

# 量子因果序在量子信息过程中的应用

陈耕, 李传锋\*

中国科学技术大学物理学院, 合肥 230026

**摘要** 量子信息研究旨在利用量子资源实现超越经典极限的通信安全、计算能力和测量精度。一种新的量子资源即量子因果序被提出并被证明在一些量子信息过程中可以提供独特的优势。概述了量子信息中的量子资源, 回顾了量子因果序在量子信息中的应用, 并重点阐述其在量子精密测量任务中所能提供的超海森堡极限精度。未来这种新的资源可以在更多量子信息处理中带来本质的提升。

**关键词** 量子资源; 量子因果序; 超海森堡极限

## 1 量子信息中的量子资源

20 世纪初, 量子力学的诞生给物理学带来了翻天覆地的变化, 量子力学在物质科学领域, 例如, 凝聚态物理、原子分子和光物理、化学物理等领域大显身手。1948 年, 香农(Shannon C E)划时代的论文《通信的数学理论》用数学形式将历史悠久的信息学确立为一门现代学科。随着计算机技术的飞速发展, 人类所掌握的处理信息的工具日益强大, 信息科学也与材料科学、能源科学鼎足而立, 成为现代社会 3 大重要学科之一。20 世纪末, 人们将量子力学应用到信息领域, 开创了量子信息学这门新兴交叉学科, 其中量子密码学提供了由物理定律保证的不可破译的密钥分配体系, Shor 算法向世人

展示了量子计算不可限量的前景, 以量子隐形传态为代表的量子通信方法则揭示了量子力学的一个全新的应用领域。随着量子信息技术的发展, 量子技术还在不断向其他领域延伸, 例如, 以高精度测量为核心的量子计量、量子成像等。

因此量子信息是把物理学的量子原理用于信息处理过程的一门交叉科学, 研究目标是获得超过经典极限的计算能力、通信安全性和测量精度。决定这些目标能否实现的一个基本前提是能够制备各种形式的量子资源, 例如, 可以同时处于 0 和 1 叠加态的量子比特, 是用来进行量子计算和通信的最基本信息单元, 保证了量子计算指数加速能力和量子保密通信的绝对物理安全性。量子压缩态可以将某一个物理量的量子涨落进行压缩, 从而降低测

收稿日期: 2023-07-20; 修回日期: 2023-09-11

作者简介: 陈耕, 教授, 研究方向为量子纠缠度和量子精密测量, 电子信箱: chengeng@ustc.edu.cn; 李传锋(通信作者), 教授, 研究方向为量子信息, 电子信箱: cfli@ustc.edu.cn

引用格式: 陈耕, 李传锋. 量子因果序在量子信息过程中的应用[J]. 科技导报, 2023, 41(19): 43-47; doi: 10.3981/j.issn.1000-7857.2023.19.004

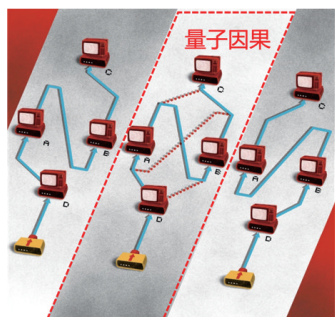
量中的不确定度,获得超越经典的测量精度。量子压缩的一个成功应用是将引力波探测仪激光干涉引力波天文台(LIGO)的噪声压制到散粒噪声以下,从而大幅提升了探测到引力波的概率。量子纠缠作为一种更高级的量子资源,赋予了量子信息更强大的能力。两体纠缠就可以用来进行量子隐形传态和量子密集编码,更多体的纠缠态形成的薛定谔猫态有望获得海森堡极限的测量精度。

然而在现实中制备大规模和高质量的量子资源总是被各种实际因素制约,例如,能实现的量子压缩态的压缩度和纠缠态中的粒子数目,以及脆弱的量子相干性让这些理论优势很难转化为信息处理过程中的真实优势。近年来,一种新的量子结构——量子因果序被提出,并在各种量子信息任务中带来了之前所有量子资源所不具备的优势。

## 2 量子因果序的提出和原理

在经典的世界里,如果2个事件A和B存在关联,那么这2个事件孰因孰果是确定的。如果A发生在前B发生在后,那就是A因B果;反之则是B因A果(图1)。而量子世界不仅可以存在不同本征态的叠加,也允许不同时序的量子叠加,即量子因果序。

量子因果序最早是2009年由香港大学Chiribella等<sup>[1]</sup>提出,他们指出量子理论允许在线路中不通过以预定义的因果顺序来进行黑匣子的转换。这种转换的最简单的例子就是经典的黑盒切换,



左图和右图演示的是A和B之间确定因果的线路,中间图演示的是A和B处于不确定量子因果序的线路  
图1 经典确定性因果和量子不确定因果的图示

其中2个输入黑盒根据经典位的值以2种不同的顺序排列。这种转换的量子版本——量子开关可以产生一个输出电路,其中连接的顺序由量子位控制,量子位与电路结构纠缠在一起。基于这种思想,可以给量子因果序一个更为基本和普适的定义:如果2个事件A和B之前存在相互关联,且同时具备A因B果和B因A果2种可能性,可以称之为量子因果序(图1)。

确定性因果是一个在物理上容易实现的么正演化过程。而量子因果序是2个么正过程的量子叠加,构成了一个量子超图结构(quantum supermap),因而直接的物理实现是很困难的。可以引入一个额外的控制比特,如图2所示,如果这个控制比特处于0状态,系统先进行A演化再进行B演化;如果控制比特处于1状态,系统先进行B演化再进行A演化;而如果控制比特是一个 $|0\rangle + |1\rangle$ 的量子叠加态,那么系统同时经历了先A后B和先B后A的演化。通过这样一种量子交换机(quantum switch)的结构,就可以在物理上实现量子因果序。那么对于一个未知结构,如何确认其是否具有量子因果序是一个首先要解决的问题。对于其他量子资源,可以用一系列成熟的方法来判断其纠缠特性,例如,利用纠缠目击(entanglement witness)判断量子纠缠,对于量子因果结构,也可以借用类似的方法。2017年发表在《Science Advances》的一个实验工作提出一种目击算符来验证一个结构的因果序<sup>[2]</sup>,当这个目击算符作用在这样一个结构上的观测值大于0时,就可以确定性地断言该结构具有量子因果序(图2)。通过引入控制比特让系统比特经历不同的演化过程,当控制比特处于 $|0\rangle + |1\rangle$ 叠加态时可以实现如图2(c)所示的量子因果序。

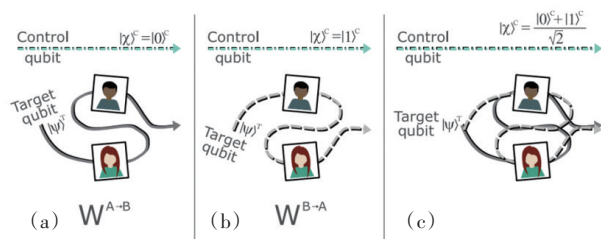


图2 量子因果序的物理实现

### 3 量子因果序在量子计算和量子通信中的应用

量子因果序结构的基本性质和物理实现被研究清楚后,学术界开始思考如何将其用于量子信息过程,产生进一步的量子优势。在量子计算中,通常用所有逻辑门的使用次数来考量一个方法的效率。2012年,理论工作中提出了一个简单的计算问题,即如何确定一对算符  $U_A$  和  $U_B$  是对易的还是反对易的<sup>[3]</sup>。对于这样一个问题,2010年发表的一个实验工作已经证明了在确定因果的架构下,最高效的方法也需要其中一个算符被使用2次<sup>[4]</sup>。而引入量子因果序结构后,这样一个问题只需要将每个算符对应的逻辑门使用1次就可以确定性地解决。2015年发表于《Nature Communications》的一个工作实验实现了这样一种量子优势,也是第一个在实验上演示量子因果序的工作<sup>[5]</sup>。这个实验利用了光子的2个路径作为控制比特,用来控制光子偏振自由度演化的时序。2个系统演化算符可以从3个泡利算符和单位算符中选取。最终通过监控控制比特的2个出口,即可判断  $U_A$  和  $U_B$  的对易关系。

Ebler 等<sup>[6]</sup>在2018年发表的工作成果展示了量子因果序在量子通信任务中也可以带来独特的优势。他们考虑2个完全消相干信道,对于其中任意一个消相干信道无论输入态的密度矩阵如何,输出总是单位阵。不管这2个信道以什么样的确定顺序串在一起,必然也不能用来传输信息。但是当这2个信道处于量子因果序,输出状态的表达式将重新含有一定比重的输入态密度矩阵,从而说明量子因果序使得2个完全消相干信道可以用来传输信息。2020年,来自中国科学技术大学的研究团队在实验上观测到了这种量子通信任务中增强<sup>[7]</sup>,他们同样使用路径作为控制比特,而把信息编码到光子的偏振自由度,并构建了2个处于量子因果序的完全退相干信道。实验结果观测到,通过信道传输的互信息量明显大于0,证明了量子因果序在这样一个通信场景中可以产生量子增强。

### 4 量子因果序在量子精密测量中的应用

量子精密测量是量子物理学与精密测量科学的结合,在探索科学前沿问题和服务国家重大需求方面发挥着独特作用,同时也正是最接近实用化和产业化的量子技术。充分发挥物理体系的多自由度优势是量子精密测量发展的重要趋势,相关成果一方面为前沿科学探索提供了更加强大的技术手段,用来验证一些基本的理论模型和发现新的科学现象;另一方面,依托于量子系统的精密测量新方法与新技术有望应用于勘测遥感等国民经济和国防应用领域,从而大幅提升中国的综合竞争力。

考量一种测量方法的测量能力,通常使用测量可以达到的不确定度  $\Delta$  随着测量中所使用的资源  $N$  的下降速度来表征。如图3所示,经典方法可达到的下降速度极限是  $\Delta$  反比于  $N^{0.5}$ ,即标准量子极限。

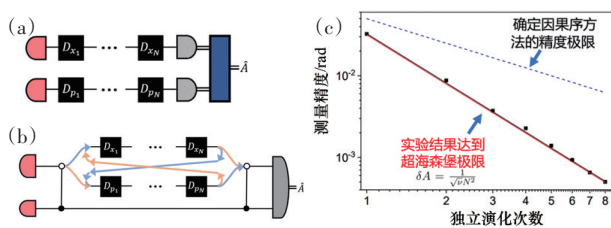


图3 物理学所允许的测量精度极限和存在的开放问题

如想突破标准量子极限就需要借助于量子资源,例如,利用压缩态可以超过标准量子极限大约10 dB。如果可以制备多体纠缠  $N00N$  态,理论上就可以达到  $\Delta$  反比于  $N$  的1次方的海森堡极限。但是制备  $N$  很大的  $N00N$  是一件非常困难的事,所以纠缠态用于精密测量目前只能提供一种理论上的潜在优势。那是否有可能突破海森堡极限?这是学术界存在广泛争议的问题。因为海森堡极限来源于量子力学的基本原理——海森堡不确定原理,一般被认为是物理学所能达到的最终测量极限。之前有一些科研人员声称其方法可以超过海森堡极

限,但是最终都被学术界通过规范化的资源定义限制在海森堡极限以内<sup>[8-11]</sup>。2018年,中国科学技术大学的科研团队通过新型的弱测量方法,对单光子相互作用实现了达到海森堡极限的测量精度<sup>[12-13]</sup>。2020年,研究者取得理论工作成果,发现利用量子因果序这种新型的量子资源,可以在精密测量中达到前所未及的反比于 $N^2$ 的超海森堡极限<sup>[14]</sup>。这个方案中考虑2组连续变量,分别是坐标空间的本征值 $x$ 和动量空间的本征值 $p$ 。这2个变量都进行了 $N$ 次独立演化,从而产生了一个几何相位 $A$ 。传统的确定因果序方法对于 $A$ 估计的最好精度极限是海森堡极限,可以由如图4(a)<sup>[14]</sup>所示的串行测量装置达到。如图4(b)<sup>[14]</sup>所示,把这样的2组演化制备到2个相反时序的量子叠加,总体相位获得了平方放大达到 $N^2A$ 。通过计算发现这个线路的Fisher信息量达到了 $N^4$ ,由Cramer-Rao Bound可以推断测量精度可以反比于 $N^2$ 。

这样一个方案包含了离散变量和连续变量体系,而且需要利用离散的量子比特状态去控制2组连续变量的演化时序。但已有量子信息方案中的离散变量体系无法实现连续变量的演化,而连续变量体系无法把2组演化制备到2个相反时序的量子叠加。中国科学技术大学团队发明了一种全新的杂化(hybrid)装置,用光子的偏振状态来控制光子横向横式的位置和动量的演化。实验结果对几何相位的测量精度可以达到如图4(c)所示的超海森堡极限,并且优于任意确定因果序方案能达到的最高精度<sup>[15]</sup>。



(a) 确定性因果序方法通过分别测量 $x$ 的 $N$ 步演化和 $p$ 的 $N$ 步演化来估计2种演化产生的几何相位;(b) 两组演化可以制备到2种相反时序的量子叠加,2种时序如图中的蓝色和橙色线路所示;(c) 实验结果(图中黑色方点)证明量子不定因果序方法可以达到超海森堡极限精度(图中红线),并优于确定因果序方法能达到的最好精度(图中蓝色虚线)

图4 量子因果序测量装置及几何相位测量精度

这个实验中所使用的探针是单个光子,所以每次测量所需要的能量与 $N$ 无关。在以能量为规范定义的前提下,这是目前唯一可以达到 $1/N^2$ 超海森堡极限的实验工作。特别值得强调的是,这样一个实验在演示的范围内已经实现了相对于传统方法的绝对优势,而不仅仅是一种潜在的优势。这主要是因为这个实验中 $N$ 代表的是独立演化的次数而不是量子态的规模,所以具有很好的可扩展性。如前文所述,利用 $N00N$ 态进行精密测量所具有的潜在优势目前无法变成现实优势,就是因为现阶段实验技术无法确定性制备大规模的量子态。

## 5 未来展望

量子因果序作为一种新的量子资源,已经在一些量子计算、通信和测量任务中展现出了优势。之所以能带来这些优势,是因为量子因果序具有和纠缠态类似的非局域性,但是这种非局域性体现在时间域而不是空间域上。这种新型纠缠的基本单元可以不再是微观粒子而是一系列经典操作,因而在物理实现上具有更好的可扩展性。一个有趣的问题是,对于目前的量子因果序方案,科研人员都只关注对控制比特的信息提取而丢弃了系统比特的信息,如何能把所有的信息都提取出来,获得进一步的量子增强是一个值得探索 and 关注的问题。

## 参考文献 (References)

- [1] Chiribella G D, Ariano G M, Perinotti P, et al. Beyond quantum computers[J]. 2009, arXiv: 0912.0195.
- [2] Rubino G, Rozema L A, Feix A, et al. Experimental verification of an indefinite causal order[J]. Science Advances, 2017, 3(3): e1602589.
- [3] Chiribella G. Perfect discrimination of no-signalling channels via quantum superposition of causal structures[J]. Physical Review A, 2012, 86(4): 040301.
- [4] Yao X C, Fiurúšek J, Lu H, et al. Experimental realization of programmable quantum gate array for directly probing commutation relations of Pauli operators[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(12): 120402.
- [5] Procopio L M, Moqanaki A, Araújo M, et al. Experimen-

- tal superposition of orders of quantum gates[J]. *Nature Communications*, 2015, 6(1): 7913.
- [6] Ebler D, Salek S, Chiribella G. Enhanced communication with the assistance of indefinite causal order[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(12): 120502.
- [7] Guo Y, Hu X M, Hou Z B, et al. Experimental transmission of quantum information using a superposition of causal orders[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 124(3): 030502.
- [8] Napolitano M, Koschorreck M, Dubost B, et al. Interaction-based quantum metrology showing scaling beyond the Heisenberg limit[J]. *Nature*, 2011, 471(7339): 486–489.
- [9] Zwierz M, Pérez-Delgado C A, Kok P. Ultimate limits to quantum metrology and the meaning of the Heisenberg limit[J]. *Physical Review A*, 2012, 85(4): 042112.
- [10] Berry D W, Hall M J W, Zwierz M, et al. Optimal Heisenberg-style bounds for the average performance of arbitrary phase estimates[J]. *Physical Review A*, 2012, 86(5): 053813.
- [11] Hall M J W, Wiseman H M. Does nonlinear metrology offer improved resolution? Answers from quantum information theory[J]. *Physical Review X*, 2012, 2(4): 041006.
- [12] Chen G, Zhang L, Zhang W H, et al. Achieving Heisenberg-scaling precision with projective measurement on single photons[J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(6): 060506.
- [13] Chen G, Aharon N, Sun Y N, et al. Heisenberg-scaling measurement of the single-photon Kerr non-linearity using mixed states[J]. *Nature Communications*, 2018, 9(1): 93.
- [14] Zhao X, Yang Y, Chiribella G. Quantum metrology with indefinite causal order[J]. *Physical Review Letters*, 2020, 124(19): 190503.
- [15] Yin P, Zhao X, Yang Y, et al. Experimental super-Heisenberg quantum metrology with indefinite gate order[J]. *Nature Physics*, 2023: 1–6.

## Application of quantum causal order in quantum information processing

CHEN Geng, LI Chuanfeng\*

School of Physical Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China

**Abstract** Quantum information research aims to use quantum resources to achieve communication security, computing power and measurement accuracy beyond classical limits. In recent years, a new quantum resource—quantum causal order—has been proposed and proven to be able to provide unique advantages in some kinds of quantum information processes. This article reviews the existing quantum resources and the application of quantum causal order in quantum information and focuses on the super-Heisenberg limit accuracy it can provide in quantum metrology tasks. This new quantum resource may potentially provide essential promotion in various quantum information processing.

**Keywords** quantum resources; quantum causal order; super-Heisenberg limit ●



(责任编辑 王微)