

机翼颤振的非线性动力学和控制研究

丁 千, 陈予恕

天津大学力学系, 天津 300072

摘要 介绍应用现代非线性动力学和控制的理论和方法对机翼颤振问题进行的一些研究, 主要包括 3 部分: ① 针对用活塞理论建立的(高)超音速流中机翼的颤振方程, 首先进行稳定性分析, 证明 Hopf 分岔导致系统颤振失稳。然后应用规范型直接法推导出 Hopf 分岔的规范型, 分析其系数表明, 随着飞行马赫数提高, Hopf 分岔由超临界形式变成亚临界形式, 对结构的危害性增大; ② 针对不可压缩流中具有立方非线性俯仰刚度的二元机翼颤振, 应用 wash-out 滤波器技术进行主动控制。对于引入的 wash-out 滤波控制器, 先按 Hopf 分岔条件确定线性控制增益, 再用规范型直接法得到受控系统的规范型, 由分岔类型与规范型系数的关系确定非线性控制增益, 从而可以将危害性较大的亚临界 Hopf 分岔变为危害性较小的超临界 Hopf 分岔; ③ 基于空间 Poincaré 截面并引入轨迹追踪技术, 改进胞映射方法, 分析初始条件对含双线性结构刚度因素的机翼颤振的影响。结果显示, 初始条件对系统动力学行为有着很大的影响。当两段刚度之比小于某临界值时, 不同的初始条件会导致平衡点、极限环振动、复杂的周期运动、混沌和发散运动等不同的运动形式。

关键词 机翼颤振; Hopf 分岔; 规范型; 滤波器技术; 胞映射方法

中图分类号 O322

文献标识码 A

文章编号 1000-7857(2009)02-0053-09

Non-linear Dynamics and Control of Flutter of Airfoil

DING Qian, CHEN Yushu

Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract This paper presents our studies on the flutter of airfoil by using modern nonlinear dynamics and control methods, including mainly the following three parts. (1) Studies on Hopf bifurcation flutter of airfoil in a supersonic flow field using the normal form direct method. An analysis of the obtained coefficients of the normal form indicates that the Hopf bifurcation can change from super-critical type to sub-critical type, consequently, the flutter instability changes from "benign" type to "catastrophic" type, as the flight Mach number increases. (2) The wash-out filter technique is used to control the flutter of a two dimensional airfoil with cubic non-linearity in an incompressible flow. For the introduced wash-out filter controller, the linear control gain of the controller is determined according to the Hopf bifurcation condition and the non-linear one is determined based on a relationship between the bifurcation type and the parameters of the normal form obtained by the normal form direct method. As a result the sub-critical Hopf

bifurcation can be transformed to the super-critical one. (3) Influence of initial conditions on flutter of airfoil with bilinear structural nonlinearity is investigated by the improved cell mapping technique. Different types of motions, including damped stable motion, limit cycle oscillation, complicated periodic motion, chaotic motion and divergent flutter are determined as a function of initial conditions.

Keywords flutter of airfoil; Hopf bifurcation; normal form method; wash-out filter technique; cell mapping technique

0 引言

机翼颤振是在气流激励下, 结构的弹性力、惯性和气动力耦合作用产生的一种气动弹性失稳(分岔和混沌)现象, 能给飞机带来灾难性后果(例如解体), 一般在达到一定飞行速度时产生。由于具有重要的理论和实际意义, 国内外均对此进行了大量研究, 例如应用等效线性化法研究机翼颤振的混沌问题并找出混沌带, 用 KBM 法研究带外挂机翼颤振问题, 用后继函数法研究分岔点类型, 用描述函数法研究机翼颤振的时、频域特点等^[1-5]。通过这些研究, 可以提供设计参数选择建议, 尽量避免可能的颤振危害。对于可能带来严重危害的分岔现象, 也可以有目的地引入控制器来改变其特征, 包括延迟分岔的发生、镇定不稳定的分岔轨道、改变分岔轨道的

收稿日期: 2008-11-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(10672115, 10272078)

作者简介: 丁千, 教授, 研究方向为非线性动力学与控制, 电子信箱: qding@tju.edu.cn

类型或形状、通过分岔控制来控制混沌等^[6-7]。

本文介绍应用现代非线性动力学和控制的理论和方法,对机翼颤振问题进行的一些研究^[8-12],包括应用规范型直接法研究高超音速流中的机翼颤振,重点分析某些气动、结构和物理参数对颤振的影响;将 wash-out 滤波器技术与规范型直接方法相结合,研究机翼颤振的主动控制,通过选取适当的非线性增益系数,引入超临界 Hopf 分岔从而压制原有的亚临界 Hopf 分岔,增强飞行稳定性;基于空间 Poincaré 截面并引入轨迹追踪技术,改进胞映射方法,用来分析初始条件对含双线性结构刚度因素的机翼颤振的影响,揭示极限环振动、多周期运动、混沌和发散等复杂运动类型。

1 超音速流中机翼颤振分岔研究

当飞行马赫数 $Ma > 5$ 时,即认为是高超音速飞行。由于高超音速流动本身十分复杂,流场存在真实气体效应、激波附面层干扰、稀薄气体特征和热障,为高超音速流场的精确数值模拟带来了巨大困难。基于高超音速无黏流的分析,前人给出了许多高超音速定常气动力的预测方法,包括牛顿法、切楔/切锥法、活塞理论以及激波膨胀波法等,其中活塞理论是 Ashley 于 1956 提出的针对在(高)超音速流中机翼的颤振方程。Librescu 等应用活塞理论并采用李亚普诺夫函数法,分析了含有立方结构和气动非线性机翼的颤振稳定性^[13]。作者应用规范型直接法研究(高)超音速流中的机翼颤振,重点分析某些气动、结构和物理参数对颤振的影响。

1.1 超音速流中的机翼运动方程

二元机翼模型如图 1 所示,考虑上下沉浮 h 和俯仰角 α ,且具有立方非线性俯仰刚度和非线性气动升力的无量纲运

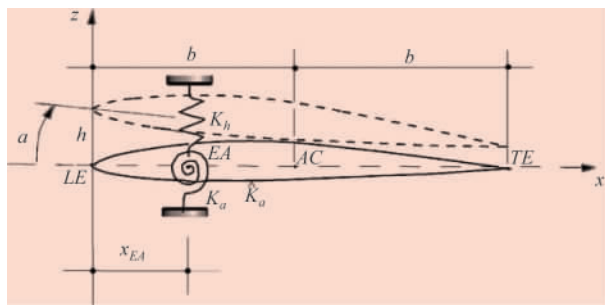


图 1 二元机翼模型

Fig. 1 Two-dimensional airfoil mode

动方程为

$$\begin{cases} \xi'' + \chi_\alpha \alpha'' + 2\zeta_h \left(\frac{\bar{\omega}}{V}\right) \xi' + \left(\frac{\bar{\omega}}{V}\right)^2 \xi = l_a \\ \left(\frac{\chi_\alpha}{r_\alpha^2}\right) \xi'' + \alpha'' + \left(\frac{2\zeta_\alpha}{V}\right) \alpha' + \left(\frac{1}{V^2}\right) \alpha + \left(\frac{1}{V^2}\right) B \alpha^3 = m_a \end{cases} \quad (1)$$

引入无量纲变换

$$\tau = \frac{U_\infty t}{b} \quad \xi = \frac{h}{b} \quad \chi_\alpha = \frac{S_\alpha}{mb} \quad \zeta_\alpha = \frac{c_\alpha}{2I_\alpha \omega_\alpha}$$

$$\zeta_h = \frac{c_h}{2m\omega_h} \quad r_\alpha = \sqrt{\frac{I_\alpha}{mb^2}} \quad B = \frac{\hat{K}_\alpha}{K_\alpha} \quad V = \frac{U_\infty}{b\omega_\alpha}$$

其中, m, I_α 为单位翼展质量和惯性矩; S_α 为静不平衡量; c_α, c_h ,

K_α, K_h 为线性阻尼和刚度系数; $\bar{\omega} = \omega_h / \omega_\alpha$ (其中 $\omega_h = \sqrt{K_h/m}$,

$\omega_\alpha = \sqrt{K_\alpha/I_\alpha}$); $\hat{K}_\alpha$ 为非线性刚度。无量纲气动升力 l_a 和扭矩 m_a

由下式给出(下划线部分表示立方气动非线性项):

$$\begin{cases} l_a = -\frac{\lambda}{12\mu Ma} \{12\alpha + \underline{Ma^2(1+\gamma)\lambda^2\alpha^3} + 12[\xi' + (1-x_0)\alpha']\} \\ m_a = \frac{\lambda}{12\mu Ma} \frac{1}{r_\alpha^2} \{12(1-x_0)\alpha + \underline{Ma^2(1-x_0)(1+\gamma)\lambda^2\alpha^3} + \\ 4[3(1-x_0)\xi' + (4-6x_0+3x_0^2)\alpha']\} \end{cases}$$

式中, ρ, V 为来流密度和速度, $\mu = m/(4\rho b^2)$ 为无量纲质量参数,

$x_{EA} = x_0 b$ 为俯仰轴到机翼前沿的距离, γ 为气体等熵系数(空气

取 $\gamma = 1.4$), λ 为气动修正系数(近似取为 1), Ma 为飞行马赫

数。在(高)超音速区域,飞行速度 V 与马赫数 Ma 各自变化。

以下取系统参数: $\mu = 100$, $\chi_\alpha = 0.25$, $\bar{\omega} = 1.2$, $r_\alpha = 0.5$, $x_0 = 0$, $B = 50$, $\zeta_\alpha = \zeta_h = 0$ 。

引入状态变量,化方程(1)为一阶常微分方程组形式:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(V)\mathbf{x} + \mathbf{f}(\mathbf{x}, V) \quad \mathbf{x} = (\xi, \alpha, \xi', \alpha')^T = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T \quad (2)$$

其中, $\mathbf{A}(V)$ 为线性项系数矩阵, $\mathbf{f}(\mathbf{x}, V)$ 为非线性项(取到 3 次项)。

1.2 分岔点确定与方程简化

显然,零解 $\mathbf{x} = 0$ 是系统(2)的静平衡点。线性矩阵 $\mathbf{A}(V)$ 在静平衡点的特征方程为

$$\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4 = 0 \quad (3)$$

其中,系数 $a_1 \sim a_4$ 中包含飞行速度 V 与马赫数 Ma ,且 $a_1 > 0$ 。当

满足以下条件时,式(3)具有一对纯虚根 $\lambda_{1,2} = \pm i\Omega_c = \pm i\sqrt{a_3/a_4}$ ($i = \sqrt{-1}$) 和一对具有负实部的根 $\lambda_{3,4}$:

$$\frac{a_3}{a_1} \left(\frac{a_3}{a_1} - a_2 \right) + a_4 = 0 \quad \frac{a_3}{a_1} - a_2 < 0 \quad a_3 > 0 \quad (4)$$

从式(4)的等式中解出失稳速度 V_F ,即系统的 Hopf 分岔点。

当 $V > V_F$ 时,机翼产生频率为 Ω_c 的极限环,所以也称 V_F 为临界颤振速度。考虑 $Ma = 5$ 和 20 两种情形,分别计算得出 $V_{1F} = 15.7708362$ 和 $V_{2F} = 31.4832746$ 。

研究 $Ma = 5$ 的情况。令 $V = V_{1F} + \sigma$, σ 是小参数。将式(2)在 $\sigma = 0$ 展开并引入线性变换 $\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{y}$, $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4)^T$, $\mathbf{P}$ 为与展开项中线性矩阵 $\tilde{\mathbf{A}}(0)$ 的特征根相应的特征向量方阵,得到方程

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{B}\mathbf{y} + \sigma\mathbf{C}\mathbf{y} + \mathbf{f}(\mathbf{y}) \quad (5)$$

其中, $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{C}$ 均为实数矩阵,且 $\mathbf{B}$ 具有与 $\tilde{\mathbf{A}}(0)$ 相同的特征根, $\mathbf{f}(\mathbf{y})$ 为 $\mathbf{y}$ 的 3 次项函数。

1.3 规范型

规范型方法是研究非线性振动的重要方法。传统上首先采用中心流形理论对高维方程进行降维,然后再用一系列近恒同变换进行简化,最后对简化后的方程进行非线性分析。

在这一过程中存在着大量矩阵计算,较为复杂。通过改进,文献[14]给出计算规范形的直接方法,可省去中间计算中心流形的过程。令 u 和 v 分别代表中心流形和稳定流形上流的变量,采用规范型直接法计算程序,得到式(5)直到三阶(σ 至二阶)的非线性变换 $u=U(\sigma, v)$ 和规范型:

$$\begin{cases} \frac{dv_1}{dt} = 0.0866763v_2 + 0.0051812\sigma v_1 + 0.0015035\sigma v_2 + \\ \quad 0.0098923\sigma^2 v_1 - 0.0066059\sigma^2 v_2 - 156.0719v_1^3 - \\ \quad 167.2900v_1^2 v_2 - 156.0719v_1 v_2^2 - 167.2900v_2^3 \\ \frac{dv_2}{dt} = -0.0866763v_1 + 0.0066059\sigma^2 v_1 + 167.2900v_1^3 - \\ \quad 0.0015035\sigma v_1 - 156.0719v_2^3 + 167.2900v_1 v_2^2 - \\ \quad 156.0719v_1^2 v_2 + 0.0098923\sigma^2 v_2 + 0.0051812\sigma v_2 \end{cases} \quad (6)$$

令 $v_1 = r \cos \varphi, v_2 = r \sin \varphi$, 将上式转化为极坐标形式

$$\frac{dr}{dt} = ar + br^3 \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega + cr^2 + d\sigma \quad (7)$$

其中, $a = -156.0719, b = 0.0051812, c = 167.2900, d = -0.0015035, \omega = -0.0866763$ 。由于 a, b 异号,原系统在 $V_{IF} = 15.7708362$ 处产生超临界 Hopf 分岔,见图 2(a)。

对于 $Ma = 20$ 的情形,同样可以推导得到如式(7)的分岔方程,其中 $a = 39.5085390, b = 0.0009171, c = -126.2714710, d = -0.0010516, \omega = -0.0434185$ 。由于 a, b 同号,原系统在 $V_{2c} = 31.4832746$ 处产生亚临界 Hopf 分岔,见图 2(b)。数值模拟验证了理论分析结果。

1.4 参数对颤振的影响

图 2 表明,超临界 Hopf 分岔产生较小幅值的缓变极限环,危害性较小。亚临界 Hopf 分岔产生较大幅值极限环,导致机翼的强烈振动,危害性较大。计算得到系统参数变化与 Hopf 分岔类型的关系,如图 3 所示 a 与 Ma 的关系(b 始终大

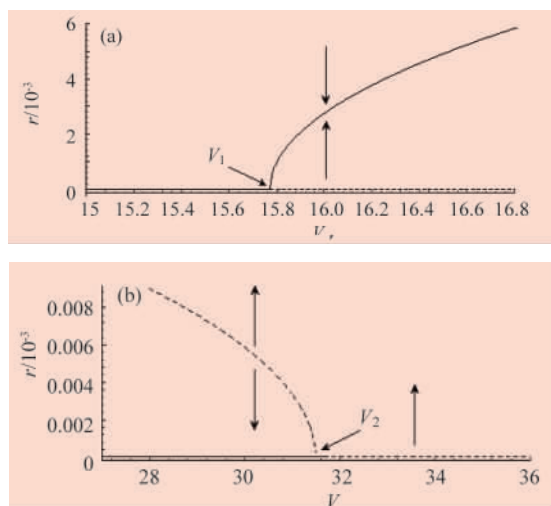


图 2 机翼的 Hopf 分岔——超临界分岔 ($Ma=5$) (a) 和亚临界分岔 ($Ma=20$) (b)

Fig. 2 Hopf bifurcation diagrams: supercritical bifurcation ($Ma=5$) (a) and subcritical bifurcation ($Ma=20$) (b)

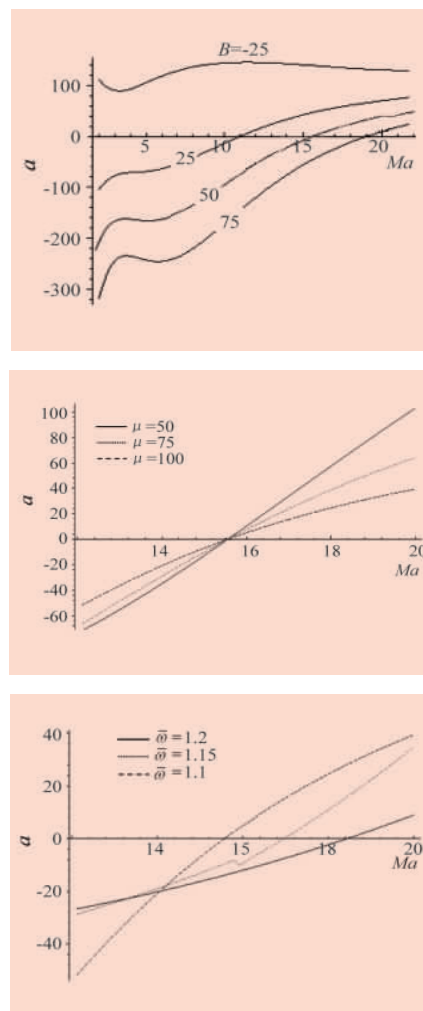


图 3 不同条件下参数 a 与飞行马赫数 Ma 的关系
Fig. 3 Relations between the normal form parameter a and flight Mach number under different conditions

于 0)。 $a-Ma$ 曲线与 Ma 轴截点对应着临界马赫数 Ma_c , 即 a 由负变为正,分岔由超临界变为亚临界。

1) 规一化非线性刚度系数 B 增加会导致临界马赫数增大,飞行更安全。当 $B = -25$ 时, a 始终为正, Hopf 分岔只能是危害性较大的亚临界形式。

2) 由于 $a-Ma$ 曲线与 Ma 轴截点不变, 因此无量纲质量参数 μ 的改变不影响临界马赫数。

3) 沉、俯固有频率比 ω 增加会导致临界马赫数减小, 飞行更不安全。

图 4 给出了临界马赫数 Ma_c 与 B 和 x_0 (悬挂点与质心位置之比) 的关系, 表明增大悬挂点与质心的距离有助于提高临界马赫数。

2 基于 wash-out 滤波器技术的机翼颤振控制

有目的地引入控制器可以改变系统的分岔特征, 包括延迟分岔的发生、镇定不稳定分岔轨道、改变分岔轨道类型或形状、通过分岔控制来控制混沌等。常用的控制手段有:

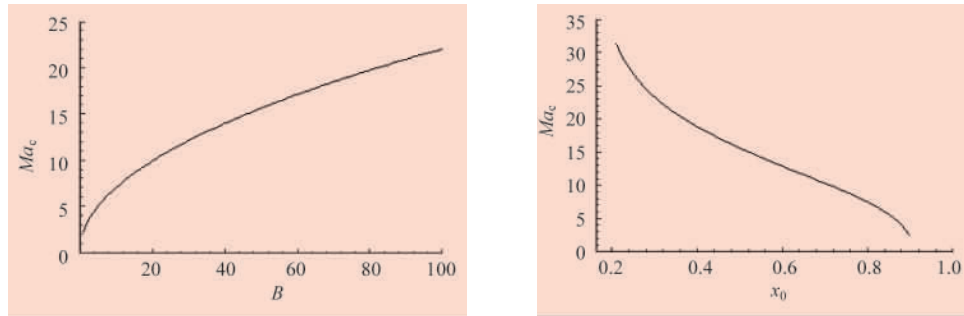


图 4 临界马赫数与 B 和 x_0 的关系

Fig. 4 Relations between the critical flight Mach number and B and x_0

wash-out 滤波器法, 线性和非线性反馈法, 频域分析和逼近方法, 以及标准型理论等。其中, wash-out 滤波器法是一种扩充的线性或非线性状态反馈法, 利用分岔反控制原理, 通过引入新的分岔来改变系统原有的动力学特性。它具有以下优点: 控制器结构简单, 易于工程实现; 可以利用较小的控制代价实现分岔控制或者混沌控制; 可以应用于高维系统并且具有一定的鲁棒性等, 因此 wash-out 滤波器技术在工程中得到了广泛的应用。

亚临界 Hopf 分岔产生较大幅值极限环, 使机翼产生强烈振动。针对含结构立方非线性机翼颤振, 作者将 wash-out 滤波器技术与规范型直接方法相结合进行主动控制研究。

2.1 机翼运动的 Hopf 分岔

考虑上下沉浮 h 和俯仰角 α , 不可压缩流中具有黏性阻尼和立方型非线性俯仰刚度的机翼运动方程为

$$\begin{cases} \ddot{h} + 0.25\ddot{\alpha} + 0.1\dot{h} + 0.2\dot{\alpha} + 0.1\alpha V = 0 \\ 0.25\ddot{h} + 0.5\ddot{\alpha} + 0.1\dot{h} + k\alpha + e\alpha^3 - 0.04\alpha V = 0 \end{cases} \quad (8)$$

其中, k ($=20$) 和 V 分别为线性俯仰刚度系数、非线性刚度因子和广义气流速度。稳定性分析可知, 存在临界线性俯仰刚度系统 $k_0 \approx 0.126$, 当 $k > k_0$ 时产生超临界的 Hopf 分岔, $k < k_0$ 时产生亚临界 Hopf 分岔, 见图 5 ($k=0.0816$)。虽然线性分岔点 $V_{1F} \approx 1.5$, 但在速度 $V > V_c \approx 0.9$ 后, 当初始值或扰动较大时, 响应会跳跃到一个较大幅值的极限环上, 导致突发剧烈的机翼颤振, 危及飞行安全。本文将利用 wash-out 技术, 在 $V_c \approx 0.9$ 点引入超临界 Hopf 分岔, 从而压制原有的亚临界 Hopf 分岔,

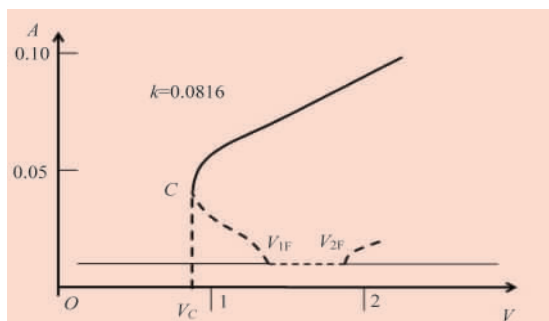


图 5 亚临界 Hopf 分岔

Fig. 5 Sub-critical Hopf bifurcation

降低极限环的幅值。

2.2 应用 wash-out 滤波器技术设计非线性控制器

引入新的控制状态变量 u , 并将系统 (8) 写成状态方程的形式

$$\dot{x} = Ax + F(x) + Bu \quad (9)$$

其中, $x = (\alpha, \dot{\alpha}, h, \dot{h})^T$, A 和 $F(x)$ 分别为常系数矩阵和立方非线性项, $B = (0, 0, 0, 1)^T$ 。显然, 零点 $(0, 0, 0, 0)$ 是系统的平衡点, 控制状态变量 u 必须满足以下条件:

$$y = \dot{\omega} = x_i - d\omega \quad u = g(y) = k_1 y + k_n y^3 \quad (10)$$

其中, k_1 , k_n 为控制器的线性和非线性增益, x_i 为被控状态变量 (可以是 x 的任一分量), d 为滤波器时间常数, ω 为新引入状态变量。将 $V=0.9$ 代入式 (9) 的线性矩阵 A 中, 得到的特征值 $\lambda_{1,2}$ 和 $\lambda_{3,4}$ 均具有负实部, 此时原系统零解稳定。引入变换 $x = Pz$, P 为 A 对应 $\lambda_{1,2}$ 和 $\lambda_{3,4}$ 的特征向量矩阵, 将式 (9) 的线性部分 Jordan 化后得到

$$\dot{z} = \hat{A}z + \hat{F}(z) + \hat{B}u \quad z = (z_1, z_2, z_3, z_4)^T \quad (11)$$

其中, $\hat{B} = [\hat{B}_1, \hat{B}_2, \hat{B}_3, \hat{B}_4]^T = P^{-1}B$, $\hat{F}(z) = P^{-1}F(Pz)$ 。由于控制状态变量 u 的每个一次项系数 $\hat{B}_i$ ($i=1, 2, 3, 4$) 都不为零, 因此每个状态变量 z_i 都是可控的, 并且原则上可以对每个 Jordan 块进行控制。为使控制代价较小, 研究对实部更接近零的 $\lambda_{3,4}$ 对应的 Jordan 块所进行的控制。取变换 $v = z_3 / \hat{B}_4$, $\xi = z_4 / \hat{B}_4$, 并令 z_1 和 z_2 取平衡点的值 (即等于零), 系统 (11) 对应于特征根 $\lambda_{3,4}$ 的部分变为

$$\begin{cases} \dot{v} = f_1(v, \xi) + u \\ \dot{\xi} = f_2(v, \xi) \end{cases} \quad y = \dot{\omega} = v - d\omega \quad u = g(y) = k_1 y + k_n y^3 \quad (12)$$

如果原系统的零解稳定, 则时间常数 d 只需要大于零即可, 本文取 $d=0.5$ 。线性增益 k_1 的取值必须满足使得受控方程线性矩阵有一对实部为零的特征根, 即 Hopf 分岔的条件。为此, 文献 [15] 推导出 k_1 计算公式 (13)。而非线性增益 k_n 则要确保控制后的 Hopf 分岔为超临界的, 将通过规范性直接法求得。

$$k_1 = - \frac{(f_{11} + f_{22})[d^2 - d(f_{11} + f_{22}) + f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}]}{(d - f_{11} - f_{22})f_{21}} \quad (13)$$

其中 $f_{i1}=(\partial f_i/\partial v)|_{(0)}$, $f_{i2}=(\partial f_i/\partial \xi)|_{(0)}$, $i=1,2$ 。计算得到 $k_l=0.0106933$ 。将被控变量变换为原始变量 x , 并带回方程(9)得到

$$\begin{cases} \dot{x}=Ax+F(x)+Bu \\ \dot{\omega}=y-\nu-0.5\omega=1.8711686x_1+1.1547622x_2+2.9139764x_3-0.5\omega \\ u=g(y)=0.0106933y+k_n y^3 \end{cases} \quad (14)$$

其中, A , F 和 B 与方程(9)相同。若将 ω 看作一个状态变量, 可令 $\omega=x_5$, 将方程(13)重写为

$$\dot{x}=Cx+H(x) \quad x=(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^T \quad (15)$$

其中 C 为线性矩阵, $H(x)$ 为 x 的高次项, 其系数中含有非线性增益 k_n 。根据控制器设计的原则, 当 $V=0.9$ 时, 方程(15)的线性矩阵 C 有一对零实部的特征根:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \pm 0.3958056i & \lambda_3 &= -0.5391794 \\ \lambda_{4,5} &= -0.1518389 + 0.3167613i \end{aligned}$$

并满足产生 Hopf 分岔的条件。文献[15]还给出了一维系统实现超临界 Hopf 分岔所需的 k_n 与 k_l 的关系, 但对于二维以上的系统, 只能采用数值模拟的方法计算 k_n 。为应用规范型直接法, 首先将 V 也看作一个状态变量, 令 $V=0.9+x_6$, 得到如下方程

$$\dot{x}=Dx+\hat{H}(x) \quad x=(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)^T \quad (16)$$

其中, D 为线性矩阵, $\hat{H}(x)$ 为 x 的高次项, 其系数中含有 k_n 。计算得出方程(15)极坐标形式的含参数规范型:

$$\frac{dr}{dt}=qr+br^3 \quad \frac{d\varphi}{dt}=\omega+cr^2+e\mu \quad (17)$$

其中 r, φ 为分岔解的幅值和相位, 系数 $a=0.0605779$, $b=0.0215578+0.0095136k_n$, $\omega=-0.3958056$, $c=-0.0098422+0.0069838k_n$, $e=0.0279768$, $\mu=V-0.9$ 为分岔变量。

为使系统在 $\mu=0$ 点产生超临界 Hopf 分岔, 要求 $ab<0$ 。由于一次项系数 $a>0$ (且与非线性增益 k_n 无关), 所以必须有 $b<0$ 。

由图 6 所示 b 与 k_n 的关系, 可以求得 wash-out 滤波控制器的非线性增益应满足 $k_n<-2.2660045$ 。令式(17)中 $dr/dt=d\varphi/dt=0$, 计算得到 k_n 取不同值时的分岔图, 见图 7。可见受控机翼系统均在 $V=0.9$ 处产生超临界 Hopf 分岔, 并且分岔后的颤振极限环幅值与非线性增益 $|k_n|$ 有关: $|k_n|$ 越大, 颤振幅值越小。

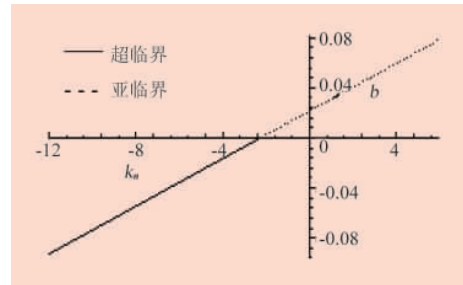


图 6 系统 Hopf 分岔类型与 k_n 的关系

Fig. 6 Relationship between Hopf bifurcation type and k_n

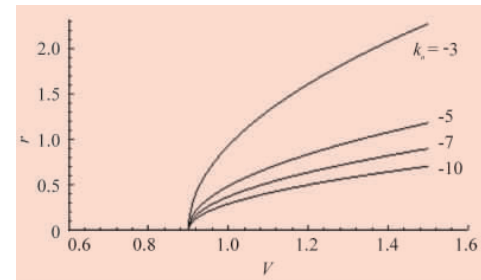


图 7 受控系统的分岔图

Fig. 7 Bifurcation diagrams of controlled system

取 $k_n=-10$, 计算得到原系统产生亚临界 Hopf 分岔后的颤振响应时间历程和受控系统产生超临界 Hopf 分岔后的颤振响应时间历程, 见图 8。比较可知, 控制前后的振幅相差大约 8~10 倍, 因此施加控制明显有利于飞行的稳定性。

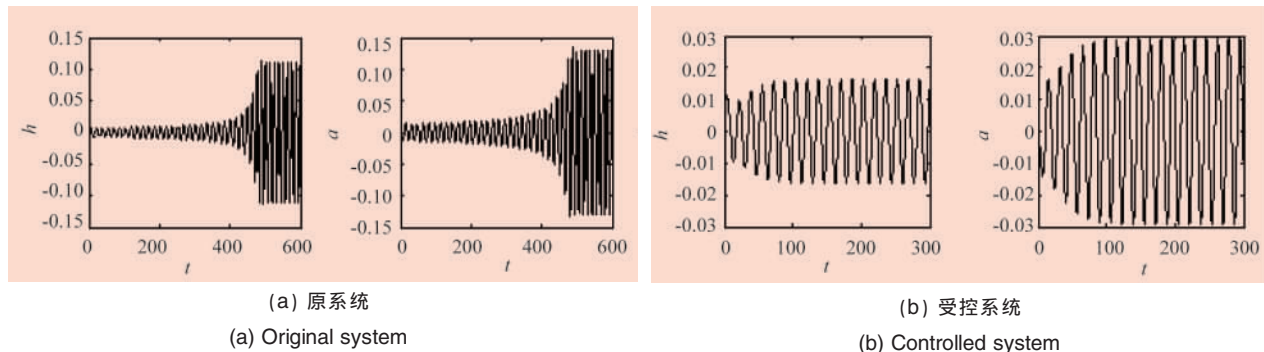


图 8 颤振响应时间历程 ($V=1.6$)

Fig. 8 Time history of the system in flutter ($V=1.6$)

3 胞映射法分析机翼颤振

分岔是非线性动力系统的基本特性。超过分岔点后, 系统可以有几个不同的稳态解及吸引域, 即不同的解取决于不同运动初值。胞映射法及引入空间 Poincaré 映射后产生的“类

Poincaré 简单胞映射法”、“Poincaré 线性插值胞映射法”等是研究非线性动力系统全局运动性态的有效数值分析方法^[16-18], 但应用于较高维动力系统时, 存在胞数目巨大、误差放大、状态空间选定要求严格等局限。为此, 我们将积分轨迹追踪技术

引入基于空间 Poincaré 截面的胞映射法中,使计算中所需胞的数目大大减少,计算时间缩短,运动特征的确认更为准确。应用改进的胞映射技术,作者研究了具有双线性型结构刚度因素的复杂机翼颤振,揭示依赖于初始条件的稳定边界。

3.1 改进的胞映射方法

通过数值积分,将 N 维自治或非自治动力系统转化成点-点映射的形式

$$x(n+1)=P(x(n)) \quad P:R^N \rightarrow R^N \quad (18)$$

P 定义在空间 Poincaré 截面 Σ 上,即 $P:\Sigma \rightarrow \Sigma$, Σ 是 N 维状态空间中与系统轨迹横截的一个 $N-1$ 维超平面,胞的构造与算法就是基于积分轨迹与 Σ 的一系列交点进行的。定义取自初值区域 Q 的初始条件为 x^0 ,其后形成的交点为 $x^1, x^2, \dots$,同时构造相应的胞 $z^1, z^2, \dots$,形成 $N-1$ 个 $N-1$ 维向量 $R(z)$ 。 x^j 也称为 $z^j(j \geq 1)$ 的标识点,即 $R_i(z)=x_i^j, i=1, 2, \dots, N-1$ 。在构建胞系列 $z^1, z^2, \dots$ 的过程中,每一步 z^j 有以下 4 种可能性。

- 1) 新胞。 x^j 被记录下来作为该胞的标识点(即 $x^j \rightarrow R(z^j)$)及继续积分的初始点。
- 2) 在本过程中已出现过。当新得到的点 x^j 与该胞标识点之间的距离 $\|R(z^j)-x^j\|$ 小于一给定小量 d_1 时,认为找到了一个新的周期解,结束本过程并给所得到的胞赋予所发现的运动特性。否则记录 x^j 以代替该胞原有标识点并继续本过程。
- 3) 在前面某一过程中出现过。若所得点 x^j 与该胞标识点

之间的距离 $\|R(z^j)-x^j\|$ 小于一给定的小量 d_2 ,则认为本过程的轨迹被吸引到该胞所代表的轨道上。结束本过程并给所得到的胞赋予运动特性。否则,继续本过程且该胞标识点 $R(z^j)$ 保持不变。

4) 轨迹跑出选定状态空间区域 S 。依旧计算得到 x^j ,但不再构建相应的胞。结果有两种:经过若干步映射后,轨迹返回 S ,接着进行胞的构建并按前述方法进行处理;轨迹远离 S 至判定为发散,结束本过程。

在以上所述处理过程中,为提高精度,用线性插值方法精确定位映射点 x^j 。由于 Σ 上的映射点实际位置被记录下来用以标识胞并一直被追踪(即使暂时离开域 S),这一处理方法称为“映射轨迹追踪”。以上改进使得总胞数减少,可以选取较小 S 域,周期运动能够准确确定,因此更适于研究高维动力系统,特别是初值吸引域的确定。

3.2 双线性结构刚度机翼的稳定性

图 9 所示的刚性机翼的弯曲和扭转变形用绕根部支撑点的转动角 γ (下弯为正)和 θ (仰角为正)表示,其运动微分方程为

$$A\ddot{q}+(\rho v B+D)\dot{q}+(\rho v^2 C+E)q=0 \quad (19)$$

其中 $q=(\gamma, \theta)^T$, ρ 是空气密度, v 是飞行速度。式中 A, B, D, C 和 E 分别是质量、空气动力阻尼、结构阻尼(分析中忽略)、空气动力刚度和结构刚度矩阵。

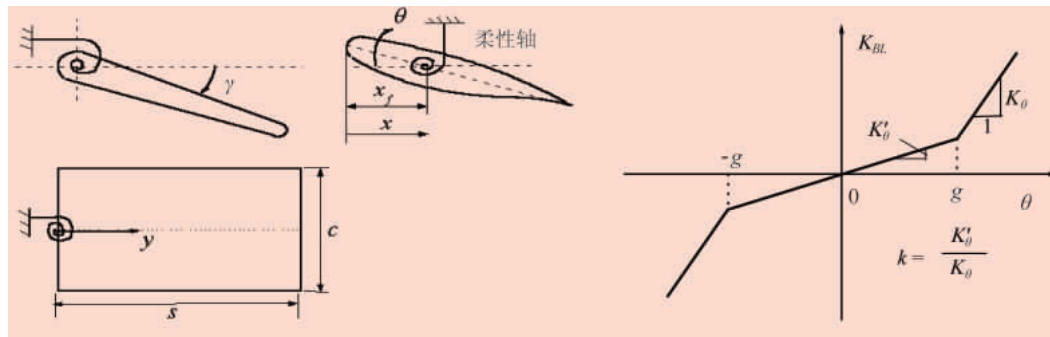


图 9 机翼模型和扭转方向的双线性刚度

Fig. 9 Schematic diagram of the rectangular wing model and the bi-linear stiffness in torsional direction

$$A = \begin{bmatrix} I_\gamma & I_{\gamma\theta} \\ I_{\gamma\theta} & I_\theta \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \frac{cs^3a}{6} & 0 \\ -\frac{c^2s^2ea}{4} & -\frac{c^3s}{2}M_\theta \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{cs^2a}{4} \\ 0 & -\frac{c^2sea}{2} \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} k_\gamma & 0 \\ 0 & \frac{k_{BL}(\theta)}{\theta} \end{bmatrix}$$

其中, I_γ , I_θ 和 $I_{\gamma\theta}$ 分别是机翼弯、扭方向的惯性距及其惯性积, k_γ 是弯曲刚度。 c, s, e 和 a 为翼长、翼半展、柔性轴到空气动力中心的无量纲距离和两维截面升力斜率。 k_{BL} 为扭转方向

的双线性刚度。参数关系为

$$I_\gamma = ms^2/3 \quad I_\theta = mc^4/3x_{cm}^{2/3} + m(x_{cm}-x_f)^2$$

$$I_{\gamma\theta} = m(x_{cm}-x_f)0.45s \quad k_\gamma = (4\pi)^2 I_\gamma \quad k_\theta = (20\pi)^2 mc^2/12$$

其中, m 为机翼质量, x_{cm}, y_{cm} 为质心坐标, $x_f=0.5c$ 为柔性轴与机翼前缘距离。

方程(19)是根据准稳态空气动力学原理,结合代表主要不稳定空气动力效应的无量纲空气动力扭转阻尼导数 M_θ 导出的。引入如下无量纲变量: $\bar{t}=\omega\bar{t}$, $\bar{\gamma}=\gamma/g$, $\bar{\theta}=\theta/g$, $\bar{q}=(\bar{\gamma}, \bar{\theta})^T$,得到无量纲化的双线性刚度 $\bar{k}_{BL}(\bar{\theta})$:

$$\bar{k}_{\theta}(\bar{\theta}) = \begin{cases} \bar{k}\bar{\theta} & |\bar{\theta}| < 1 \\ \bar{\theta} + k - 1 & \bar{\theta} > 1 \\ \bar{\theta} - k + 1 & \bar{\theta} < -1 \end{cases} \quad k = \frac{K'_{\theta}}{K_{\theta}} \quad (20)$$

去掉 $\bar{\gamma}, \bar{\theta}$ 上的短横, 得到形式仍为(19)的无量纲系统运动方程($D=0$, 其他矩阵中各元素均有变化), 令其中所有导数项等于0, 可求得两种平衡位置及其稳定性:

1) 0 平衡位置 ($|\theta| < 1$): $q=0$ ($\gamma=\theta=0$)。解出临界速度 v_F , 当 $v > v_F$ 时产生振动频率为 ω_F 的颤振 (极限环振动)。

2) 非 0 平衡位置 ($|\theta| > 1$):

$$\gamma_{1,2} = \mp \frac{\rho c s^2 a (1-k) v^2}{4K_{\gamma} (1 - \frac{\rho c^2 s e a}{2K_{\theta}} v^2)} \quad \theta_{1,2} = \pm \frac{1-k}{1 - \frac{\rho c^2 s e a}{2K_{\theta}} v^2} \quad (21)$$

显然, $|\theta_{1,2}|$ 随速度 v 而增大。令 $|\theta_{1,2}|=1$, 解得 $v_F = 2kK_{\theta} / (\rho c^2 s e a)$ 。因此只有当 $v > v_F$ 时, 才存在非 0 平衡位置 (如 $k=0.1$ 时, $v_F = 26.2$ m/s)。内 ($|\theta| < 1$)、外 ($|\theta| > 1$) 两区域刚度比 k 代表双线性刚度的非线性程度, 计算发现, 当 $k < k_L \approx 0.38$ 时, 系统的 0 平衡位置局部稳定, 小扰动不会产生颤振。尽管如此, 当速度 v 大于某一临界值时, 对系统的较大扰动仍可能导致其产生极限环振动。

3.3 用改进的胞映射法研究机翼颤振

由于系统既有平衡点也有极限环, 为保证瞬态和稳态的

积分轨迹都能与其相交, 将 $\dot{\theta}=0$ 定义为 Σ , 系统轨迹单向穿越 Σ 得到的交点定义为点-点映射(18)。 $\gamma, \dot{\gamma}$ 和 θ 3 个方向上胞的尺寸分别取为 $h_1=0.05, h_2=0.02, h_3=0.05 \sim 0.1$ 。对于状态空间 S 的选定, 通过初步计算发现, 在 γ 方向上取 $-1.5 \leq \gamma < 1.5$, $-0.6 \leq \dot{\gamma} < 0.6$ 即可包括至少部分稳态轨迹与 Σ 的交点。令 $\bar{d} = \sqrt{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2} / 2$, 取 $d_1 = 0.01 \sim 0.03 \bar{d}$, $d_2 = 0.1 \sim 0.3 \bar{d}$ 。为了简便, 总取 $\gamma(0) = \dot{\gamma}(0) = 0$ 。

如前所述, 若 $k < k_L$, 则当 $v < v_F$ 时 0 平衡位置是稳定的。令 $k=0.1$, 用改进的胞映射法确定的不同运动在 $v \sim \theta(0), v \sim \dot{\theta}(0)$ 和 $\theta(0) \sim \dot{\theta}(0)$ 平面上的吸引域如图 10 所示。运动类型有平衡点、极限环振动 (周期=1)、复杂的周期运动 (周期 ≥ 2)、混沌和发散运动。其中极限环振动有的对称于 $\theta=0$, 有的围绕 $\theta=\pm 1$ 但在 θ 方向不对称。对于混沌运动, 可以将其作为周期非常长的周期运动来识别。

图 10(a)、10(b) 给出了 $(v, \theta(0))$ 和 $(v, \dot{\theta}(0))$ 平面上运动类型的初值吸引域。对于较小的扰动 ($|\theta(0)| < 1.5$ 或 $|\dot{\theta}(0)| < 0.6$), 当 $v < v_F = 26.2$ m/s 时, 平衡点是稳定的; 当 v 在 26.2~43 m/s 之间时, 产生不对称极限环; 随后是复杂周期运动和混沌运动, 并在 $v \approx 52$ m/s 之后颤振发散。对于比较大的扰动 ($|\theta(0)| > 1.5$ 或

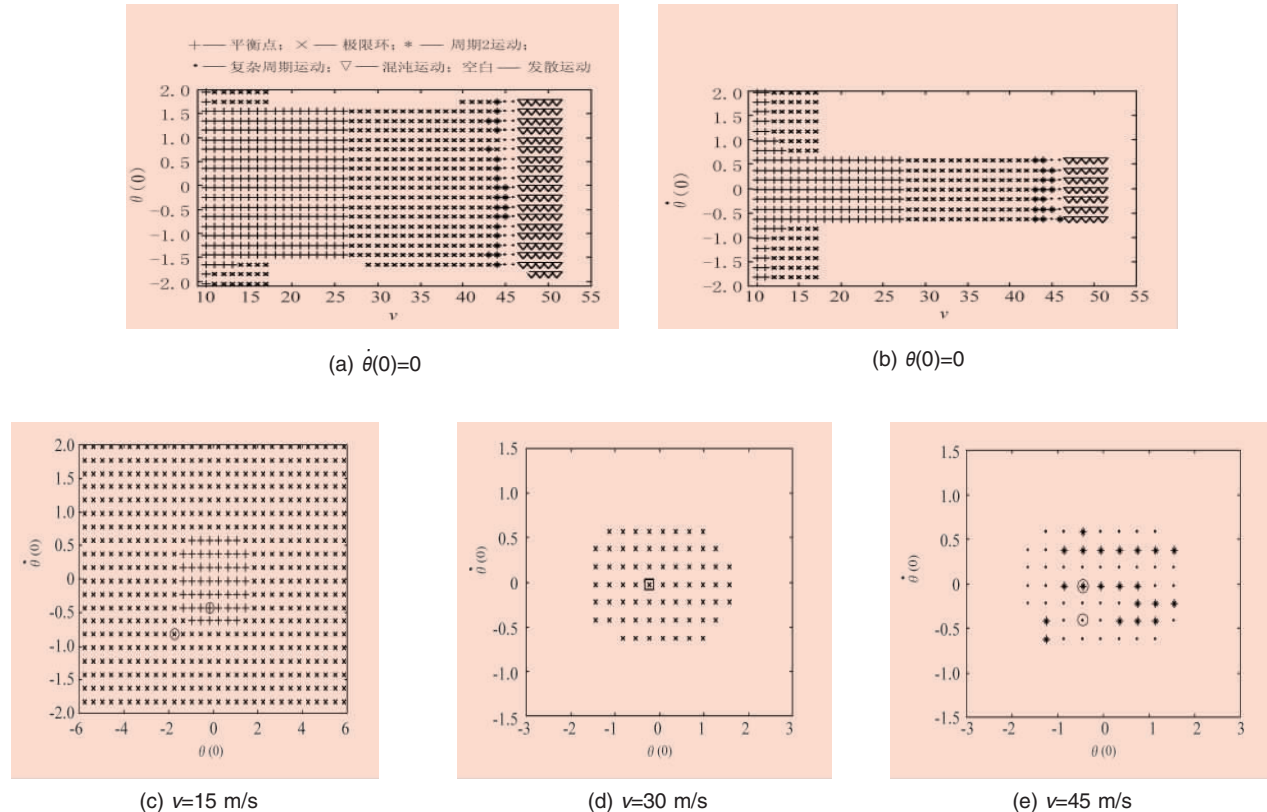


图 10 运动状态初值吸引域 ($k=0.1$)
Fig. 10 Domains of attraction ($k=0.1$)

$|\dot{\theta}(0)| > 0.6$), $v > 10$ m/s 后产生对称的极限环, $v \geq 18$ m/s 之后系统受扰运动发散。图 10(c)~10(e) 给出了 $(\theta(0), \dot{\theta}(0))$ 平面上的运动类型初值吸引域 ($v=15, 30, 45$ m/s)。选定 S 在 θ 方向上的范围分别为 $(-4.5, 4.5)$ 、 $(-1.3, 1.3)$ 和 $(-3, 3)$, 虽然在前两种情况下, S 比 Q 的范围要小, 暂态轨迹必定在某些时段内离开

S , 但由于应用了轨迹追踪手段, 运动状态吸引域都能正确确定。

分别选自图 10 上带圈和框的点作为初始值, 计算扭转方向的相图如图 11 所示, 运动类型依次是: (a) 平衡点; (b), (c) 对称和不对称极限环振动; (d), (e) 周期为 2 和 7 的周期运动。

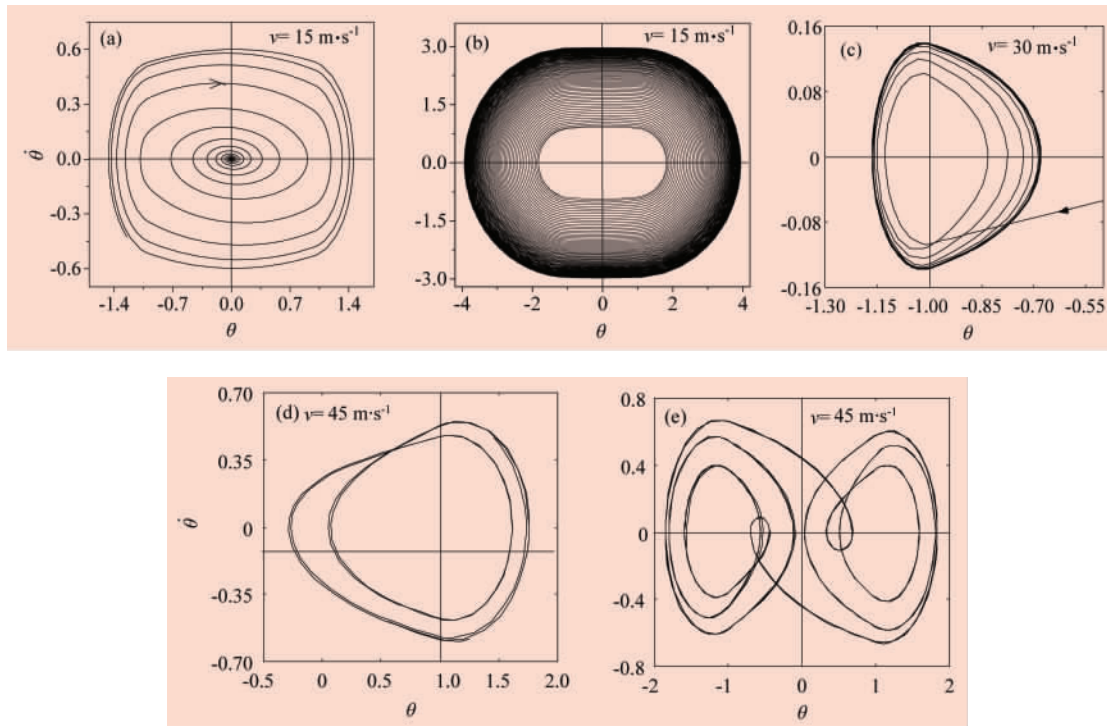


图 11 θ 角相图

Fig. 11 Phase portraits in angle θ

由于可以及时判断积分轨迹是否达到稳态, 应用改进的胞映射法计算系统分岔图大大节约了计算时间。图 12 是扭转响应的分岔图 (分岔参数为 $v, \Delta\dot{\theta}=0, -0.1, -0.5$), 为显示扰动对系统动态行为的影响, 均在前一速度下的稳态响应上加一个扰动 $\Delta\dot{\theta}$, 作为计算下一速度下运动的初值。无扰动时, 在

v 为 26.2~43 m/s 之间会产生围绕 $\theta=-1$ 或 1 的非对称极限环, 且中心位置一直不变, 其后进入分岔和混沌区域。但若有小扰动 ($\Delta\dot{\theta}=-0.1$) 作用, 当速度超过 38 m/s 后, 极限环的中心位置会在 $\theta=-1$ 和 1 之间变化。而更大的扰动 ($\Delta\dot{\theta}=-0.5$) 还会使运动提前失稳。

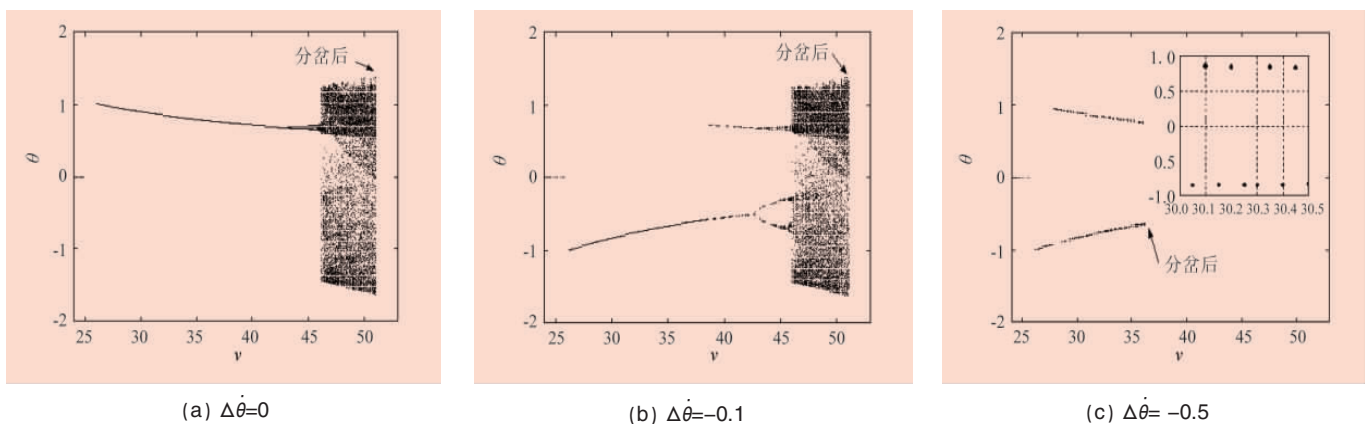


图 12 分岔图

Fig. 12 Bifurcation diagrams



4 结论

本文介绍了应用现代非线性动力学和控制的理论和方法,对机翼颤振问题进行的一些研究。飞行器结构的非线性气动弹性和主动控制技术涉及多门前沿学科领域的交叉与融合,一向是航空领域十分关注的重要问题^[19]。这方面的研究,也成为中国研制和发展大飞机和高速飞行器所需关键创新技术的重要基础。

参考文献 (References)

- [1] Zhao L C, Yang Z C. Chaotic motions of an airfoil with non-linear stiffness in incompressible flow[J]. *J Sound Vibr*, 1990, 138(2): 245-254.
- [2] Yang Z C, Zhao L C. Analysis of limit cycle flutter of an airfoil in incompressible flow[J]. *J Sound Vibr*, 1988, 123(1): 1-13.
- [3] 刘济科. 二元机翼颤振的分岔点类别的判定[J]. *力学与实践*, 1998, 20(3): 38-40.
LIU Jike. *Mechanics in Eng*, 1998, 20(3): 38-40.
- [4] Price S J, Lee B H K, Alighanbari H. An analysis of the post-instability behaviour of a two-dimensional airfoil with a structural nonlinearity[J]. *J Aircraft*, 1994, 31(6): 1395-1401.
- [5] Singh S N, Brenner M. Limit cycle oscillation and orbital stability in aeroelastic systems with torsional nonlinearity[J]. *Non-li Dynamics*, 2003, 31(4): 435-450.
- [6] Wang H O, ABED E H. Bifurcation control of a chaotic system[J]. *Automatica*, 1995, 31(9): 1213-1226.
- [7] Wang H O, Chen D, Chen G. Bifurcation control of pathological heart rhythms[C]//Proc. IEEE Conf Contr Appl, Trieste, Italy, 1998: 858-862.
- [8] Ding Q, Wang D L. The flutter of an airfoil with cubic structural and aerodynamic non-linearities[J]. *Aerospace Sci Tech*, 2006, 10(5): 427-434.
- [9] 丁千, 王冬立. 用规范型直接法研究机翼的颤振 [J]. *飞行力学*, 2005, 23(3): 85-88.

- Ding Q, Wang D L. *Flight Dynamics*, 2005, 23(3): 85-88.
- [10] Ding Q, Wang D L. Flutter control of a two-dimensional airfoil using wash-out filter technique[J]. *Chin J Aeronautics*, 2005, 18(2): 130-137.
- [11] Ding Q, Cooper J E, Leung A Y T. Application of an improved cell mapping method to bilinear stiffness aeroelastic systems [J]. *J Fluid Struct*, 2005, 20(1): 35-49.
- [12] 丁千, 陈予恕. 用胞映射法分析双线性结构刚度的机翼颤振[J]. *空气动力学学报*, 2002, 20(2): 123-132.
Ding Q, Chen Y S. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2002, 20(2): 123-132.
- [13] Librescu L, Chiocchia G, Marzocca P. Implications of cubic physical/aerodynamic non-linearities on the character of the flutter instability boundary[J]. *Int J Non-Li Mechanics*, 2003, 38(2): 173-199.
- [14] 吴志强. 多自由度非线性系统的非线性模态及 Normal Form 直接方法[D]. 天津: 天津大学力学系, 1996.
Wu Z Q. The nonlinear mode and the normal form direct method for multi-DOF nonlinear systems [D]. Tianjin: Department of Mechanics, Tianjin University, 1996.
- [15] Chen D S, Wang H O, Chen G R. Anti-control of Hopf bifurcations[J]. *IEEE Trans Circuits System I: Fundamental Theo Application*, 2001, 48(6): 661-671.
- [16] Hsu C S. A theory of cell-to-cell mapping dynamical system [J]. *J Applied Mechanics*, 1980, 47(4): 931-939.
- [17] Levitas J, Weller T, Singer J. Poincaré-like simple cell mapping for non-linear dynamical system[J]. *J Sound Vibr*, 1994, 176(5): 641-662.
- [18] Levitas J, Weller T. Poincaré linear interpolated cell mapping: A method for global analysis of oscillating system[J]. *J Applied Mechanics*, 1995, 62(2): 489-495.
- [19] 任勇生, 刘立厚, 韩景龙, 等. 飞行器非线性气动弹性和颤振主动控制研究进展[J]. *力学季刊*, 2003, 24(4): 534-540.
Ren Y S, Liu L H, Han J L, et al. *Chinese Quarterly in Mechanics*, 2003, 24(4): 534-540.

(责任编辑 朱宇)

·学术动态·

《科技导报》“博士生创新研究资助计划” 第一批资助名单公布

《科技导报》“博士生创新研究资助计划”第一批 16 名受资助的博士生名单,在 2009 年 1 月 6 日至 25 日公示期间未接到投诉,现予以正式公布并将于 2009 年 3 月开始予以资助。科技日报社将视资金募集情况逐年增加“博士生创新研究资助计划”资助名额。欢迎社会机构及有志之士捐资助研。请博士研究生继续关注我社第二批资助计划启动预告。

《科技导报》第一批“博士生创新研究资助计划”资助名单

以下 8 名博士生材料评价为优,每人资助 2 万元。

周景文 江南大学生物工程学院,发酵工程,指导教师陈坚
孙 赫 中科院地质与地球物理研究所,矿床学,指导教师秦克章
宋强辉 后勤工程学院,地质力学,指导教师刘东升
申仕康 云南大学生命科学学院,生物多样性保护,指导教师王跃华
岳新成 北京大学工学院航天动力学与控制,指导教师黄琳
孙璟琰 中国农业大学农学与生物技术学院,昆虫毒理学,指导教师高希武
王帅帅 北京理工大学宇航科技学院,多金属酸盐的合成及抗肿瘤

研究,指导教师冯长根

刘艳辉,贵州大学理学院,理论生物物理,指导教师胡林

以下 8 名博士生材料评价为良,每人资助 1 万元。

孟庆勇 中科院海洋研究所,地磁场相对强度,指导教师李安春
许 策 海军大连舰艇学院信息与通信工程系,水声信号处理,指导教师章新华
宫凤强 中南大学资源与安全工程学院,岩石冲击动力学,指导教师李夕兵
刘 军 中国科学院微生物研究所,生物化学与分子生物学,指导教师高福
董文博 中科院自动化研究所,生物特征识别,指导教师谭铁牛
王龙强 甘肃农业大学农学院,药用植物资源与利用,指导教师蔺海明
马保东 东北大学资源与土木工程学院,矿区环境遥感监测,指导教师吴立新
苑严伟 中国农业机械化科学研究院,虚拟现实技术及其农业应用,指导教师张小超

