

延迟-星形连接 H-R 神经网络的同步

于洪洁, 童伟君

上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院工程力学系, 上海 200240

摘要 利用施加时间延迟耦合项的方法, 研究 Hindmarsh-Rose (H-R) 神经元在星形连接网络下的同步情况。分别将耦合强度与时间延迟作为控制参数, 探讨 4 个 H-R 神经元在星形连接网络下的理想同步情况, 给出能实现同步的耦合强度和时间延迟的取值范围。研究发现 H-R 星形网络具有独特的同步现象。

关键词 H-R 神经网络; 时间延迟; 星形连接; 耦合强度

中图分类号 O322

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2009)02-0038-05

Synchronization of Time Delay and Star Coupling H-R Neural Networks

YU Hongjie, TONG Weijun

Department of Engineering Mechanics, School of Naval Architecture Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China

Abstract Chaotic synchronization of Hindmarsh-Rose (H-R) neural networks linked by the time delay coupling function according to the matrix of star coupling coefficients is investigated. With the coupling strength and the time delay taken as the separated controlling parameters, the ideal synchronization of a star connected H-R neural network is discussed, and the range of the coupling strength and the time delay under synchronization are obtained. It is also shown that some unique synchronization phenomenon is associated with H-R star linked networks.

Keywords H-R neural networks; time delay; star connection; coupling strength

0 引言

耦合非线性振荡器的同步在物理和生物科学领域是一个普遍现象。在主要神经系统, 神经活动同步的观测, 激励学界进行耦合神经网络同步的理论研究, 并认为神经活动是神经元的一个合作过程。在脑信息处理过程中, 同步起到一个极其重要的作用, 例如, 处理来自不同感觉系统的信息, 形成

对外部世界的一致感知。

L. M. Pecor 等^[1]于 1990 年提出了一个使连续时间系统混沌同步的方法, 被称之为 PC 方法。此后, 关于混沌系统同步的研究在通信、控制、神经科学等许多领域引起了广泛兴趣。近年, 神经网络的混沌同步与控制问题引起了特别关注^[2-4], 混沌及超混沌的同步与控制研究将在生物及人工神经网络中起到重要作用。

在 H-R 神经元模型中, 可看到暴发型混沌行为。W. Wang 等^[5]在 1993 年研究了耦合神经网络的时间间隔序列和空时模式。J. W. Shuai 等^[6]研究了 2 个线性耦合 H-R 混沌神经的相同步。M. La Rosa 等^[7]在 H-R 神经模型中, 通过抑制性化学突触连接神经元形成一个单链结构, 研究其规则振荡与混沌振荡之间的转换。在以往关于混沌同步的研究中, 混沌振荡器之间的耦合多是通过线性函数。迄今, 神经网络的神经元之间耦合函数的形式还不清楚, 可能是线性函数, 也可能是非线性函数。目前关于神经元的同步化研究, 更多考虑的是电位通过线性函数耦合的情况^[6]。M. Dhamala 等^[10]对神经元之间按一般形式耦合构成的 H-R 神经网络进行研究, 耦合函数是关于膜电位与延迟膜电位的线性函数, 研究发现, 某一时间延迟在低耦合强度范围内可提高 H-R 神经元之间混沌同步的现象。本研究在 M. Dhamala 等工作的基础上, 构造了时间延迟星形连接的 H-R 神经网络, 并对神经元之间的混沌同步情况进行详细分析与数值模拟, 给出能增强神经元之间混沌同步行为的时间延迟和耦合强度的范围。

1 延迟-星形连接 H-R 神经网络的构造

H-R 神经元模型由电压钳数据构造, 是在软体动物神经中所见到的自兴奋神经元系统的簇放电模式活动的一个简单的描述。最近, 在耦合神经系统放电的动力学行为、相同步、

收稿日期: 2008-11-17

基金项目: 国家自然科学基金项目 (10572086)

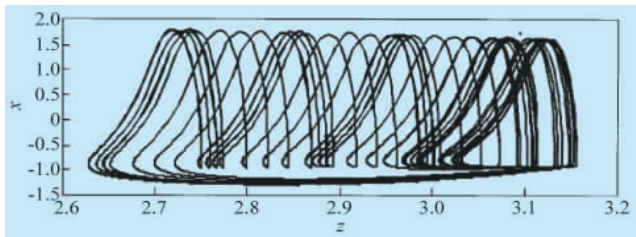
作者简介: 于洪洁, 副教授, 研究方向为神经动力学、混沌同步与控制, 电子信箱: yuhongjie@sjtu.edu.cn

混沌控制、通过混沌振荡转换慢规则振荡、通过时间延迟使神经同步活动的增强等方面,利用 H-R 神经模型进行了广泛的神经非线性动力学的探索研究。H-R 神经模型具有包括周期、混沌的丰富的放电模式,其动力性是多尺度,变量能被分成快变量和慢变量。

H-R 神经元具有几种可兴奋细胞生物物理模型的特性,且具有简单的方程形式。单个 H-R 神经元模型的运动微分方程可描述为

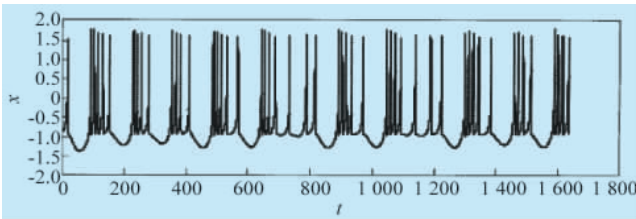
$$\begin{cases} \dot{x} = y - ax^3 + bx^2 + I_{\text{ext}} - z \\ \dot{y} = c - dx^2 - y \\ \dot{z} = r(S(x - \bar{x}) - z) \end{cases} \quad (1)$$

式中, x 为膜电压; y 为一个恢复变量, 快电流; z 为慢变适应电流; a, b, c, d, r, S 和 $\bar{x}$ 为常数; I_{ext} 为外部输入。当这些参数取标准值: $a = 1.0, b = 3.0, c = 1.0, d = 5.0, S = 4.0, r = 0.006, \bar{x} = -1.56, I_{\text{ext}} = 3.0$ 时, 单个神经元模型的动力特性处于混沌状态。混沌吸引子 (z, x) 在投射平面上的轨迹如图 1(a) 所示, 膜电位 x 的时间历程如图 1(b) 所示。



(a) 单个 H-R 神经元在 (z, x) 平面上的混沌轨迹

(a) Chaotic attractor of the single H-R neuron in (z, x) projection



(b) 膜电位 x 混沌的时间历程

(b) Chaotic spike/burst time series of membrane potential x

图 1 H-R 神经元的混沌轨迹和膜电压 x 混沌的时间历程

Fig. 1 Chaotic attractor of the H-R neuron and chaotic time series of membrane potential x

考虑 N 个 H-R 神经元 ($i = 1, 2, \dots, N$) 通过延迟耦合按照星形连接耦合系数形式构造的网络

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_i - ax_i^3 + bx_i^2 - z_i + I_{\text{ext}} + \alpha \left[\sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} x_j(t - \tau) + G_{ii} x_i \right] \\ \dot{y}_i = c - dx_i^2 - y_i \\ \dot{z}_i = r[S(x_i - \bar{x}_i) - z_i] \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

式中, α 为耦合强度, τ 为时间延迟, $G = \{G_{ij}\}$ 为星形连接耦合系

数矩阵

$$G = \begin{bmatrix} -(N-1) & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

2 延迟-星形连接 H-R 神经网络的同步

在星形连接网络情况下, 研究由 4 个神经元 (1+3 模式, 即网络中心 1 个神经元连接周围 3 个 H-R 神经元) 组成的延迟-星形连接网络的同步情况, 其连接模型如图 2 所示。

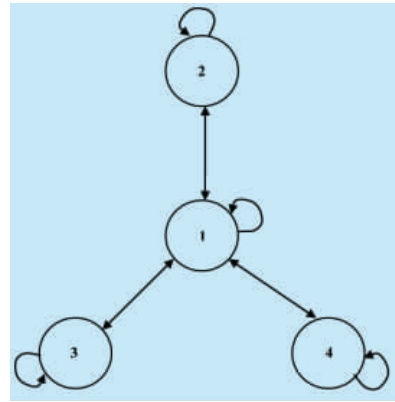


图 2 4 个 H-R 神经元星形连接网络示意

Fig. 2 All-to-all network formed by using four H-R neurons

4 个 H-R 神经元延迟-星形连接网络模型的动力学微分方程为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - ax_1^3 + bx_1^2 - z_1 + I_{\text{ext}} + \alpha[x_2(t - \tau) + x_3(t - \tau) + x_4(t - \tau) - 3x_1] \\ \dot{y}_1 = c - dx_1^2 - y_1 \\ \dot{z}_1 = r[S(x_1 - \bar{x}_1) - z_1] \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = x_2 - ax_2^3 + bx_2^2 - z_2 + I_{\text{ext}} + \beta[x_1(t - \tau) - x_2] \\ \dot{y}_2 = c - dx_2^2 - y_2 \\ \dot{z}_2 = r[S(x_2 - \bar{x}_2) - z_2] \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_3 - ax_3^3 + bx_3^2 - z_3 + I_{\text{ext}} + \beta[x_1(t - \tau) - x_3] \\ \dot{y}_3 = c - dx_3^2 - y_3 \\ \dot{z}_3 = r[S(x_3 - \bar{x}_3) - z_3] \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_4 = x_4 - ax_4^3 + bx_4^2 - z_4 + I_{\text{ext}} + \beta[x_1(t - \tau) - x_4] \\ \dot{y}_4 = c - dx_4^2 - y_4 \\ \dot{z}_4 = r[S(x_4 - \bar{x}_4) - z_4] \end{cases} \quad (6)$$

需特别指出的是, 在星形网络连接的方程中采用了 2 个耦合强度 α, β 。定义 α 为其他 $N-1$ 个神经元的信号延迟反馈给 1 号神经元 (处于网络中心) 的延迟耦合强度, β 则为 1 号神经元的信号延迟反馈给其他 $N-1$ 个神经元的耦合强度, 研究 α, β, τ 分别变化时候的延迟网络同步情况。

取 1、2、3、4 号 4 个神经元的初始值分别为: $x_1=0.30, y_1=0.30, z_1=3.0$; $x_2=0.32, y_2=0.31, z_2=3.0$; $x_3=0.31, y_3=0.32, z_3=3.0$; $x_4=0.29, y_4=0.31, z_4=3.0$ 。首先研究时间延迟 $\tau=9.0$, 延迟耦合强度 $\alpha=0.001$, 延迟耦合强度 $\beta=1.0$ 时, 这 4 个 H-R 神经元的同步情况。图 3(a) 是中心神经元 1 号与周围神经元 2 号的状态变量 x_1 与 x_2 的同步误差, 图 3(b) 是周围神经元 2 号与 3 号的状态变量 x_2 与 x_3 的同步误差, 图 3(c) 是周围神经元 3 号与 4 号的状态变量 x_3 与 x_4 的同步误差。图 4 是这 4 个神经元的状态变量 $x_i(i=1, 2, 3, 4)$ 随时间变化的历程, 其中对第 3、4 两个神经元的时间历程沿纵坐标轴等距离平移了 4 个单位。从而可以更加直接、方便地在一张图内对该 4 个 H-R 神经元

的同步情况进行比较和研究。从图 3、图 4 可看到, 周围 3 个 H-R 神经元(即 2、3、4 号神经元)之间能取得十分良好的同步效果, 同步误差趋于 0, 但是处于网络中心的 H-R 神经元(即 1 号神经元)与周围神经元的同步效果差。

在 $\alpha \in [-2.0, 2.0]$ 区间内取值, 发现周围 3 个神经元会产生爆发性混沌同步行为, 而且同步效果都很好, 但中心神经元与周围神经元不能实现同步。究其原因, 从方程(3)~(6)可以发现, 耦合强度 α 对周围 3 个神经元并没有直接影响, 主要是处于网络中心的 1 号神经元接受来自周围神经元的延迟信号的影响。而耦合强度 β 则是中心神经元对周围 3 个神经元产生直接的影响, 所以从 2、3、4 号神经元同步的角度来

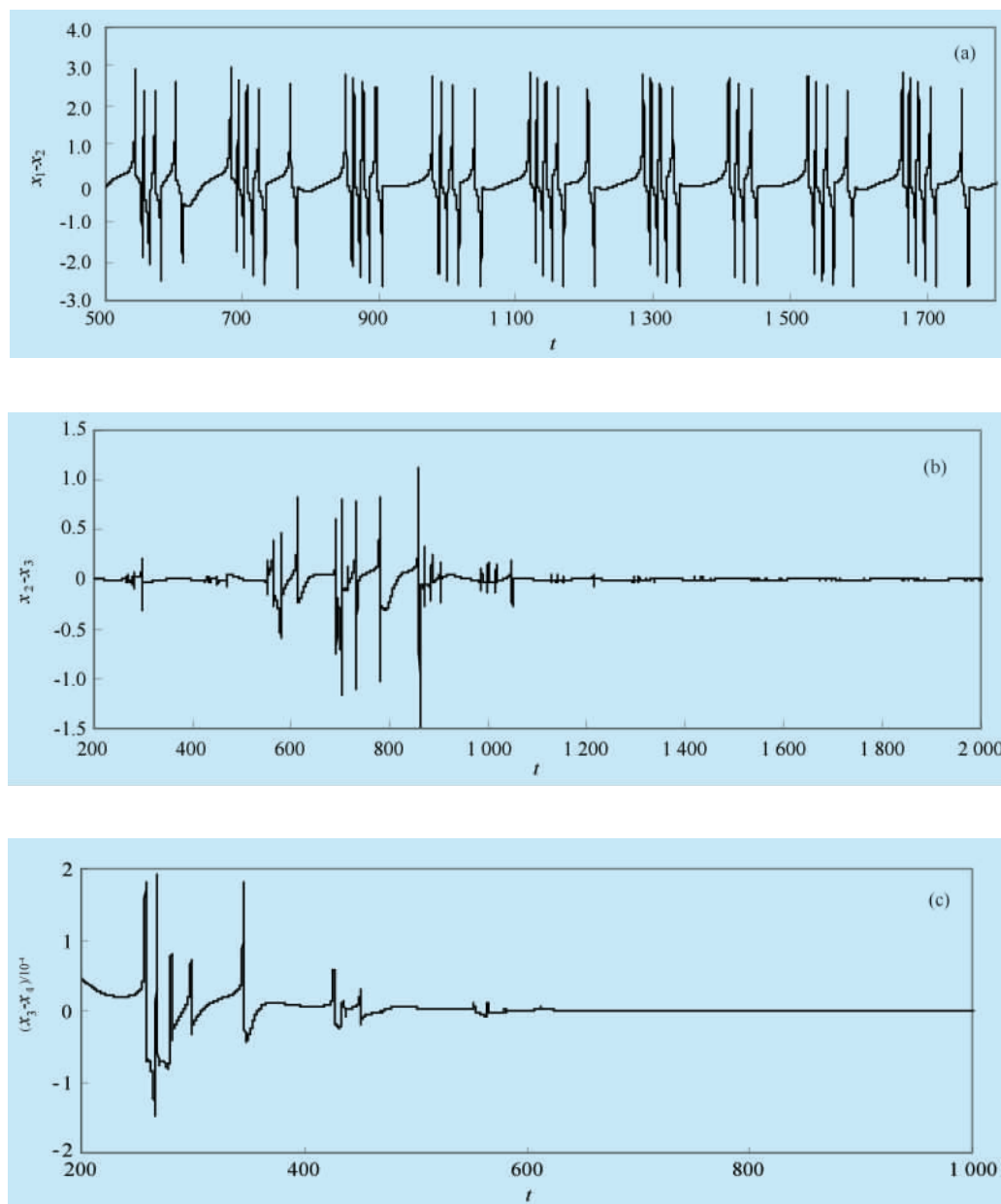
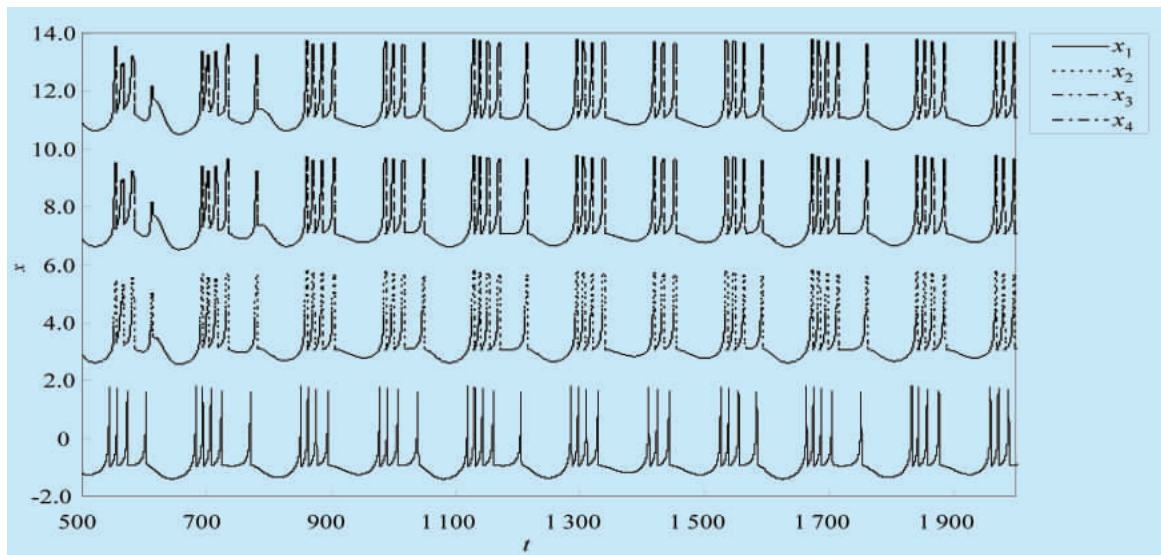
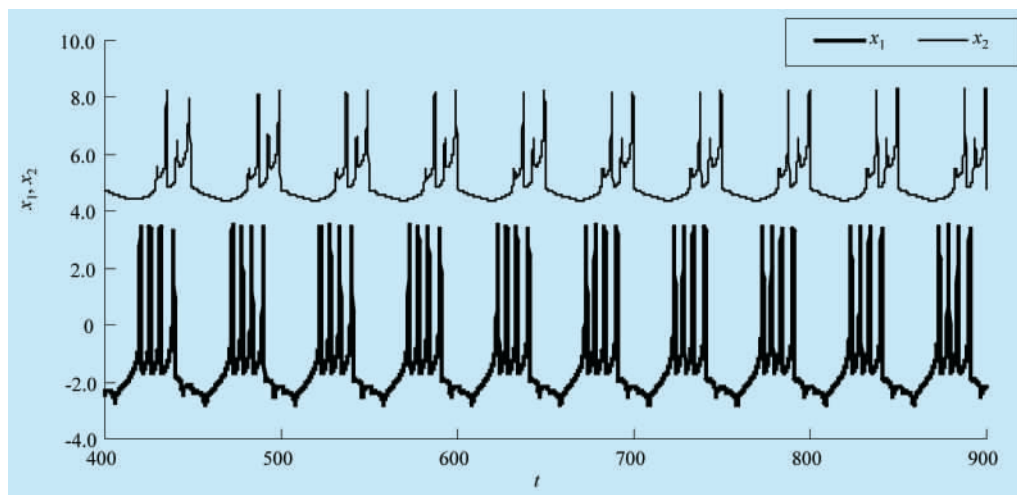


图 3 神经元状态变量之间误差的时间历程
Fig. 3 Time history of errors between state variables

图4 4个神经元状态变量 x 的时间历程Fig. 4 Time history of state variables x of four neurons

说,耦合强度 β 起到了主要作用。研究发现,在 $\alpha \in [-2.0, 2.0]$ 区间内,当耦合强度 α 取一些负值,神经元原来暴发式的混沌动力学行为经延迟控制后转变为周期的动力学行为,周围3个神经元仍然保持很好的同步,中心神经元与周围神经元不同步。例如,图5显示的是 $\alpha = -1.0, \beta = 1.0$ 时神经元2号和

1号的时间历程,此图对2号神经元的时间历程沿纵坐标轴进行了6个单位的等距离平移,以便在1张图内对该2个H-R神经元的状态变量的同步情况进行比较,发现2号和1号神经元没有实现同步,但都由原来的混沌簇发放电行为变为周期放电模式。

图5 1号和2号神经元状态变量 x 周期放电的时间历程 ($\alpha = -1.0, \beta = 1.0$)Fig. 5 Time history of periodic fire of state variable x

另外,分别取耦合强度 $\alpha = 0.001, \beta = 1.0$, 观察时间延迟 τ 变化下此网络连接形式下的4个神经元的同步情况。在 $\tau \in [3.0, 15.0]$ 中取值,发现时间延迟 τ 的变化没有对网络的同步产生较大的影响,在此区间内周围3个神经元均依旧能取得很好的同步效果,中心神经元(1号神经元)与周围的3个神经元的同步效果依然不理想(图6)。

3 结论

在 M. Dhamala 等^[10]研究的基础上,利用添加时间延迟耦合项的方法,构造时间延迟-星形连接的H-R神经网络,并对同步情况进行了详细分析与数值模拟。分别控制耦合强度与时间延迟的变化,讨论神经元在星形连接网络下的比较理想的同步情况。通过数值模拟,给出了4个神经元构成的网

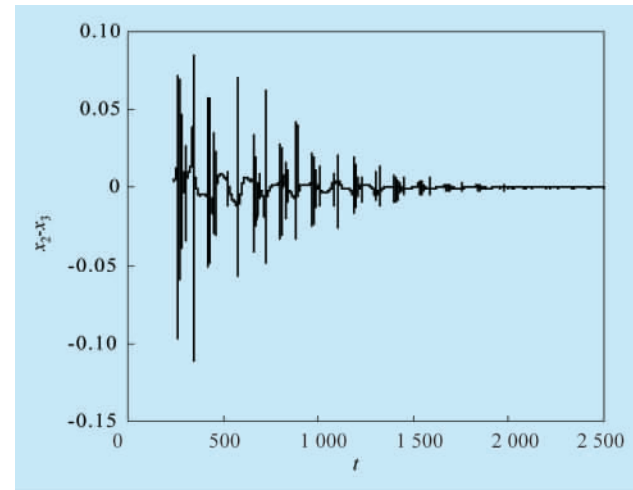
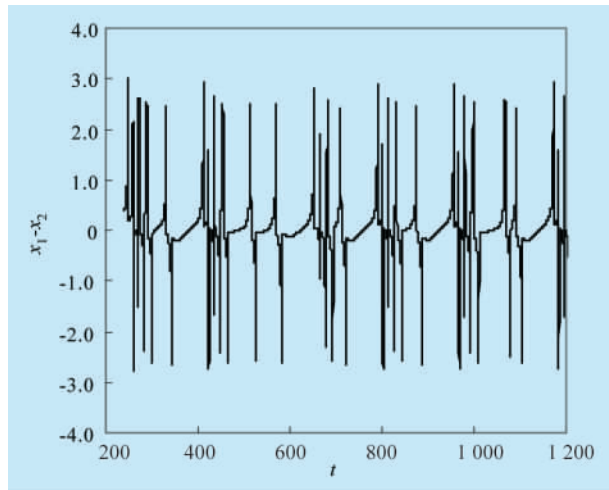


图 6 状态变量之间误差的时间历程

Fig. 6 Time series of x_1-x_2 and x_2-x_3

络情况下,能增强神经元之间混沌同步行为的时间延迟和耦合强度的范围。研究发现,利用时间延迟作为耦合项构成的星形连接网络,在耦合强度与时间延迟组合参数的一些范围内,周围神经元都能实现理想的同步效果,而中心神经元与周围神经元不能达到同步,这与星形网络连接的形式紧密相关,是延迟-星形网络连接特有的现象。当耦合强度 α 取一些负值,神经元原来暴发式的混沌动力学行为经延迟控制后转变为周期的动力学行为,周围 3 个神经元仍然保持很好的同步。

参考文献(References)

- [1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic system [J]. *Phys Rev Lett*, 1990, 64: 821-824.
- [2] Yu Hongjie, Peng Jianhua. Chaotic synchronization and control in nonlinear-coupled H-R neural systems [J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2006, 29 (2): 342-348.
- [3] 于洪洁, 林晨. H-R 神经网络的混沌同步[J]. *生物物理学报*, 2006, 22: 383-388.

- Yu Hongjie, Lin Chen. *Acta Biophysica Sinica*, 2006, 22: 383-388.
- [4] 于洪洁, 彭建华. H-R 神经元模型的混沌控制 [J]. *生物物理学报*, 2005, 21: 295-300.
- Yu Hongjie, Peng Jianhua. *Acta Biophysica Sinica*, 2005, 21: 295-300.
- [5] Wang W, Perez G, Cerdeira H A. Dynamical behavior of the firings in a coupled neuronal system[J]. *Phys Rev E*, 1993, 47: 2893-2898.
- [6] Shuai J W, Durand D M. Phase synchronization in two coupled chaotic neurons[J]. *Phys Lett A*, 1999, 264: 289-297.
- [7] Rosa M La, Rabinovich M I, Huerta R. Slow regularization through chaotic oscillation transfer in an unidirectional chain of H-R models[J]. *Phys Lett A*, 2000, 266: 88-93.
- [8] Pecora L M, Carroll T L. Master stability functions for synchronized coupled systems[J]. *Phys Rev Lett*, 1998, 80: 2109-2112.
- [9] Ali M K, Fang J Q. Synchronization of chaos and hyperchaos using linear and nonlinear feedback functions[J]. *Phys Rev E*, 1997, 55: 5282-5290.
- [10] Dhamala M, Jirsa V K, Ding M. Enhancement of neural synchrony by time delay[J]. *Phys Rev Lett*, 2004, 92: 074101-1-074101-4.

(责任编辑 陈广仁)

·学术动态·



“2009 年第八届全国小儿肿瘤学术会议”征文

中国抗癌协会拟定于 2009 年 6 月在湖北武汉召开第八届全国小儿肿瘤学术会议,拟授国家级一类学分 10 分。会议讨论内容:肝母细胞瘤、神经母细胞瘤、淋巴瘤的综合诊疗;肾母细胞瘤协会方案的汇总结果及修正;儿童肿瘤的术前治疗。

会议向相关科技工作者征文,内容包括:肿瘤标记物、发病机理、预后相关因素、免疫治疗等基础研究;肿瘤的影像学、病理学研究;儿童肿瘤的化疗、放疗、手术治疗及其多学科综合治疗;肿瘤患儿的规范化、人性化护理以及造血干细胞移植在儿童肿瘤中应用等。论文截止日期:2009 年 5 月 10 日。

联系地址:上海浦东东方路 1678 号上海儿童医学中心血液/肿瘤科(200127) 邹佳音

联系电话:021-38626161-5471;传真:021-58756539

电子信箱: zoujiayin@hotmail.com