

后方距离交会与角度交会对观测成果的影响研究

何泽平¹, 冯晓²

1. 重庆三峡学院建筑工程系, 重庆 404000

2. 重庆交通大学土木学院, 重庆 400074

[摘要] 结合工程实例介绍了控制点不能通视时快速求解交会点进行施工放样的方法, 并通过对后方角度交会和距离交会解算 α 角精度的分析研究, 提出根据后方交会的图形结构和仪器的测角测距精度来选择交会方法, 在现场很快获取较高精度的交会点坐标来进行施工放样的方法。

[关键词] 后方交会; 图形结构; 计算参数; 影响研究

[中图分类号] P258

[文献标识码] A

[文章编号] 1000-7857(2007)02-0060-04

A New Method to Obtain the Intersection Point

HE Zeping¹, FENG Xiao²

1. Department of Construction Engineering, Chongqing Three Gorges Institute, Chongqing 404000, China

2. Institute of Civil Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China

Abstract: In some cases, the control points can not be introduced for rapid visibility at the intersection point with the construction molding method and additional control points should be used. In this paper, it is proposed that the intersection points of rear edges and corners are calculated to deduce the desired intersection points. High precision coordinates can be obtained.

Key Words: resection; graphic construction; computation parameter; influence research

CLC Number: P258

Document Code: A

Article ID: 1000-7857(2007)02-0060-04

0 引言

在工程测量中, 常常遇到为工程建设服务的施工控制点因建筑物的修建或其它原因不能通视, 不得不临时增设测量点来进行工程的施工放样。增设控制点的方法很多, 一种较快的方法是在施工区域视野开阔、通视条件好且不易受到破坏的地方, 运用全站仪采用后方边角交会或后方边长交会的方法来求解交会点坐标。如果测量了组成三角形的边长(a, b)和后方交会角(γ)(见图1), 在计算交会点坐标时就出现了一个多余条件, 需要对观测参数进行平差后才能进行交会点的坐标计算。在工程测量现场短时间内不可能对观测成果进行平差处理。本文结合工程实例, 通过对后方边角交会和距离交会解算 α 角精度的分析研究, 提出用后方交会法来增设控制点时, 根据交会的图形结构来选择测量参数, 在现场很快获取较高精度的交会点坐标来进行施工放样的方法。

1 α 角的解算精度分析

后方交会如图1所示, A, B 为施工区域的控制点, 在交会点 P 安置仪器, 用全站仪测量距离 a, b 和交会角 γ , 则 P 点坐标按下式计算^[1]:

$$\begin{cases} x_P = x_A + b \cos(\alpha_{AB} - \alpha) \\ y_P = y_A + b \sin(\alpha_{AB} - \alpha) \end{cases}$$

式中 α_{AB} 为直线 AB 的方位角, 其中 α 可由以下两式解算:

$$\alpha = \arcsin \frac{a \sin \gamma}{c} \quad (1)$$

$$\alpha = \arccos \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad (2)$$

式(1)是通过测量交会点至控制点的水平距离来解算的后方边长交会法; 式(2)通过测量后方交会角和相应的水平距离来解算的后方边角交会。

收稿日期: 2006-10-19

作者简介: 何泽平, 男, 重庆万州重庆三峡学院建筑工程系, 副教授, 主要从事工程测量的教学和科研工作; E-mail: Hzp7297@163.com

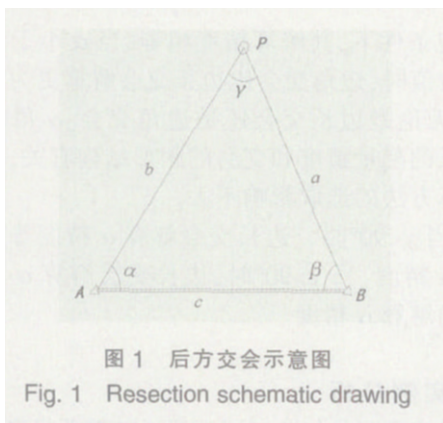


图 1 后方交会示意图
Fig. 1 Resection schematic drawing

1.1 α 解算精度的表达式

1.1.1 距离交会法

对式(1)进行微分整理得边长交会计算 α 角的中误差 m_{α} 的表达式

$$-\sin\alpha \frac{d\alpha}{\rho} = \frac{\alpha \cos\gamma}{bc} db + \frac{\alpha \cos\beta}{bc} dc + \frac{\alpha}{bc} da \quad (3)$$

于是

$$m_{\alpha}^2 = \frac{\rho^2}{c^2 \sin^2\beta} (\cos^2\gamma m_b^2 + \cos^2\beta m_c^2 + m_a^2) \quad (4)$$

式中 β, γ 根据控制点间的水平距离 c 和全站仪测量的水平距离 a, b , 由余弦定理计算所得 m_b, m_c, m_a 为三角形各边的水平距离测量中误差。

1.1.2 边角交会法

对式(2)进行微分整理得边角交会的 m_{α} 表达式

$$\cos\alpha \frac{d\alpha}{\rho} = \frac{\sin\gamma}{c} da + \frac{a \cos\gamma}{\rho} d\gamma - \frac{a \sin\gamma}{c^2} dc \quad (5)$$

于是

$$m_{\alpha}^2 = \frac{\rho^2}{c^2 \cos^2\alpha} (\sin^2\gamma m_a^2 + \frac{a^2 \sin^2\gamma}{c^2} m_c^2 + \frac{a^2 \cos^2\gamma}{c^2 \sin^2\alpha} m_{\gamma}^2) \quad (6)$$

式中 α, β 由正弦定理计算所得, m_{γ} 为 γ 的测角中误差。

1.1.3 条件平差法

若用 ν_{α} 表示 α 的改正数, ν_a, ν_b, ν_c 分别表示边长 a, b, c 的改正数, 单位为 mm, 用 ν_{γ} 表示 γ 的改正数, 又因 $\alpha \approx \alpha', \beta \approx \beta', \gamma \approx \gamma'$, 由式(3)、式(5)可得 α 角的改正式^[2]

$$\nu_{\alpha} = \frac{\rho a}{bc \sin\alpha} \nu_a - \frac{\rho a \cos\gamma}{bc \sin\alpha} \nu_b - \frac{\rho a \cos\beta}{bc \sin\alpha} \nu_c \quad (7)$$

$$\nu_{\alpha} = \frac{\rho \sin\gamma}{cc \cos\alpha} \nu_a - \frac{\rho a \sin\gamma}{c^2 \cos\alpha} \nu_c + \frac{a \cos\gamma}{cc \cos\alpha} \nu_{\gamma} \quad (8)$$

由此组成条件方程式

$$A\nu_a + B\nu_b + C\nu_c + F\nu_{\gamma} + W = 0 \quad (9)$$

式中

$$A = -\frac{\rho a}{bc \sin\alpha} - \frac{\rho \sin\gamma}{cc \cos\alpha}, B = -\frac{\rho a \cos\gamma}{bc \sin\alpha},$$

$$C = \frac{\rho a \sin\gamma}{c^2 \cos\alpha} - \frac{\rho a \cos\beta}{bc \sin\alpha}, F = \frac{a \cos\gamma}{cc \cos\alpha}$$

$$W = \arccos \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} - \arcsin \frac{a \sin\gamma}{c}$$

式中, $\rho = 206\,265$ 。

$$\text{设 } \mu^2 = m_{\beta}^2, \text{ 则有 } \frac{1}{P_{\beta}} = 1, \frac{1}{P_a} = \frac{m_a^2}{m_{\beta}^2}, \frac{1}{P_b} = \frac{m_b^2}{m_{\beta}^2}, \frac{1}{P_c} = \frac{m_c^2}{m_{\beta}^2},$$

由条件式组成法方程式, 逐一解算法方程和各改正数, 将计算的改正数代入式(7), (8), 可求得两种解算方法的改正数 ν_{α} 和 m_{α} 。

1.2 边角交会与边长交会解算精度相当的 m_{γ}

采用后方交会方法增设控制点时, 如果既测量了组成三角形的边长 (a, b), 又测量了后方交会角 (γ), 就可以任意选用式(1)或式(2)来计算 α 。当距离测量精度与测角精度匹配时, 无论选用哪种方法解算 α 时, 其解算精度是相同的。实际上, 测距精度和测角精度不可能完全匹配, 根据式(4)和式(6)可得出与测距精度匹配的测角精度 m_{γ} 。

$$m_{\gamma}^2 = \frac{\rho^2 \cos^2\alpha}{a^2 \cos^2\gamma \sin^2\beta} (\cos^2\gamma m_b^2 + \cos^2\beta m_c^2 + m_a^2) - \frac{c^2 \rho^2 \sin^2\alpha}{a^2 \cos^2\gamma} (\frac{m_a^2}{a^2} + \frac{m_c^2}{c^2}) \quad (10)$$

当上式右边项小于零时, 表明用边角法解算 α 角时, 其量边误差的影响已超过边长交会解算 α 的误差影响, 此时, 无论测角精度多高, 用边长交会法解算 α 角的精度明显高于边角法的解算精度。

1.3 图形结构对 m_{α} 影响

在工程实际中, 无论是选用测距仪或全站仪, 一般按下式的原则考虑测距精度与测角精度的匹配。

$$m_{\gamma}/S = m_{\alpha}/\rho$$

于是

$$m_{\alpha} = m_{\gamma} \cdot \rho / S \quad (11)$$

式中 m_{γ} 为测边中误差, S 为观测边的距离, m_{α} 为观测边的方向误差。

将式(4)变形整理, 得

$$m_{\alpha}^2 = (\frac{\rho \cdot m_b}{b})^2 \cdot \cot^2\gamma + (\frac{\rho \cdot m_c}{c})^2 \cdot \cot^2\beta + (\frac{\rho \cdot m_a}{a})^2 \cdot (\cot^2\gamma + \cot^2\beta) \quad (12)$$

若记 $m_{\alpha b} = \frac{m_b}{b} \cdot \rho, m_{\alpha a} = \frac{m_a}{a} \cdot \rho, m_{\alpha c} = \frac{m_c}{c} \cdot \rho$, 代入式(12)

有:

$$m_{\alpha}^2 = \cot^2\gamma \cdot m_{\alpha b}^2 + \cot^2\beta \cdot m_{\alpha c}^2 + (\cot^2\gamma + \cot^2\beta) \cdot m_{\alpha a}^2$$

于是

$$m_{\alpha}^2 = \cot^2\gamma (m_{\alpha b}^2 + m_{\alpha a}^2) + \cot^2\beta (m_{\alpha c}^2 + m_{\alpha a}^2) \quad (13)$$

对于同一台测距仪或全站仪, 测距相对精度相同, 则令 $m_{\alpha a} = m_{\alpha b} = m_{\alpha c} = m_{\alpha}$, 于是式(13)变形有

$$m_{\alpha}^2 = 2(\cot^2\gamma + \cot^2\beta) \cdot m_{\alpha}^2 \quad (14)$$

由式(14)可知, 当用边长交会法计算 α 角时, 其解算精度 m_{α} 受到交会三角形的图形结构强度的影响, 与

γ, β 角的组成大小和距离测量精度有关, 与控制点测量精度有一定关系, 但交会距离的长短对此影响不大。

同样将式 (6) 变形整理得

$$m_{\alpha}^2 = \left(\frac{\rho \cdot m_a}{a} \right)^2 \tan^2 \alpha + \left(\frac{\rho \cdot m_c}{c} \right)^2 \tan^2 \alpha + \frac{\tan^2 \alpha}{\tan^2 \gamma} m_{\gamma}^2 \quad (15)$$

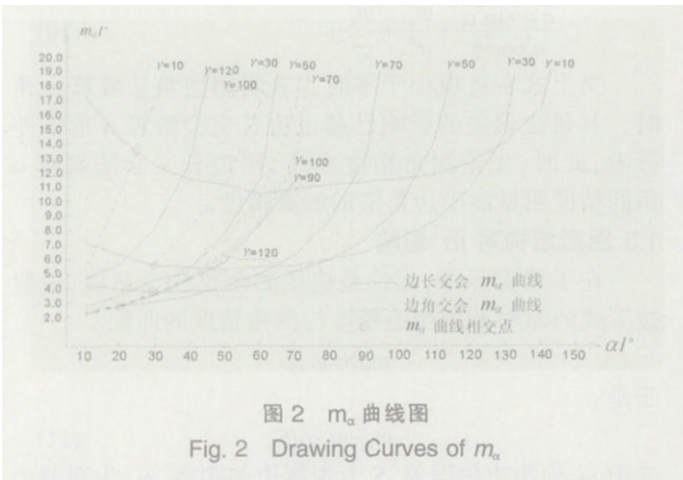
$$m_{\alpha}^2 = \tan^2 \alpha \cdot (m_{\alpha a}^2 + m_{\alpha c}^2 + \cot^2 \gamma m_{\gamma}^2) \quad (16)$$

同样有

$$m_{\alpha}^2 = \tan^2 \alpha \cdot (2m_{\alpha \text{ 边}}^2 + \cot^2 \gamma m_{\gamma}^2) \quad (17)$$

用边角交会的方法计算 α 角时, 其解算精度 m_{α} 同样受到交会三角形的图形结构强度的影响, 与 α, γ 角的组成大小和距离测量精度, 以及控制点的测量精度有一定关系, 但交会距离的长短对此影响不大。

为直观表达上述分析结果, 现设两控制点的水平距离 $c=500 \text{ m}$, 测距精度 $\pm(5 \text{ mm}+5 \times 10^{-6} \text{ D})$, 测角精度 $m_{\gamma}=5''$, 选用不同 γ, α 对两种解算方法的 m_{α} 进行对比计算, 并绘制 m_{α} 的曲线图 (见图 2)。



由 m_{α} 曲线图可得出以下 4 点。

1) 当 γ 角一定时, 边长交会解算的 m_{α} 曲线以 $\gamma=90$ 为界形成两种变化趋势, 当 $\gamma<90$ 时, m_{α} 曲线成凹形, 其变化较平稳; 当 $\gamma>90$ 时, m_{α} 变化较快, 并随 α 的增大而逐渐加快。边角解算的 m_{α} 曲线变化较快, 并以 $\alpha=90$ 为界, 当 $\alpha \rightarrow 90$ 时, m_{α} 趋向无穷大。

2) 当 γ 角一定时, 边长交会的 m_{α} 曲线与边角交会的 m_{α} 曲线有交点, 交点处 m_{α} 值相等, 表明两种解算方

法在一定条件下, 其解算精度相等, 当 α 小于或大于该交点对应值时, 边角交会比边长交会解算更为有利。

3) 无论是边长交会还是边角交会, α 角的解算精度与边长的测量精度和交会的图形结构有关, 边长的长短对解算方法的选取影响不大。

4) 当 $\gamma<90$ 时, 边长交会解算 α 精度普遍高于边角解算 α 精度, 当 $\gamma>90$ 时, 边长交会解算 α 精度普遍低于边角解算 α 精度。

2 工程实例分析

在重庆万州盐化工园区浮法玻璃项目高切坡治理工程地质勘察钻孔位置的测设中, 业主提供的控制点部分被破坏或因建筑物的修建等使相邻控制点间不通视, 为此选用宾得全站仪 (标称精度为: $5'' \pm(5 \text{ mm}+5 \times 10^{-6} \text{ D})$), 采用后方交会的方法进行控制点的增设 (图 3)。首先用两个测回分别测出 a_1, b_1 和 γ_1 , 作为检查再测出 a_2, b_2 和 γ_2 , 在现场成果计算时采用边长交会的方法计算 P 点的坐标, 取边长交会计算的 P 点坐标的平均值, $x=3 607.290$, $y=2 651.563$ 作为施工测量的依据。根据测量资料采用边角交会法计算 P 点坐标, 同边长交会法计算的坐标进行比较。全站仪的测角、测距精度按标称精度估算 (控制点间距离按 $1/30 000$ 估算精度), 同时采用条件平差的方法计算边长交会和边角交会的改正数 ν_{α} 。

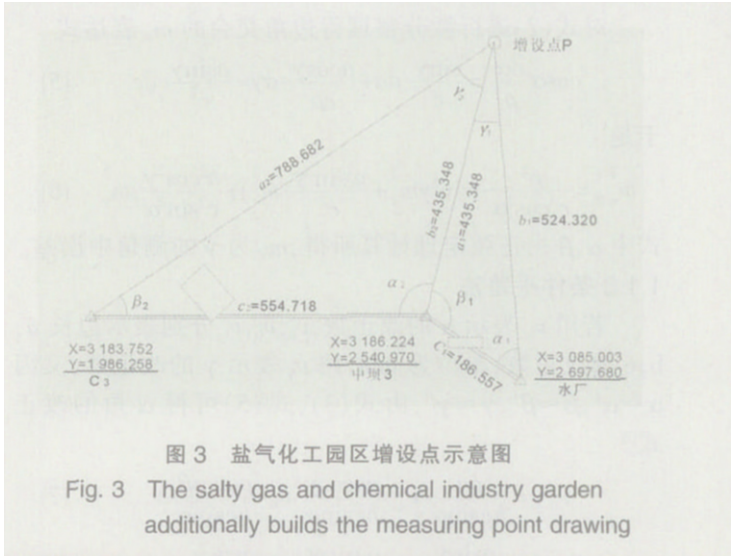


图 3 盐化工园区增设点示意图

Fig. 3 The salty gas and chemical industry garden additionally builds the measuring point drawing

表 1 边角交会和边长交会解算精度对比

Table 1 Calculates the precision contrast of the angle- length of side resection and the length of side resection

观测方向	测量数据	解算方法	α 计算值	Δ	m_{α}	条件平差计算		增设点 P 的坐标	
						ν_{α}	m_{α}	x	y
水厂中坝 3	$a_1=435.348$ $b_1=542.320$ $\gamma_1=19 \ 45 \ 40''$	边长交会	52 $^{\circ}$ 05 $'$ 41 $''$	14 $''$	4.5 $''$	- 4.3 $''$	6.8 $''$	3 607.291	2 651.560
		边角交会	52 $^{\circ}$ 05 $'$ 27 $''$		20.6 $''$	9.7 $''$	25.1 $''$	3 607.287	2 651.524
中坝 3C ₃	$a_2=788.682$ $b_2=435.348$ $\gamma_2=42 \ 48 \ 15''$	边长交会	104 $^{\circ}$ 58 $'$ 19 $''$	27 $''$	8.7 $''$	- 6.5 $''$	10.4 $''$	3 607.290	2 651.566
		边角交会	104 $^{\circ}$ 57 $'$ 52 $''$		24.1 $''$	20.5 $''$	21.1 $''$	3 607.304	2 651.510

和 m_{ij} 其观测成果的对比分析见表 1。虽然条件平差计算的误差同边长交会和边角交会的误差不同,但其变化的趋势是一致的,表明在现场取边长交会的观测成果作为下一步工作的依据是正确的。

3 结束语

在工程测量中采用后方交会的方法选用测距仪或全站仪增设测量点时,选用的测量仪器的测距精度同测角精度不匹配时,选用较低观测参数解算 α 角将直接影响交会点的解算精度,并直接影响到施工测量的精度。为此在测量交会点与控制点间的水平距离和交会角后,应根据后方交会的图形结构和测量仪器的测角测距精度来选择交会的参数,在现场用普通计算器很快

就可解算出较高精度的交会点坐标。在实际工作中,采用本文介绍的方法进行控制点的增设,将提高工作效率,缩短野外作业时间,精度可靠,是一种快速且可选取任意点作为测站位置的高度灵活的方法。

参考文献(References)

- [1] 李青岳, 陈永奇. 工程测量学[M]. 北京: 测绘出版社, 1995.
LI Qingyue, CHEN Yongqi. Surveying project [M]. Beijing: SinoMaps Press, 1995.
- [2] 邢永昌, 张凤举. 矿区控制测量(下册)[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1987.
XING Yongchang, ZHANG Fengju. Mine control measure (List)[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1987. (责任编辑 代 丽)

欢迎投稿 欢迎订阅 中国自然科学核心期刊, 力学研究的向导 《力学进展》

《力学进展》1971 年 9 月创刊, 是由中国科学院主管, 中国科学院力学研究所主办的, 中国力学界唯一的以综述、评论力学研究进展为特色的学术期刊。其宗旨是为促进力学学科的发展和力学人才的成长服务。它的读者对象是力学及相关学科领域的科研、教学、决策管理人员及高等学校师生。她既着重反映力学前沿的重要进展, 新兴领域中的活跃状态, 以及力学与其它学科交叉的研究进展, 也反映那些历史较为悠久的分支学科中的新进展。文章形式多样, 主要栏目包括: (1) 关于力学各领域的重要方向、专题或问题的, 反映当代水平的综述性评论; (2) 对国内外优秀工作成果的总结; (3) 国外高水平力学综述评论及跨学科文章的译文; (4) 对国内外最新高水平力学论文、综述评论文章及专著的介绍和简评; (5) 对力学的发展可能会有影响的重要力学问题或概念的学术见解; (6) 介绍力学学科动态; (7) 与力学相关的国家重点实验室的研究工作进展; (8) 自然科学基金力学学科的有关信息; (9) 力学人才的需求信息。

《力学进展》所登文章由力学界专家撰写或指导撰写。对力学重大科研方向和课题进行全面、系统、深入的综述、评论和展望。它站在力学研究的前沿, 覆盖力学的所有领域, 具有很高的科研导向作用和参考价值, 深受我国力学界专家、各层次科研人员、工程技术人员、科研管理人员和高校师生喜爱。读《力学进展》能使您开拓视野, 并从中获得更多的新知识与新信息。

主 编: 白以龙
主办单位: 中国科学院力学研究所, 中国力学学会
刊 号: CN11-1774/O3; ISSN1000-0992
邮发代号: 82-331; 国外代号: Q693;
本刊为季刊, 大 16 开, 每期 160 页, 2007 年每期定价 50 元, 全年 200 元。

欢迎力学及相关学科同仁订阅我刊, 定刊可到邮局, 也可与编辑部直接联系。
地 址: 北京市海淀区北四环西路 15 号, 中国科学院力学研究所, 《力学进展》编辑部。
邮 编: 100080
电 话: 010-62637035
传 真: 010-62559588
E-mail: lxjz@cstam.org.cn or lxjz@mech.ac.cn
http://www.cstam.org.cn/lxjz/lxjz.asp

《力学与实践》 征稿、征订启事

《力学与实践》是由中国力学学会, 中科院力学研究所共同主办的力学学科发行量最大、读者面最广的综合性学术刊物。设有专题综述、应用研究、教育研究、力学纵横等栏目。它刊登力学及其交叉学科进展; 报道力学应用成果和力学教育进展; 介绍成就突出的力学工作者、力学史、学术活动、力学趣话、新书评介等, 在国内力学刊物中独具特色。它以工程技术人员、科研人员和院校师生为对象, 帮助他们丰富力学知识、开阔视野、活跃学术思想。创刊 20 多年来刊物受到广大读者的喜爱, 多次荣获中科院和中国科协期刊评比的奖项, 堪称“读者之友”。

《力学与实践》为双月刊, 每期定价 20 元, 全年 120 元, 每期 96 页。

国内邮发代号: 2-178;

刊 号: CN11-2064/O3

欢迎投稿, 欢迎订阅。

编辑部地址: 北京市海淀区北四环西路 15 号 (邮编: 100080)

电 话: 010-62554107

传 真: 010-62559588

电子信箱: lxjz@cstam.org.cn