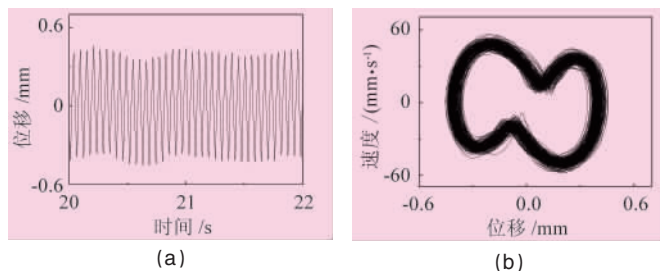


图 3 17.7 Hz, 0.1 V 下板的波形图(a)和相图(b)
Fig. 3 Wave (a) and phase (b) diagrams
under 17.7 Hz, 0.1 V

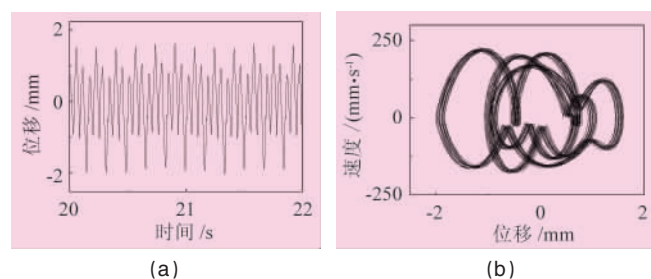


图 4 17.7 Hz, 1.0 V 下板的波形图(a)和相图(b)
Fig. 4 Wave (a) and phase (b) diagrams under
17.7 Hz, 1.0 V

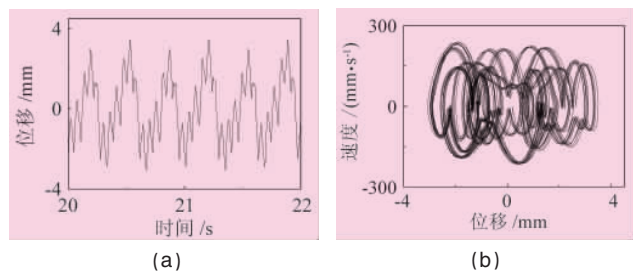


图 5 17.7 Hz, 1.2 V 下板的波形图(a)和相图(b)
Fig. 5 Wave (a) and phase (b) diagrams under
17.7 Hz, 1.2 V

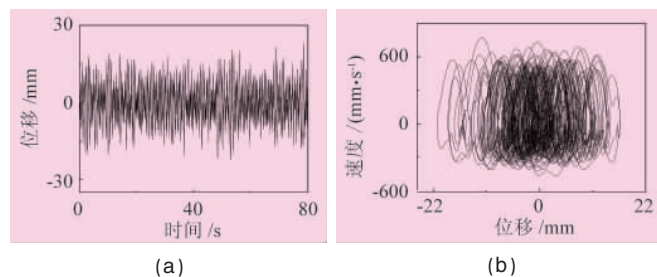


图 6 17.7 Hz, 2.0 V 下板的波形图(a)和相图(b)
Fig. 6 Wave (a) and phase (b) diagrams under
17.7 Hz, 2.0 V

0.1、1.0、1.2 和 2.0 V 时, 板中心的振动所对应的波形图和相图。从图中可以看出, 随着激励振幅的增加, 板的振动响应随之强烈和复杂, 经由了从单倍周期到多倍周期再到混沌的变化过程。

图 7 为上述 4 种激励幅值下的频谱分析结果, 进而可判断出, 系统相应的运动形式分别为 1 倍周期, 3 倍周期, 多倍周期和混沌运动。

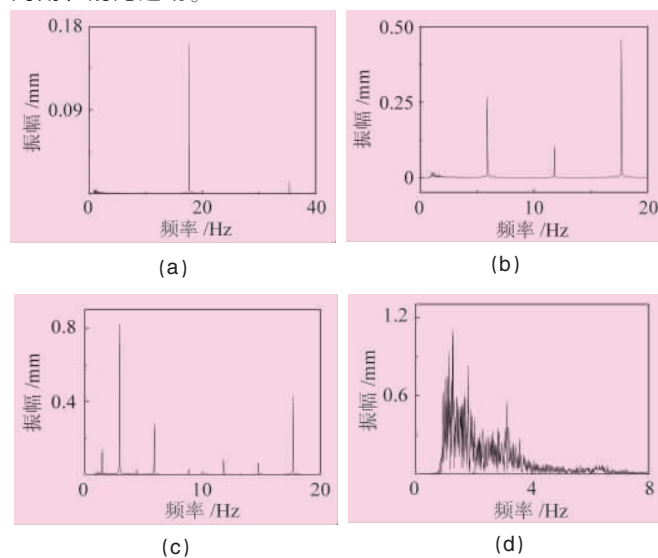


图 7 17.7 Hz 下不同幅值对应的幅值谱
Fig. 7 Amplitude spectra under 17.7 Hz

图 8~图 10 与图 6 反映的是保持激励振幅值为 2.0 V 不变, 改变激励频率大小, 薄板随激励变化的响应过程。实验结果发现, 激励频率进入某一频段后, 板做持续的混沌振动, 继续增大激励频率, 振动响应则经历了从复杂的混沌运动到简单倍周期运动再到多倍周期运动的转变; 振幅也从趋于减小到后来的相对增大, 说明该频段有着丰富的非线性振动现象。

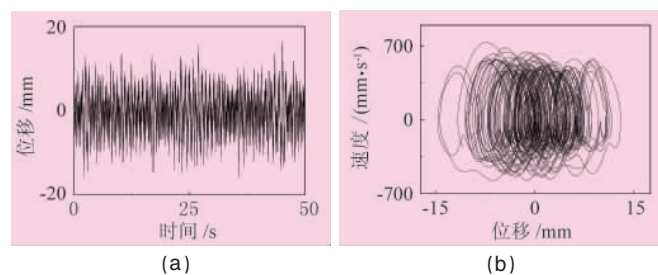


图 8 19.0 Hz, 2.0 V 下板的波形图(a)和相图(b)
Fig. 8 Wave (a) and phase (b) diagrams under
19.0 Hz, 2.0 V

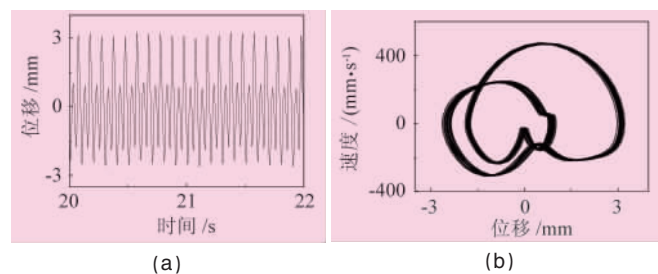


图 9 20.0 Hz, 2.0 V 下板的波形图(a)和相图(b)
Fig. 9 Wave (a) and phase (b) diagrams under
20.0 Hz, 2.0 V

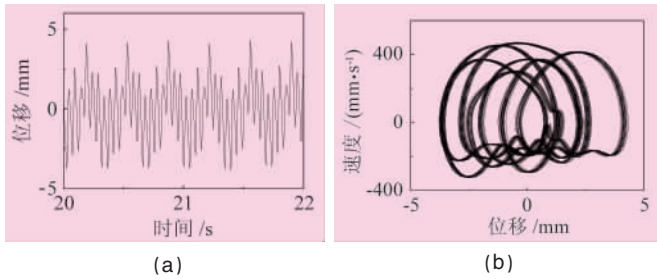


图 10 20.5 Hz, 2.0 V 下板的波形图(a)和相图(b)
Fig. 10 Wave (a) and phase (b) diagrams under 20.5 Hz, 2.0 V

图 11 为上述 4 种激励幅值下的频谱分析结果, 从图中可知, 系统的运动形式分别为混沌、简单倍周期和多倍周期形式。

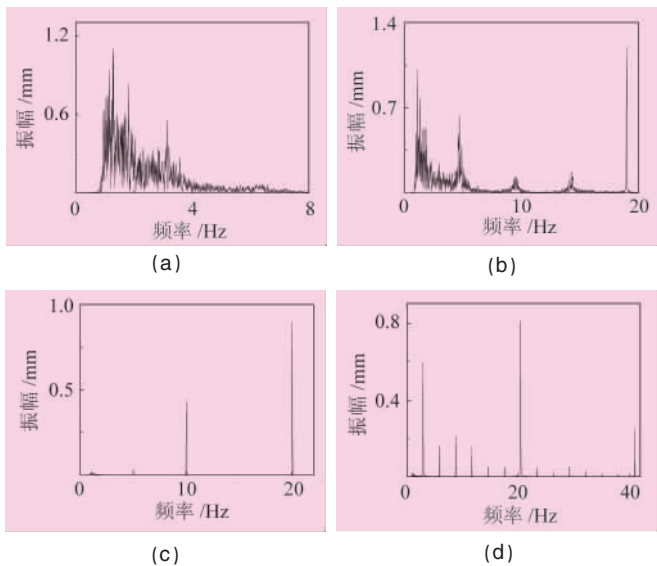


图 11 2.0 V 不同频率对应的幅值谱
Fig. 11 Amplitude spectra under 2.0 V

观察各种激励频率条件下振动响应的幅值谱图可知, 板的振动信号中包含了丰富的分频 (如 $1/2$ 分频和 $1/3$ 分频) 和倍频 (如 2 倍频和 3 倍频) 信号, 说明柔性板结构在振动时表现出显著的非线性特性。此外, 通过波形图发现板在混沌运动状态下的振幅明显比倍周期运动状态下的振幅大; 实验过程中, 混沌振动伴随着杂乱刺耳的噪声, 而周期振动则是节奏很强的声音。

另外两个共振频率区域在实验过程中也同样发现了与上述共振区类似的非线性振动现象, 由于篇幅所限, 本文不再赘述。

3 结论

本文通过实验方法研究了薄板模型的动力学响应, 借助波形图和频谱分析确定了系统周期运动和混沌运动的振动状态, 给出了实验条件下该系统产生混沌运动的参数条件。实验表明, 在确定的简谐激励作用下, 薄板结构能够产生复杂的动力学行为, 揭示了动力学系统由倍周期分岔导致混沌运动以及混沌运动又可以转变为倍周期运动的模式。

实验得出的结论如下。

- 1) 复杂的非线性现象 (如多倍周期运动和混沌运动) 只有在激励频率和激励幅值达到一定条件后才会出现。
- 2) 当激励频率满足一定条件、振幅超过某一界限后, 板的振动并不是必然地随激励强度的增加而变得愈加复杂, 而是在响应中夹杂着倍周期和混沌运动的相互转化。
- 3) 柔性板结构在振动时表现出典型的非线性动力学特性, 几乎在所有的振动中都伴随着分频和倍频响应。因此, 对这些结构的理论分析不能仅仅停留在线性理论层面。
- 4) 发生混沌运动时, 系统的振动会很剧烈, 同时伴随杂乱噪声。

参考文献 (References)

- [1] Maestrello L, Frendi A, Brown D E. Nonlinear vibration and radiation from a panel with transition to chaos [J]. *AIAA Journal*, 1992, 30(11): 2632-2638.
- [2] Roberts J C, Bao G, White G J. Experimental, numerical and analytical results for bending and buckling of rectangular orthotropic plates [J]. *Composite Structures*, 1998, 43(4): 289-299.
- [3] Turvey G J, Mulcahy N, Widden M B. Experimental and computed natural frequencies of square pultruded GRP plates: Effects of anisotropy, hole size ratio and edge support conditions [J]. *Composite Structures*, 2000, 50(4): 391-403.
- [4] Amabili M, Pellegrini M, Tommesani M. Experiments on large-amplitude vibrations of a circular cylindrical panel [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 260(3): 537-547.
- [5] Amabili M. Nonlinear vibration of rectangular plates with different boundary conditions: theory and experiments [J]. *Computers and Structures*, 2004, 82(31-32): 2587-2605.
- [6] Amabili M, Pellegrini M, Righi F, et al. Effect of concentrated masses with rotary inertia on vibrations of rectangular plates [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 295(1-2): 1-12.
- [7] Kessissoglou N J. An analytical and experimental investigation on active control of the flexural wave transmission in a simply supported ribbed plate [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 240(1): 73-85.
- [8] Kessissoglou N J, Ragnarsson P, Löfgren A. An analytical and experimental comparison of optimal actuator and error sensor location for vibration attenuation [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 260(4): 671-691.
- [9] Thomas O, Touze C, Chaigne A. Asymmetric non-linear forced vibrations of free-edge circular plates. Part II: experiments [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 265(5): 1075-1101.
- [10] Schleyer G K, Hsu S S, White M D, et al. Pulse pressure loading of clamped mild steel plates [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28(2): 223-247.
- [11] Nagai K, Maruyama S, Murata T, et al. Experiments and analysis on chaotic vibrations of a shallow cylindrical shell-panel [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 305(3): 492-520.
- [12] Singhatanadgid P, Songkhla A N. An experimental investigation into the use of scaling laws for predicting vibration responses of rectangular thin plates [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 311(1-2): 314-327.
- [13] 袁尚平, 张惠侨, 孙东. 简支矩形屈曲薄板超谐振动性能研究 [J]. 上海交通大学学报, 1997, 31(9): 48-51.
Yuan Shangping, Zhang Huiqiao, Sun Dong. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 1997, 31(9): 48-51.
- [14] 袁尚平, 张建武, 王庆宇. 薄板 3 倍超谐振动的分析与试验 [J]. 上海交通大学学报, 2001, 35(7): 955-961.
Yuan Shangping, Zhang Jianwu, Wang Qingyu. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2001, 35(7): 955-961.

(责任编辑 代丽)