

Gompertz 模型改进及其在交通预测中的应用

单超, 单永森, 赵杨东

中国交通建设股份有限公司第一公路勘察设计院有限公司, 西安 710075

摘要 交通需求预测是道路建设项目规划工作的重要组成部分,是确定道路等级、技术标准及进行规划决策、投资效益分析的依据。居民出行发生量预测是交通需求预测的一个重要组成部分,通常使用 Gompertz 模型,但其模型系数一直是通过类比估算方法确定,缺乏依据。本研究利用最小二乘法改进待定参数估计,推算 Gompertz 模型系数确定公式,采用 Matlab 程序分析得到 Gompertz 模型的系数。利用残差估计和类比发现,使用最小二乘法拟合得到的 Gompertz 模型系数具有明显的优点。根据山东省东营市交通调查数据,利用本研究改进模型,预测该市 2025 年的居民出行量。结果表明,使用改进 Gompertz 模型系数求解方法能有效提高居民出行发生量的预测精度,对合理规划道路网结构具有一定指导意义。

关键词 交通预测;居民出行;Gompertz 模型

中图分类号 U49

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2009)18-0082-04

Improvement and Implementation of Gompertz Model for Transportation Prediction

SHAN Chao, SHAN Yongsen, ZHAO Yangdong

First Highway Consultants Co. Ltd., China Communications Construction Company Ltd., Xi'an 710075, China

Abstract The predictions of traffic and transportation demands are important and serve as basis in determining the road level, formulating technical standards and making plans as well as evaluating investment. A trip-generation forecast is an important part of the demand forecast, which is generally acquired based on Gompertz model. However, the parameters of Gompertz model estimated by analogy are lack of a sound basis. Therefore, this paper proposes to improve the estimation efficiency of undetermined parameters in Gompertz model with the least-squares method and obtains more reliable model parameters by Matlab. Its better performance is shown by the residual estimation and analogy. Statistical data from Dongying, Shandong Provinces, is analyzed by the proposed model to predict the trip generation in 2025. The final result shows that this proposed Gompertz model can improve

effectively the prediction accuracy and may be used in rational road network planning.

Keywords transportation forecasting; urban citizen tour; Gompertz model

0 引言

交通需求预测是道路建设项目可行性研究的重要组成部分,是确定道路等级、技术标准及进行规划决策、投资效益分析的依据,也是适当规划道路网建设的重要因素之一。合理的交通需求预测能消除未来可能出现的道路瓶颈效应,合理布置道路的范围,为经济发展提供必要保证,又防止出现追求宏大政绩工程、造成道路资源浪费的情况,这对中国等发展中国家十分必要。

现有的交通需求预测方法主要是通过已有历年交通量数据与土地面积、人口、交通小区经济情况等的关系,建立其之间的回归模型预测未来年份的居民出行产生量。目前在交通需求预测方面,Gompertz 模型因具有简单适用的特点得到广泛使用^[1-5],但使用 Gompertz 模型估算居民交通出行时,其系数通常依据相关城市情况类比估算得到,缺乏理论依据,在一定程度上影响了交通需求预测结果的可信度。本研究根据各个城市的不同特点,提出定量求解 Gompertz 模型系数的方法。该方法可改变因依据相关城市情况类比估算得到 Gompertz 模型系数预测交通需求精度不高的情况^[6-8],精确预

收稿日期: 2009-05-26

基金项目: 山东交通学院科研基金项目(Z200907)

作者简介: 单超,研究方向为道路规划,电子信箱:hityangdong@163.com

测远景年份交通需求量的大小。

1 Gompertz 改进模型建立

1.1 Gompertz 模型

Gompertz 模型是交通需求预测中的经典模型,常用来预测居民出行量。对 t 年出行强度 Y_t ,有

$$Y_t = Ka^{b^t} \quad (1)$$

式中, K 为出行强度最大值, a, b 为参数。式(1)取对数可得

$$\ln(Y_t/K) = b^t \ln a \quad (2)$$

式(2)取对数,则得

$$\ln \ln(K/Y_t) = t \ln b + \ln \ln(1/a) \quad (3)$$

1.2 参数确定方法改进

应用最小二乘原理,计算参数 a, b 。构造新方程

$$\phi = \sum_t [t \ln b + \ln \ln(1/a) - \ln \ln(K/Y_t)]^2 \quad (4)$$

令 $\frac{\partial \phi}{\partial \ln b} = 0$, 则有

$$\sum_t [t \ln b + \ln \ln(1/a) - \ln \ln(K/Y_t)] = 0 \quad (5)$$

化简得

$$\sum_t t \ln b + \sum_t \ln \ln(1/a) = \sum_t \ln \ln(K/Y_t) \quad (6)$$

令 $\frac{\partial \phi}{\partial \ln \ln(1/a)} = 0$, 则有

$$\sum_t [t \ln b + \ln \ln(1/a) - \ln \ln(K/Y_t)] = 0 \quad (7)$$

化简得

$$\sum_t t \ln b + \sum_t \ln \ln(1/a) = \sum_t \ln \ln(K/Y_t) \quad (8)$$

通过式(7)、(8),构建向量

$$\begin{pmatrix} \ln b \\ \ln \ln(1/a) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_t t^2 & \sum_t t \\ \sum_t t & n \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \sum_t tA \\ \sum_t A \end{pmatrix} \quad (9)$$

其中, $A = \ln \ln(K/Y_t)$ 。

1.3 参数标定

使用山东省东营市 1999–2004 年的人口数、出行强度 y_t 、历年出行强度最大值 K 、交通发生量(表 1),根据式(9)确定 Gompertz 模型参数 a, b 值。对参数标定结果采用标准差检验,衡量标定精度。

$$s = \sqrt{\sum_t [s_t \cdot k_t \cdot a^{b^t} - x_t]^2 / n - 1} \quad (10)$$

其中, s_t 为 t 年人口数量, K_t 为 t 年出行强度最大值, x_t 为 t 年居民出行量, s 为标准差。

利用表 1 数值,运用 Matlab 程序,求得 $a=0.8135, b=1.0193$ 。

表 1 东营市 1999–2004 年出行强度指标

Table 1 Trip intensity of Dongying City from 1999 to 2004

编号	年份	发生量 /(人·次 ⁻¹)	出行强度 /(次·d ⁻¹)	出行强度最 大值
0	1999	615.9	2.51	3.09
1	2000	627.2	2.55	3.13
2	2001	643.2	2.55	3.16
3	2002	643.6	2.53	3.17
4	2003	658.5	2.55	3.19
5	2004	672.4	2.56	3.20

1.4 精度检验

为方便比较使用 Gompertz 改进模型与使用类比估算所得参数值计算得出的出行强度的差异,使用 Gompertz 改进模型计算得到的参数分别为 a', b' ,由此推算东营市 1999–2004 年出行强度为 y' ;而参照国内与东营市城市特性相近其他城市情况,采取类比估算得到的模型参数分别为 a'', b'' ,由此推算东营市 1999–2004 年的出行强度为 y'' 。

根据使用 Gompertz 改进模型计算得到的参数和采取类比估算得到的模型参数,推算出东营市 1999–2004 年的出行强度(图 1)。

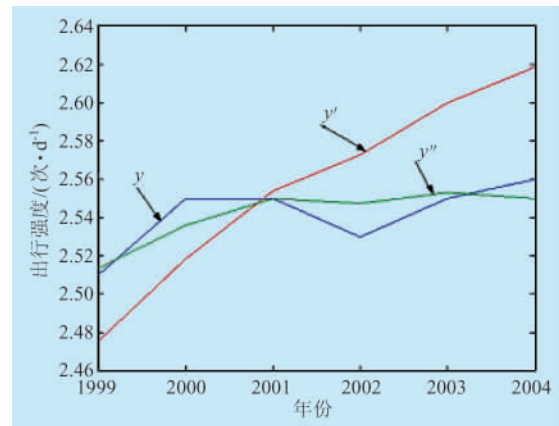


图 1 出行强度拟合值比较

Fig. 1 Fitting value comparison of trip intensity

由图 1 可知,使用 Gompertz 改进模型计算得到的参数对东营市 1999–2004 年出行强度的推算 y' 更接近东营市 1999–2004 年出行强度真实值 y ,说明改进后的 Gompertz 模型能更准确地预测未来年份的居民出行强度。

为定量研究使用 Gompertz 改进模型计算得到的参数推算居民出行强度的准确性,根据式(10),计算标准差后,分别将 a', b' 和 a'', b'' 代入,可得 s' 与 s'' ,则

$$c = \frac{s'}{s''} = 0.3187 \quad (11)$$

其中, c 为 2 种方法方差, s' 为采用 Gompertz 改进模型预测居民出行强度与真实居民出行强度的标准差, s'' 为采用类比估

算预测居民出行强度与真实居民出行强度标准差。

由计算结果知,使用 Gompertz 改进模型计算得到的参数,对东营市 1999–2004 年出行强度的推算值 y' 的精度优于采取类比估算出行强度的推算值 y'' 。

2 居民出行量预测

2.1 人口预测

预测居民出行发生量的前提条件是城市人口预测,相对于其他社会经济指标,人口的发展具有较强的连续性和稳定性,因而在政策不变的情况下,其发展容易把握。

通过东营 1979–2004 年人口分析,结合人口规划,以一元线性回归模型进行人口预测(表 2)。

由一元回归预测模型进行人口预测的结果见表 3。

表 2 东营历年统计人口
Table 2 Population of Dongying City

年份	人口/万人	年份	人口/万人
1979	194.4	1992	231.5
1980	198.5	1993	233.8
1981	200.3	1994	236.3
1982	202.3	1995	239.4
1983	204.8	1996	242.2
1984	206.9	1997	243.5
1985	210.6	1998	245.1
1986	212.6	1999	245.7
1987	214.6	2000	250.6
1988	218.2	2001	252.1
1989	221.4	2002	254.6
1990	225.8	2003	257.9
1991	228.5	2004	262.2

表 3 东营人口预测结果
Table 3 Population prediction result of Dongying City

年份	2006	2010	2020	2030
预测结果/万人	267.0	277.6	304.3	330.9

2.2 出行强度估算

出行强度与预测区的人均收入、人口的年龄结构和职业结构有关。在 2004 年“东营主城区干线道路系统规划”项目居民出行调查数据基础上,采用 Gompertz 模型,对预测年居民出行强度进行预测,可得 2004 年东营居民出行强度最大值为 3.20 次/d,平均出行强度为 2.59 次/d。利用已求得的 $a=0.8135$; $b=1.0193$,标定模型为

$$Y_i=3.20\times 0.8135^{1.0193\times t-2004}\tag{12}$$

将 2006、2025 年的数据代入模型,得到 2006 年和 2025 年的出行强度估算结果分别为 2.59 次/d 和 2.35 次/d。

2.3 道路分段和区位划分

根据了辽宁路的特点,将其分为 3 段,分别为:西苑路—长安大街、长安大街—青岛路、青岛路—延安路。根据辽宁路两侧的建筑物布局及沿线区域的经济发展水平,沿道路两侧划分 6 个影响区(图 2)。本规划预测年限为 20 年,预测基年是 2006 年,预测特征年为 2025 年。

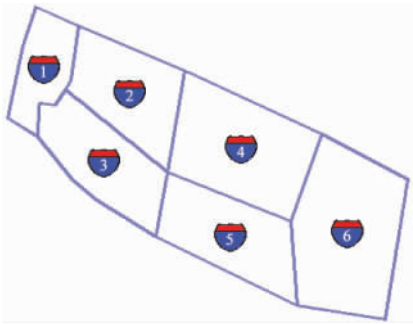


图 2 辽宁路分区示意

Fig. 2 Traffic zone division of Liaoning Rd

2.4 小区居民出行量预测

依据辽宁路各影响区规划期的人口数和居民出行强度,可得出各分区总的居民出行量(表 4)。2006 年、2025 年各影响区出行量见图 3、图 4。由表 4、图 3 和图 4 的结果可见,使用改进 Gompertz 模型系数求解方法能够有效提高居民出行量的预测精度。

表 4 辽宁路影响区现状及规划年份出行量
Table 4 Present condition and trip generation in the planning year for affected zone of Liaoning Road

分区	2006 年		2025 年	
	人口	出行量 /(人·次 ⁻¹)	人口	出行量 /(人·次 ⁻¹)
1	30 749	79 949	37 189	87 395
2	5 528	14 374	6 685	15 712
3	10 645	27 678	12 875	30 256
4	16 418	42 687	19 857	46 663
5	4 210	10 945	5 091	11 964
6	17 703	46 030	21 411	50 316
合计	85 255	221 663	103 110	242 309

3 结论

1) 目前交通预测 Gompertz 模型应用中,待定参数采用经验估计法确定,具有不足之处。利用最小二乘改进待定参数估计方法,可提高模型的预测精度,给出了预测结果精度检验的标准差度量模型。

2) 根据 2004 年东营市交通调查数据,利用本文改进模型,预测该市 2025 年居民出行发生量。结果表明,使用改进

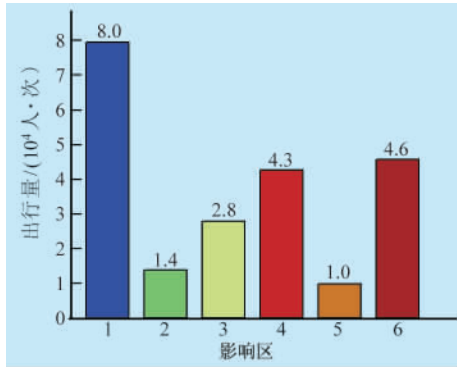


图3 2006年辽宁路各影响区出行量

Fig. 3 Trip generation in affected zones of Liaoning Rd in 2006

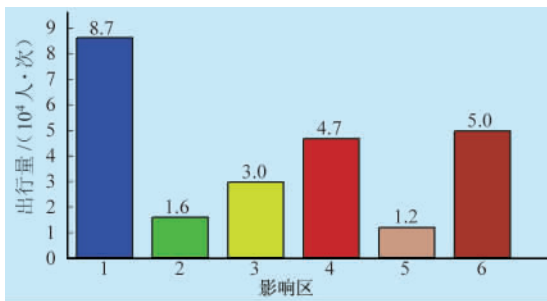


图4 2025年辽宁路各影响区出行发生量

Fig. 4 Trip generation in affected zones of Liaoning Rd in 2025

Gompertz 模型系数求解方法能有效提高居民出行发生量的预测精度,对合理规划道路网结构具有一定指导意义。

3) Gompertz 模型中待定参数的精确标定依赖于城市连续几年人口、居民出行量、出行强度和出行强度最大值的调

查数据,致使该模型的应用领域受到较大限制,故进一步改进模型、提高交通调查有效性等是今后研究的主攻方向。

参考文献 (References)

- [1] 余闯, 刘松玉. 路堤沉降预测的 Gompertz 模型应用研究 [J]. 东南大学学报, 2005, 26(1): 82-86.
Yu Chuang, Liu Songyu. *Journal of Southeast University*, 2005, 26(1): 82-86.
- [2] 张志强, 张润楚. Gompertz 模型在老龄阶段的修正及模拟 [J]. 数学的认识与实践, 2002, 34(1): 36-40.
Zhang Zhiqiang, Zhang Runchu. *Mathematics in Practice and Theory*, 2002, 34(1): 36-40.
- [3] 刘奇, 冯静, 周经伦. 基于 Gompertz 模型的液体火箭发动机可靠性增长分析[J]. 航天动力学报, 2004, 19(3): 419-423.
Liu Qi, Feng Jing, Zou Jinglun. *Journal of Aerospace Power*, 2004, 19(3): 419-423.
- [4] 同小军, 宋中民, 周龙. 一种新型灰色 Gompertz 模型[J]. 系统工程理论与实践, 2002(12): 111-115.
Tong Xiaojun, Song Zhongmin, Zhou Long. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2002(12): 111-115.
- [5] 冯文光, 龚九和. 修正 Gompertz 峰型开发模型 [J]. 矿物岩石, 2003, 23(3): 97-100.
Feng Wenguang, Gong Jiuhe. *Journal of Mineralogy and Petrology*, 2003, 23(3): 97-100.
- [6] Jaheen Z F. Prediction of progressive censored data from the gompertz model [J]. *Communications in Statistics Part B: Simulation and Computation*, 2003, 32(3): 663-676.
- [7] Gutierrez J R, Roman R, Romero D, et al. A new Gompertz -type diffusion process with application to random growth [J]. *Mathematical Biosciences*, 2007, 208(1): 147-165.
- [8] Gil M M, Brandao T R S, Silva C L M. A modified Gompertz model to predict microbial inactivation under time-varying temperature conditions [J]. *Journal of Food Engineering*, 2006, 76(1): 89-94.

(责任编辑 陈广仁)

·学术动态·

“宏微观岩土力学与岩土技术国际研讨会”论文征集



“宏微观岩土力学与岩土技术国际研讨会”将于 2010 年 10 月 10 日在上海市举行。本次会议由国际土力学与岩土工程学会 TC35 分会和中国土木工程学会主办,旨在对宏微观土力学与岩土技术进行国际间学术交流、研讨,反映土的宏微观特性、离散单元法数值模拟、岩土工程应用技术的最新国际研究成果与发展趋势,会议将特邀国内外著名专家学者做专题学术报告,并出版正式论文集。为此,国际 SCI 源期刊 *Granular Matter* 将出版特刊。

会议征文内容包括:土体宏观力学特性的最新进展,描述岩土、岩石、粘结材料宏观发展的新试验新技术,利用离散单元法模拟土体特性的新发展、新技术,离散元、有限元在岩土工程中的应用的最新发展趋势,离散元、有限元在岩土工程相关领域如隧道、水利、道路等的发展与应用。

论文全文截止日期:2010 年 1 月 1 日。

联系方式:上海市四平路 1239 号同济大学地下建筑与工程系(200092) 蒋明镜;电话:21-65980238,13761404246;传真:21-65985210;电子信箱:mingjing.jiang@mail.tongji.edu.cn,is-shanghai2010@163.com。