

## 科技人文

# “卓有成效的合作”

## ——杨振宁与谷超豪等关于规范场理论的研究

丁兆君, 张鹏

**摘要** 1974年起, 杨振宁与复旦大学谷超豪等学者开展了为期4年的跨学科合作研究。双方围绕规范场、引力场、磁单极理论及瞬子解等核心问题, 取得以下关键成果: 阐释了规范场与爱因斯坦引力论的深刻联系; 在磁单极理论中, 证明了  $SU_2$  与  $U_1$  规范场磁荷的数学关联性与拓扑同源性, 并构建了带磁荷  $U_1$  规范场表示; 基于黎曼几何, 首次统一给出欧氏空间瞬子解的全局描述, 揭示瞬子拓扑电荷与曲率张量的内在关系。该合作将中国规范场研究提升至国际水平, 培养了人才, 促进了中外交流, 成为跨学科合作典范。

**关键词** 杨振宁; 复旦大学; 谷超豪; 规范场

规范场理论又称杨-米尔斯场理论, 由杨振宁和米尔斯(R.L. Mills)于1954年提出<sup>[1]</sup>, 20世纪六七十年代在物理学领域引发了一系列重大进展, 但其背后的数学结构却长期未得到很好的阐释。杨振宁曾表示, 他在这一问题的理论上已经达到了他的“知识边缘”<sup>[2]</sup>。

1974年, 杨振宁回国时到上海访问了复旦大学, 从此开始了他与该校以谷超豪为首的数学和物理方面学者长达4年的合作研究, 很多方面达到了国际同期的研究水平, 也树立了一个中外科研交流合作的典范。1978年, 上海《文汇

报》将其称之为“卓有成效的合作”<sup>[3]</sup>。

### 1 合作缘起

谷超豪常能将数学和物理很好地结合, 1957—1959年于苏联莫斯科大学进修期间, 一边从事微分几何的研究, 同时开始偏微分方程的研究, 为其以后在数学物理方面的研究打下基础。1957年, 杨振宁与其父杨武之在日内瓦见面<sup>[4]</sup>。其间杨振宁问起中国大陆数学界, 杨武之重点向他介绍了复旦大学数学系及谷超豪的情况。

刚提出规范场理论时, 杨振宁并没有意识到其在物理学和数学领域的重要性。后来他想通过数学研究对规范场理论加以推广。

1967年, 纽约州立大学石溪分校数学系主任西蒙斯(Simons J)告诉杨振宁: “你的规范场理论一定和现代微分几何中的纤维丛理论有关”<sup>[5]</sup>。此后, 杨振宁系统地探讨了规范场的积分表述, 并将规范场理论推广到引力场中, 得到了一个“无源方程”。但是他当时没有理解这个方程和爱因斯坦引力场之间的关系<sup>[2]</sup>, 而且在这一问题上的进一步探索, 需要在广义相对论和微分几何方面进行深入研究, 因此, 杨振宁当时很需要数学家的帮助。他形容自己对数学合作者的期盼心理时说道: “可以卷起袖子, 马上进行科学研究”<sup>[6]</sup>。

1974年, 杨振宁在上海结识谷超豪、夏道行等数学家, 发现其

中国科学技术大学科技史与科技考古系, 合肥 230026

收稿日期: 2024-02-21; 修回日期: 2024-10-28

基金项目: 国家社会科学基金一般项目(24BZS110)

作者简介: 丁兆君, 副教授, 研究方向为物理学史, 电子信箱: dzj@ustc.edu.cn

引用格式: 丁兆君, 张鹏. “卓有成效的合作”——杨振宁与谷超豪等关于规范场理论的研究[J]. 科技导报, 2025, 43(10): 109-112;

doi:10.3981/j.issn.1000-7857.2024.02.00290

对规范场的问题并不陌生,有见解,能理解他的物理语言;且谷超豪也能使用物理学家所能理解的语言表达深奥的数学概念<sup>[3]</sup>。双方一拍即合,开始了长达4年的合作。

## 2 第一次合作

1974年杨振宁与复旦大学的第一次合作,是在他初步完成《规范场的积分形式》<sup>[6]</sup>一文(尚未发表)之后。复旦大学成立了交流小组,成员包括数学方面的谷超豪、夏道行、胡和生、严邵宗和沈纯理,物理方面的苏汝铿和孙鑫,另外还有复旦大学教育革命组副组长郑绍濂,具体工作由谷超豪负责。

1974年6月7日,杨振宁在复旦大学物理楼作了题为“规范场的积分形式”学术报告。然后于同年6月8—17日,在锦江饭店与复旦大学交流小组进行了为期10天的讨论研究<sup>[7]</sup>。其间,谷超豪等在杨振宁文章<sup>[8]</sup>的基础上讨论了对偶场、相互作用、拉氏密度函数的补充条件、规范场的引力理论和爱因斯坦的引力理论的关系等问题,并得出了一些结果<sup>[2]</sup>。由于当时中国科技界缺少国际交流,上述问题基本都是谷超豪等第一次接触。而合作的成果,大部分出自交流、讨论:先由杨振宁介绍各种问题,谷超豪等凭借自己的数学、物理知识和杨振宁一起讨论解决。通过此次合作,他们一起解决的重要的问题包括以下4方面<sup>[8]</sup>。

1) 杨振宁把规范场应用于引力场,得到一个无源方程,但不知道该方程和引力场之间的具体关系。谷超豪在爱因斯坦引力论体

系中,说明了这个方程的意义,并证明如果该方程对理想流体成立,则流体的密度和压力保持为常数,流体处于流动状态,且在某些特殊的情况下其密度必须为0。

2) 杨振宁写出了规范场的拉氏密度函数,但他认为要满足量子化的要求,需添加一个补充条件,并弄清在空间非平直时该条件在什么情况下成立。胡和生、苏汝铿、孙鑫和沈纯理解决了这个问题,并参照补充条件将原来的拉氏密度函数改写成便于使用的形式。

3) 关于规范场理论的无源方程,谷超豪从2个规范场相互作用的观点进行分析,并把2个规范场存在何种相互作用的问题数学化,且进行了部分解答。

4) 杨振宁提出求解其引力场方程,并弄清规范场所具有的对偶性质,夏道行、胡和生和沈纯理得到了一些初步结果。

10天的讨论研究结束后,杨振宁希望能一直保持合作。在国务院的批示<sup>[9]</sup>下,双方的合作研究得以继续。杨振宁一直与谷超豪保持通信联系,介绍自己的研究进展,并经常将国际上相关的前沿研究论文寄给谷超豪等人。谷超豪也经常致信杨振宁,告知其团队研究进展。1975年,谷超豪在收到杨振宁和吴大峻合作的2篇论文后,非常认同采用整体规范场研究电磁场的结果,并发现一些可以继续深入研究之处<sup>[10]</sup>。谷超豪解决了上述问题,并写成2篇论文<sup>[11-12]</sup>。

除谷超豪外,其他相关研究人员也做出了系列研究成果,包括:(1) 夏道行和严邵宗完成了规范场的场强、源和规范势之间的关

系的研究;(2) 胡和生在球对称的 $SU_2$ 规范场和磁单极的规范场描述方面的研究;(3) 沈纯理关于 $SU_2$ 群规范场的规范势与场强的关系的研究;(4) 孙鑫和苏汝铿在电磁场的一种势函数的量子力学方程的另一形式,即电磁场的本征矢势和规范问题方面的研究<sup>[10]</sup>。

这次合作历时1年半。后来双方通过书信交流彼此研究。杨振宁频繁告知国际最新研究成果,发表自己看法。谷超豪等亦得出了一批重要研究成果。此次合作在国内产生了很大的影响,促进了各地规范场理论研究的开展。

## 3 第二次合作

杨振宁1976年3月再次到上海交流,复旦大学方面非常重视,通过调查、分析规范场理论在理论物理中的作用,并结合杨振宁此前所寄论文分析当前的状况和发展方向,举行了几次报告会和讨论会,准备了一些计划与杨振宁交流的规范场研究成果与问题,并向参加人员系统介绍规范场理论的基本内容。

1976年4月1日,复旦大学9位合作成员与杨振宁在其下榻的锦江饭店进行了1天的学术交流。上午由杨振宁介绍国际上关于规范场理论研究的概况和动态,并发表了自己的评论<sup>[13]</sup>。他介绍了温伯格-萨拉姆模型(Weinberg-Salam model)、夸克禁闭现象和夸克颜色的概念、超对称与规范场的研究、规范场和拓扑的关系、引力场与规范场、埃图夫特(G't Hooft)有关 $SU_2$ 的磁单极工作、

孤立子理论和磁单极问题等。下午杨振宁介绍了自己在  $SU_2$  磁单极及其球谐函数方面尚未完成的工作,并与复旦大学方面对此进行了深入交流。在讨论到埃图夫特等在此方面的工作时,杨振宁表示自己有些不解,于是谷超豪等从数学方面向其表达了自己的解读与看法,杨振宁非常满意,反复表示:“这是我从前所未知和从未听说的,现在我很清楚,比我从前所未了解的任何时候都清楚”<sup>[13]</sup>。

1976年4月7—9日,杨振宁与谷超豪等进行了密集的学术讨论,在规范场和磁单极方面<sup>[14]</sup>进行了深入交流,并得到一些结论性成果,包括:(1)一般规范场能由规范场强度及其到某一阶为止的规范导数所确定;(2)对整体规范场而言,规范场处处局部等价不能推导出整体等价,所以场的强度及其规范导数还不能确定整体规范场;(3)带希格斯场的  $SU_2$  规范场中的磁荷概念和  $U_1$  群整体规范场中的磁荷概念在数学上是可以相互导出的;(4)有磁荷的电磁场的  $U_1$  群规范场的表示方法和带电、磁的粒子运动世界线的变分推导等。

返回美国后,杨振宁一直与谷超豪等保持书信联系,并不时寄来国际上最新的研究资料。在此期间,复旦大学研究人员在规范场研究方面做出了系列成果,包括谷超豪关于电磁场和  $U_1$  群的整体规范场研究,孙鑫、苏汝铿关于电磁场的本征势和规范问题研究,孙鑫、苏汝铿关于磁单极和荷电费米子形成的束缚态研究,夏道行、严邵宗关于杨-米尔斯场的场强、源和规范势研究,夏道行、严邵宗关于

一般非交换李群规范场的一个定理研究,沈纯理关于  $SU_2$  规范场的规范势与场强的关系研究,胡和生关于一类  $SU_2$  群的规范场研究,谷超豪、胡和生关于球对称  $SU_2$  规范场和磁单极的规范场描述研究,谷超豪关于庞加莱群规范场的研究和谷超豪关于规范场理论的环路位向因子方法研究等。

杨振宁与谷超豪等的第二次合作历时1年有余。中国香港《文汇报》与《大公报》在1976年3月27日的头版头条消息就是“杨振宁再次来我国访问,继续与谷超豪合作研究”,由此可见杨振宁与谷超豪等的合作在当时所产生的影响力,确实可谓“卓有成效的合作”。

#### 4 第三次合作

1977年7月下旬,杨振宁第三次到上海与谷超豪等开展合作。复旦大学方面在杨振宁到访前做了大量的准备工作。在复旦大学《接待杨振宁的计划》<sup>[15]</sup>中强调:“杨振宁是毛主席接见过,周总理亲自做过大量工作的科学家,对他的接待工作必须做好。”1977年7月24日,复旦大学谷超豪等9人与杨振宁在锦江饭店进行学术讨论。杨振宁介绍了自己在平坦爱因斯坦空间和瞬子解等方面所取得的最新研究成果和一些亟待解决的问题,谷超豪等则介绍了他们关于引力瞬子解方面正在进行的工作<sup>[16]</sup>。同年7月26日,在谷超豪介绍了复旦大学方面在规范场和磁单极方面做的各项研究工作后,杨振宁肯定了部分研究。同年7月28日,杨振宁作了

题为“磁单极、规范场和纤维丛”的报告<sup>[17]</sup>。

1977年7月31日,在学术讨论结束后,杨振宁说道:“你们在规范场方面已有能力很好地认识其中的问题,不必多加讨论了……至于规范场和你们过去所作的工作,与微分几何方面的工作,发展下去是很有意义的。”最后他又说:“总的讲来,对你们这几年的工作很高兴,如果在中国好几个学校都能达到这样,相当满意”<sup>[18]</sup>。

此次合作的研究成果主要有2个方面,一是谷超豪、沈纯理、胡和生和杨振宁利用黎曼几何学及共行映照下规范场的性质,用统一而自然的方式给出了欧式空间瞬子解,并做出了几何解释<sup>[19-21]</sup>;二是谷超豪、李大潜、忻元龙、沈纯理、胡和生和杨振宁研究了局部对偶的黎曼空间和引力瞬子解并得到了一些研究成果<sup>[22-24]</sup>。与此前不同的是,此次合作不再完全以杨振宁为主,而是在双方都做出了一定成果前提下的互相讨论。

#### 5 结论

“文革”期间,杨振宁与谷超豪等的合作,极大地鼓舞了中国科学家的士气。中国科学家的能力得到了杨振宁的肯定,他们也更深入地理解了规范场理论。尤其重要的是,在那个特殊的年代,这一系列的合作为中外科技交流打开了大门,为此后的进一步发展奠定了坚实的基础。

关于与谷超豪等的合作,杨振宁1976年在复旦大学时曾言:“国外搞数学的没有人搞,搞物理

的不懂这方面的数学,造成规范场理论方面的一个很大的空白,你们在规范场的数学结构方面的工作是走在前面的”<sup>[13]</sup>。而关于谷超豪等的一些研究,杨振宁在1978年接受上海《文汇报》记者采访时称,“是站在高山上往下看,看到了全局”<sup>[3]</sup>。这反映了当年规范场研究的国内外客观情况,也是对他们合作成果的比较中肯的评价。

### 参考文献(References)

- [1] Yang C N, Mills R L. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance[J]. Physical Review, 1954, 96(1): 191-195.
- [2] 关于杨振宁所提几点要求的请示报告[A]. 上海: 复旦大学档案馆, 1974.
- [3] 卓有成效的合作: 在上海接受《文汇报》记者采访的谈话报道[M]//宁平治, 唐贤民, 张庆华. 杨振宁演讲集. 天津: 南开大学出版社, 1989: 38-43.
- [4] 张友余. 杨武之先生年谱[J]. 清华大学学报(哲学社会科学版), 1998, 13(1): 42-51.
- [5] 张奠宙. 杨振宁和当代数学[J]. 科学, 1992(3): 3-9, 55.
- [6] Yang C N. Integral formalism for gauge fields[J]. Physical Review Letters, 1974, 33(7): 445-447.
- [7] 张剑, 段炼, 周桂发. 一个共产党人的数学人生: 谷超豪传[M]. 北京: 中国科学技术出版社, 2014: 42.
- [8] 关于杨振宁所提几点要求的请示报告附件一[A]//有关杨振宁邀请谷的请示. 上海: 复旦大学档案馆, 1974.
- [9] 谷超豪: 接待杨振宁的安排[A]//1976年接待杨振宁. 上海: 复旦大学档案馆, 1976.
- [10] 谷超豪: 汇报材料[A]//关于杨振宁邀请谷的请示. 上海: 复旦大学档案馆, 1976.
- [11] 谷超豪. 电磁场和U1群的整体规范场 I [J]. 复旦学报(自然科学版), 1975, 14(4): 83-90.
- [12] 谷超豪. 电磁场和U1群的整体规范场 II [J]. 复旦学报(自然科学版), 1975, 14(4): 91-94.
- [13] 复旦大学外事接待小组. 外事简报第二期[A]//1976年接待杨振宁. 上海: 复旦大学档案馆, 1976.
- [14] 复旦大学外事接待小组. 外事简报第五期[A]//1976年接待杨振宁. 上海: 复旦大学档案馆, 1976.
- [15] 复旦大学革命委员会. 接待杨振宁的计划[A]//关于杨振宁邀请谷的请示. 上海: 复旦大学档案馆, 1977.
- [16] 复旦大学接待组. 接待杨振宁情况简报(一)[A]//有关接待杨振宁的材料. 上海: 复旦大学档案馆, 1977.
- [17] 复旦大学接待组. 接待杨振宁情况简报(四)[A]//有关接待杨振宁的材料. 上海: 复旦大学档案馆, 1977.
- [18] 复旦大学接待组. 接待杨振宁情况简报(五)[A]//有关接待杨振宁的材料. 上海: 复旦大学档案馆, 1977.
- [19] 谷超豪, 沈纯理, 胡和生, 等. 欧氏空间瞬子解的几何解释[J]. 复旦学报(自然科学版), 1977, 16(4): 8-12.
- [20] 谷超豪, 沈纯理, 胡和生, 等. 欧氏空间瞬子解的几何解释[J]. 中国科学, 1978(2): 160-164.
- [21] 谷超豪, 胡和生, 沈纯理, 等. A geometrical interpretation of instanton solutions in euclidean space[J]. Science in China(Serries A), 1978(6): 767-772.
- [22] 谷超豪, 李大潜, 忻元龙, 等. 局部对偶的黎曼空间和引力瞬子解[J]. 复旦学报(自然科学版), 1977, 16(4): 1-7.
- [23] 谷超豪, 李大潜, 忻元龙, 等. 局部对偶的黎曼空间和引力瞬子解[J]. 中国科学, 1978, 8(3): 288-293.
- [24] 谷超豪, 胡和生, 李大潜, 等. Riemannian spaces with local duality and gravitational instantons[J]. Science in China(Serries A), 1978(4): 475-482.

## A remarkable collaboration: Research on gauge field theory by Yang Chen-Ning, Gu Chaohao and other researchers

DING Zhaojun, ZHANG Peng

Department for the History of Science and Scientific Archaeology, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China

**Abstract** From 1974 to 1977, Yang Chen-Ning collaborated with Fudan University scholars including Gu Chaohao in a four-year joint research initiative. Focusing on the integral formulation of gauge fields, gravitational field equations, magnetic monopole theory, and instanton solutions, their interdisciplinary work synergized differential geometry with theoretical physics. Through this integration, they elucidated the physical significance of gravitational equations in gauge fields, unveiled mathematical correlations within the concept of magnetic charge, and provided geometric interpretations for instanton solutions. This collaboration elevated China's gauge field research to international standards, fostered scientific talent, established academic exchange channels between China and foreign countries, and became a paradigm of interdisciplinary cooperation.

**Keywords** Yang Chen-Ning; Fudan University; Gu Chaohao; gauge field theory ●



(责任编辑 傅雪)