数学天才罗赫:智慧而短暂的一生

段玥芮,王淑红*

河北师范大学数学科学学院,石家庄 050024

摘要 古斯塔夫·罗赫是德国著名数学家、物理学家,以黎曼-罗赫定理而闻名,推动了代数几何等领域的发展。通过文献研读和历史分析,研究了罗赫的成长经历、主要成就及其影响,展示了他一生勤奋好学、积极进取,在科学研究上勇于探索、持之以恒,在教学上认真负责、甘为人梯,短暂的一生彰显了无穷的智慧。

关键词 罗赫;黎曼—罗赫定理;函数论;代数几何

古斯塔夫·罗赫(Gustav Roch,1839—1866年)是19世纪德国著名数学家,1839年12月9日出生于德国德累斯顿(Dresden),1866年11月21日病逝于意大利威尼斯(Venice),年仅27岁。他先后在德累斯顿理工学院、莱比锡大学、哥廷根大学、柏林大学学习,在数学、物理学等领域作出了杰出贡献。特别是在代数几何方面,罗赫补充了黎曼不等式,解析了黎曼-罗赫定理的几何意义,与伯恩哈德·黎曼(Bernhard Riemann,1826—1866年)共同给出了黎曼-罗赫定理。巧合的是,他们二人均英年早逝且同一年去世。

围绕罗赫本人求学经历及其学术成就,国内外学者已进行了一些相关研究。其中主要有:1998年,杰里米·约翰·格雷(Jeremy John Gray,1947—)在论文《黎曼-罗赫定理与几何学,1854—1914》(《The Riemann-Roch theorem and geometry, 1854-1914》)中从黎曼和罗赫出发,阐述了黎曼-罗赫定理初步发展及其影响[1]。1999年,丹·M·戈贝尔(Dan M. Goebel)、哈特穆特·施洛瑟(Hartmut Schlosser)和马蒂亚斯·塞卡泽克(Matthias Sekatzek)在论文《古斯塔夫·罗赫(1839—1866)》(《Gustav Roch(1839-1866)》)中对罗赫的家庭背景、求学经历和个人兴趣等方面进行了论述[2]。2016年,帕特里克·波佩斯库-潘普(Patrick Popescu-Pampu)在著作《什么是亏格?》(《What is the Genus?》)中用现代语言对黎曼-罗赫定理背景及其发展进行了探讨[3]。胡作玄先生的《近代数学史》简要回顾了黎曼-罗赫定理在19世纪80年代的发展过程[4]。

通过研读罗赫的原创论著以及国内外相关文

收稿日期:2024-05-12;修回日期:2024-08-17

基金项目:国家自然科学基金项目(12271138,12171137)

作者简介:段玥芮,硕士研究生,研究方向为近现代数学史,电子信箱:501757248@qq.com;王淑红(通信作者),教授,研究方向为近现代数学史,电子信箱:zyfwsh@sina.com

引用格式:段玥芮, 王淑红. 数学天才罗赫:智慧而短暂的一生[J]. 科技导报, 2024, 42(24): 128-135; doi:10.3981/j.issn.1000-7857.2023.05.00721

献,发现罗赫的人生经历、成就和影响还需进一步研究。例如,罗赫为什么从学习化学转向学习数学?他如何在短暂的人生中取得了不凡的数学成就?他的数学成就有怎样的影响?

1　天赋异禀,幸遇伯乐

罗赫的父亲古斯塔夫·阿道夫·罗赫(Gustav Adolf Roch),是一名皇家厨房助理,母亲是奥古斯特·卡罗琳·比特纳(Auguste Caroline Büttner)。罗赫中学时期在诺伊施塔特学校接受教育,这个时期数学还不是其主要兴趣。1857年,受父亲鼓励,罗赫进入德累斯顿理工学院学习了2年实用化学,以更好地谋求职业发展。

在德累斯顿理工学院求学期间,罗赫遇到了人生中第1位贵人奥斯卡·夏弗·施勒米希(Oscar Xaver Schlömilch,1823—1901),他为罗赫打开了数学世界的大门。施勒米希是一位优秀的数学家,在授课中发现罗赫极有数学天赋,希望罗赫能够转学数学。罗赫也发现了自己的数学天赋,但数学专业与当时正在学习的化学专业有很大不同,再加上未曾在数学方面进行过深入系统的学习,罗赫陷入了困惑之中。施勒米希坚持不懈地劝说,终于说服了罗赫。罗赫改变了正在研究的主要课题,投身到数学理论的研究中。

罗赫有很高的天赋,在德累斯顿理工学院学习期间,他首次接触电磁学的数学理论,就通过研读安德烈-玛丽·安培(André-Marie Ampère,1775—1836年)在1826年出版的著作《仅由经验导出的电动力学现象理论》(《Théorie des Phénomènes Électro-dynamiques, Uniquement Déduite de l' Expérience》),撰写了第1篇关于电动力学和电磁学的数学理论的论文《论安培公式的转化》(《Ueber eine Umgestaltung der Ampère'schen Formel》),并于1859年发表在《数学和物理杂志》(《Zeitschrift für Mathematik und Physik》)上。《仅由经验导出的电动力学现象理论》主要介绍了安培对电动力学定律的数学推导,促进了对称性原理的发展。《论安培公式的转化》测试了电流效应,运用类比方法,在电磁学理论中引入力函数,并确定了粒子效应。这为其研究位势函数提供了可能,增强了研究电动力学和电磁学的信心。

不久之后,还是在1859年,罗赫又发表了2篇论文《论磁矩》(《Ueber magnetische Momente》)和《论磁学》(《Ueber Magnetismus》)。《论磁矩》计算了一个电流绕与坐标轴平行的3个轴旋转到另一个电流的力矩,得到了结论——韦伯关于闭合电流的实验对安培公式的证明不完全正确,加深了对安培公式的理解。《论磁学》分析了磁平衡方程的作用,促进了电磁场与电场强度的研究。这2篇文章的发表进一步展示了罗赫的天赋,促使他在这个领域不断深耕下去。

2　好学深思,潜心钻研

华罗庚曾说过:“聪明出于勤奋,天才在于积累。”罗赫在寻求真理的过程中,始终保持勤奋刻苦、不断钻研、积极进取的状态。在求学期间日复一日地钻研电动力学和电磁学、函数论、代数几何等领域,为后续深入研究埋下了伏笔;他在与许多学者沟通交流中谦虚谨慎,特别重视与知识渊博的学者深入交流,进一步深化自己的思想理论水平,奠定了在多个领域成功的基础。

2.1　孜孜不倦,多地求学

1859年春,20岁的罗赫进入莱比锡大学,继续进行电磁学数学理论的研究。对他影响最深的老师是奥古斯特·费迪南德·默比乌斯(August Ferdinand Möbius,1790—1868年),默比乌斯在解析几何方面有独特深刻的见解。罗赫听了默比乌斯的许多讲座,这为他在数学上的深入研究提供了丰富的理论知识。罗赫好奇心强,对很多方面都富有热情,学习了许多课程,选修了哲学、植物学、语言学和历史学的一些课程,此外还聆听了威廉·汉克尔(Wilhelm Hankel)的物理讲座,学习了数学与物理之间的联系与应用,这为他研究电动力学和电磁学、位势函数等打开了新的大门。

这段时间,罗赫继续对电磁学的数学理论深入学习,研读相关论文,并且很快有了高质量的成果,

在《数学和物理杂志》上发表了2篇论文。1860年,发表了论文《关于电流理论的注释》(《Bemerkung zur Theorie der elektrischen Ströme》),这篇论文补充了安培公式在电磁学中的应用,为进一步研究电流与电荷运动状态的关系提供了依据;1861年,发表了论文《论磁学》,这篇论文补充了他1859年发表同名论文中提出的一些定理的特例,解决了磁场分布的部分问题,为其进一步研究二重积分和三重积分的变换奠定了基础。罗赫刻苦学习、勤奋钻研,尤其擅长数学、物理学科,再加上发表多篇论文,他获得了卡尔·弗里德里希·克雷格尔·冯·斯特恩巴赫(Karl Friedrich Kregel von Sternbach,1717—1789年)捐赠的奖学金——克雷格尔-斯特恩巴赫(Kregel-Sternbach)奖学金(主要用来鼓励数学、物理、天文等领域的研究)。这项奖学金为罗赫进一步研究数学和物理学提供了支持。

1861年4月13日,在汉克尔的建议下,22岁的罗赫进入哥廷根大学,跟随威廉·爱德华·韦伯(Wilhelm Eduard Weber,1804—1891年)学习了3个学期,同时也聆听了许多顶尖数学家的讲座,其中黎曼对罗赫的影响格外深刻,黎曼以其丰富的学识、敏锐的头脑和有趣的讲座给他留下了深刻的印象,使得罗赫决定追随黎曼的脚步。与黎曼一样,罗赫同时从事位势理论和复变函数论的研究。除此之外,韦伯既是黎曼的老师,又是罗赫的老师,所以罗赫和黎曼的联系较多。在黎曼的影响下,罗赫亦对哲学产生了浓厚兴趣。

1862年,在结束了哥廷根大学的学习后,罗赫又去了柏林。他在柏林大学生活了1个学期,学习更广泛的知识。在柏林大学期间,他与许多学者进行了学术上的交流,其中包括利奥波德·克罗内克(Leopold Kronecker,1823—1891年)、恩斯特·爱德华·库默尔(Ernst Eduard Kummer,1810—1893年)、卡尔·西奥多·威廉·魏尔斯特拉斯(Karl Theodor Wilhelm Weierstrass,1815—1897年)和卡尔·威廉·博尔夏特(Carl Wilhelm Borchardt,1817—1880年)等。罗赫学习了克罗内克在数论、方程理论、行列式理论和积分理论等方面的思想,使其更容易寻找多种理论之间的联系。罗赫运用库默尔将整数的结论推广到其他整环的方法,把第1类积分的结论推广到第2类积分与第3类积分上。罗赫还学习了魏尔斯特拉斯通过幂级数构建复函数理论的思想,特别是,在1864年的论文运用了魏尔斯特拉斯的思想(可以运用傅里叶级数和积分解决数学物理问题),解决单变量函数的相关问题。这段时间,罗赫的分析思想还有一个主要来源,那就是博尔夏特,博尔夏特帮助其更好地构建了复变函数框架。

2.2 善于分享,乐于交流

罗赫始终保持求真务实、乐于合作的品质,与鲁道夫·克莱布什(Rudolf Clebsch,1833—1872年)有一段交流。克莱布什原来的研究方向是变分法,一开始对纯数学不太了解,在得知黎曼的复变函数论工作及罗赫对这方面有研究后,向罗赫写信请教黎曼研究内容与罗赫学位论文的相关问题。罗赫热情地与克莱布什探讨这些问题并解答了他的疑惑。克莱布什吸收、借鉴黎曼和罗赫的思想,结合自己的想法给出了超越法,他是首次运用曲线术语阐述第1类阿贝尔积分定理的人[5]。

1864年,费利斯·卡索拉蒂(Felice Casorati,1835—1890年)在去柏林访问魏尔斯特拉斯的途中遇到了罗赫,向罗赫提出了一些关于黎曼面的概念和黎曼阿贝尔函数论的问题,罗赫根据黎曼课程的笔记给出了讲解。在罗赫的帮助下,卡索拉蒂完善了自己的想法,并于1868年出版著作《复变函数论》(《Teorica Delle Funzioni di Variabili Complesse》)[6]。罗赫善于学习、潜心研究,与学者相互探讨解决问题的方法,促进了学术合作和知识共享。图1展示了罗赫的学术关系。

3 杰出的数学物理成就

罗赫经过在德累斯顿理工学院、莱比锡大学、哥廷根大学、柏林大学的学习,尤其是深受黎曼复分析思想的影响,在学术道路上不断前进,取得了更加突出的成就。

3.1 位势理论

1862年,23岁的罗赫从莱比锡大学毕业,获得

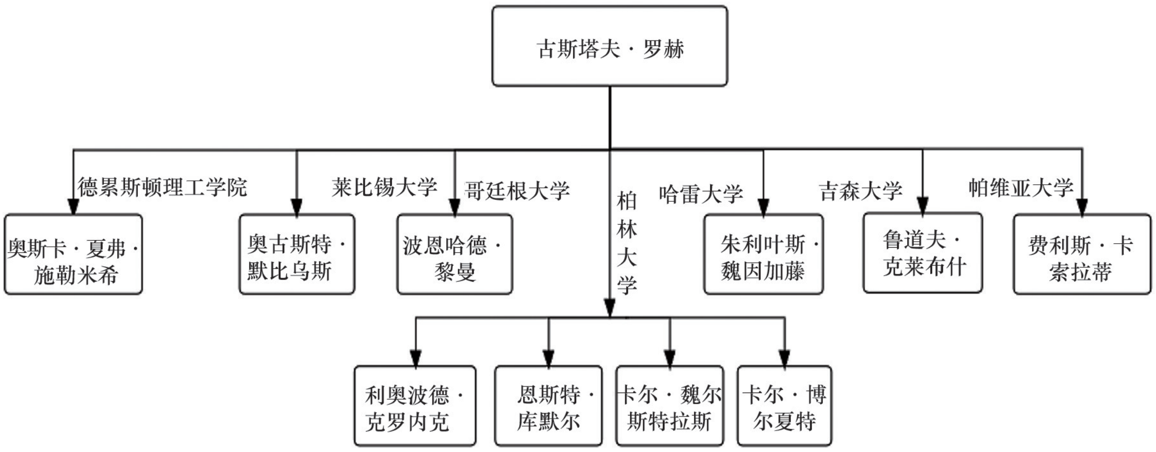

图1　罗赫学术关系

硕士学位。同年5月28日,在汉克尔的指导下,写出了博士学位论文《论三元函数的位势表达式》(《Über die Darstellung von Functionen dreier Variablen durch Potentialausdrücke》),并被授予博士学位。他热爱数学、物理,对此产生了越来越浓厚的兴趣,更重要的是其探索精神使他取得了很大成就。随后分别在1863年和1864年公开发表了2篇关于位势理论的论文。

罗赫把自己的兴趣变成事业不断向前发展,1863年,在《克雷尔杂志》上发表论文《位势表达式在远程分子物理的效应理论和导体上电荷运动理论中的应用》(《Anwendung der Potentialausdrücke auf die Theorie der molekular-physikalischen Fernewirkungen und der Bewegung der Elektricität in Leitern》)。这篇论文补充了格林定理在空间上位势函数理论中的应用,根据欧姆定律的电磁效应,解决了远距离点的电磁效应这一问题,同时还为导体中的电荷运动建立了一个方程组,并解释了该方程组的物理意义与数学意义。这篇论文建立了格林定理与电荷运动理论之间的联系。

1864年,罗赫在《克雷尔杂志》上又发表了一篇关于位势理论的论文,题目为《论位势的变换》(《Ueber eine Transformation des Potentials》)。这篇论文通过傅里叶二重积分定义单变量函数,将定义推广到多变量函数,运用极坐标变换得到位势变换的结论,使得傅里叶积分也适用于有间断点的函数,解除了函数连续性这一条件的限制。这篇论文亦是罗赫公开发表关于位势理论的最后一篇文章。

与此同时,罗赫也在研究其他数学问题。1863年,罗赫在《数学和物理杂志》上发表论文《论复变函数》(《Ueber Functionen complexer Grössen》)。这篇论文解决了积分基本定理的均值问题,是罗赫研究代数函数论、代数几何的基础。基于这篇论文,罗赫于1863年10月13日在哈雷大学提交了就职论文《有关阿贝尔函数的一些理论》(《De theoremate quodam circa functiones Abelianas》)后成功任职,此后罗赫的研究重心就是复变函数论。

3.2　黎曼-罗赫定理

罗赫始终保持对真理的好奇心,具有不畏挫折、大胆假设、理性思考等精神品质。在狄利克雷原理当时还存在分歧的情况下,罗赫大胆地在论文中运用这个原理,给出了其最重要成果之一,即黎曼-罗赫定理。

1864年,罗赫对黎曼的论文很感兴趣,尤其是反复研读黎曼1857年的论文《阿贝尔函数理论》(《Theorie der Abel'schen Functionen》)。该论文是黎曼博士论文《单复变量函数一般理论基础》(《Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer veränderlichen complexen Grösse》)的延续,提出了很多开创性想法,例如黎曼-罗赫定理中的单边不等式、雅可比反演问题、代数曲线的双有理几何和黎曼面模数的概念[7]。罗赫对该论文中

的黎曼-罗赫定理的单边不等式很感兴趣,1864年写出了论文《论代数函数中任意常数的数量》(《Ueber die Anzahl der willkürlichen Constanten in algebraischen Functionen》)。该论文从代数函数出发,参照黎曼论文《阿贝尔函数理论》第5节和第20节等内容,运用魏尔斯特拉斯给出的超椭圆积分方法,研究常数数量的关系。在黎曼不等式的基础上,将不等式左侧和右侧的差值解析为全纯积分的某个空间的维数,给出了黎曼-罗赫定理[8]。1865年,罗赫将这篇论文发表在《克雷尔杂志》,成为罗赫影响最深远的成果之一。

黎曼-罗赫定理在代数曲线、代数曲面、高维簇和层上同调等方面的研究中都发挥着极其重要的作用,是研究代数几何的基础。黎曼-罗赫定理这个名称最早来源于马克斯·诺特(Max Noether,1844—1921年)和亚历山大·冯·布里尔(Alexander von Brill,1842—1935年)1874年共同撰写的论文《论代数函数及其在几何学中的应用》(《Ueber die Algebraischen Functionen und Ihre Anwendung in der Geometrie》),他们由此还得到了布里尔-诺特理论[9]。1882年,戴德金和韦伯在论文《单变量代数函数理论》(《Theorie der Algebraischen Functionen einer Veränderlichen》)中,运用代数-算术方法证明了黎曼-罗赫定理[10]。20世纪50年代该定理得到进一步发展,1951年,小平邦彦(Kunihiko Kodaira,1915—1997年)在论文《紧解析曲面上的黎曼-罗赫定理》(《The Theorem of Riemann-Roch on Compact Analytic Surfaces》)中,利用调和积分理论证明紧复解析流形上的黎曼-罗赫定理[11]。1954年,彼得·希策布鲁赫(Peter Hirzebruch,1927—2012)在论文《代数簇的算术亏格和黎曼-罗赫定理》(《Arithmetic Genera and The Theorem of Riemann-Roch for Algebraic Varieties》)中用层的语言表述并证明了代数簇的黎曼-罗赫定理,得到希策布鲁赫-黎曼-罗赫定理[12]。1957年,亚历山大·格罗滕迪克(Alexander Grothendieck,1928—2014年)给出并证明格罗滕迪克-黎曼-罗赫定理。格罗滕迪克-黎曼-罗赫定理的第1个证明是由费利克斯·爱德华·贾斯汀·米尔·博雷尔(Félix Edouard Justin Émile Borel,1871—1956年)和让-皮埃尔·塞尔(Jean-Pierre Serre,1926—)于1958年在《黎曼-罗赫定理》(《Le Théorème de Riemann-Roch》)中给出的[13]。1963年,迈克尔·弗兰西斯·阿蒂亚(Michael Francis Atiyah,1929—2019)和伊萨多·辛格(Isadore Singe,1924—2021年)在论文《紧流形上椭圆算子的指标》(《The Index of Elliptic Operators on Compact Manifolds》)中,提出了阿蒂亚-辛格指标定理[14]。杨振宁先生和罗伯特·劳伦斯·米尔斯(Robert Laurence Mills,1927—1999年)共同提出了杨-米尔斯理论,该理论是格罗滕迪克-黎曼-罗赫定理的推广,使得数学与物理的关系达到了一个新的高度。

3.3 积分问题

罗赫具有持之以恒、开拓创新的品质,黎曼的思想比较艰深难懂,但罗赫在补充了黎曼不等式之后并没有停下前进的脚步。1865年,罗赫在1863年关于复变函数的论文基础上,又在《数学和物理杂志》上发表了同名论文《论复变函数》。该论文解决了函数的第1类积分问题,是多年来理解黎曼思想为数不多的公开资料来源之一,也为其他数学家研究复变函数提供了方法。1865年,他在《数学和物理杂志》上发表论文《论θ函数表示第2类和第3类椭圆积分》(《Ueber die Ausdrücke elliptischer Integrale 2. und 3. Gattung durch θ-Functionen》)。该论文展示了以一种非常简单的方法——运用雅可比公式,得到第2类和第3类椭圆积分表达式的思想,为研究椭圆积分提供了一种新方法。

1866年,罗赫在《数学和物理杂志》上发表2篇论文,《论第2类积分和θ函数的均值》(《Ueber Integrale zweiter Gattung und die Werthermittelung der θ-Functionen》)和《论特殊的四重周期函数》(《Ueber specielle vierfach periodische Functionen》)。《论第2类积分和θ函数的均值》是为了寻求椭圆函数的判定方法和研究θ函数的均值,为研究积分中值定理提供了便利。《论特殊的四重周期函数》主要是研究超椭圆积分的构造,通过构造超椭圆积分并分析其部分性质,运用有理变换,提供了一阶超椭圆积分可以转化为椭圆积分的一般条

件。这一构造被应用于周期函数的研究中。

1866年,罗赫在《克雷尔杂志》上共发表了3篇论文。第1篇《论第3类一阶阿贝尔积分》(《Ueber die dritte Gattung der Abelschen Integrale erster Ordnung》)沿用黎曼的思想,给出了p=2(p表示亏格)时,第3类阿贝尔积分的表达式,为推导一般代数函数的积分表达式提供了方法。第2篇《论四次曲线的双切线》(《Ueber die Doppeltangenten an Curven vierter Ordnung》)给出了代数函数与代数积分反演之间的关系,研究了4次曲线上的双切线理论,得到了p=3时的一个代数定理。该论文推动了计数几何定理的发展。第3篇《论多参数的θ函数》(《Ueber θ-Functionen vielfacher Argumente》)研究了曲线上的积分理论。该论文用θ函数定义曲线,运用积分计算得到θ函数的零点数量公式[15],直接推动了布里尔和诺特的研究[16]。

罗赫去世后,《克雷尔杂志》于1868年发表了他的论文《论第3类阿贝尔积分》(《Ueber Abelsche Integrale dritter Gattung》)。该论文总结了罗赫关于第3类阿贝尔积分的研究,为罗赫系统研究阿贝尔积分画上了一个句号。根据学科的不同,将罗赫1859—1868年出版的论著进行分类、整理,如表1所示。

从表1可以看出,罗赫的论文主要集中在电动力学、电磁学、位势理论、代数几何、代数函数论与复变函数论等,1859年发表了第1篇论文《论安培公式的转化》,随后在莱比锡大学、哥廷根大学和柏林大学学习交流,积累了物理和数学学识,拓宽了思维。1862年开始深入研究函数论,始终坚持不懈地创作,其论文的发表一直持续到1868年,1865年发表了他最著名的论文《论代数函数中任意常数的数量》。

表1　罗赫出版论著(1859—1868年)

学科	1859年	1860年	1861年	1862年	1863年	1864年	1865年	1866年	1868年	合计
电动力学和电磁学	3	1	1	0	0	0	0	0	0	5
位势理论	0	0	0	1	1	1	0	0	0	3
复变函数论	0	0	0	0	2	0	1	2	0	5
代数几何	0	0	0	0	0	0	1	1	0	2
代数函数论	0	0	0	0	0	0	1	2	1	4
合计	3	1	1	1	3	1	3	5	1	19

4　认真负责,甘为人梯

罗赫热爱数学、把数学当成一份事业,并为之努力奋斗。1863年,也就是获得博士学位后一年,罗赫进入哈雷大学任无薪讲师。他努力提高自己的学识,聆听了威廉·罗舍尔(Wilhelm Roscher)、利努克·韦诺克(Linuk Wenok)和约翰内斯·奥弗贝克(Johannes Overbeck)的经济、历史和考古学讲座。罗赫认为在哈雷大学任职是一种神圣使命,并在之后的岁月中努力践行。

在1863—1864年、1864—1865年和1865—1866年的3个学年里,罗赫一直勤勤恳恳,反复钻研黎曼的思想,为呈现出效果更好的讲座效果,他不断学习数学和物理学知识。例如在1864年夏季学期,每周学习5个小时的《解析几何(含习题)》(《Analytische Geometrie(mit Übungen)》),同时每周学习3个小时的《论复变函数》。罗赫在哈雷大学开设的课程包括:微分和积分学;解析几何;椭圆函数和阿贝尔函数[17]。由于罗赫自身学识渊博,再加上勤于思考和反复练习,使得他在哈雷大学开设的讲座深受学生欢迎。罗赫对待讲座认真负责,使学生受益匪浅。学生们积累了在数学、物理上的学识,其中最突出的是朱利叶斯·魏因加滕(Julius Weingarten,1836—1910年)。罗赫对位势理论和复变函数研究较多,恰巧魏因加滕也专注这方面的研究,所以他们之间联系比较频繁,尤其是罗赫

1863年的论文《位势表达式在远程分子物理的效应理论和导体上电荷运动理论中的应用》直接影响了魏因加滕1864年的论文《论电流在导体中的运动》(《Ueber die Bewegung der Electricität in Leitern》)。此外,1866年卡尔·戈特弗里德·诺依曼(Carl Gottfried Neumann, 1832—1925年)整理罗赫的笔记,发表了2篇论文——《关于黎曼阿贝尔积分理论的讲座》(《Vorlesungen über Riemann′s Theorie der Abel′schen Integrale》)和《狄利克雷原理及其在黎曼面上的应用》(《Das Dirichlet′sche Princip in seiner Anwendung auf die Riemann′schen Flächen》)。表2是哈雷大学留存的罗赫讲座(1863—1866年)信息[2]。

从表2可以看出,1863—1866年,罗赫持续在哈雷大学开设了有关物理学和数学的讲座,物理学讲座包括"分子物理光学"和"分析力学"的内容,数学讲座包括"微分和积分运算""解析几何" "复变函数"等内容。罗赫关于数学的讲座较多,其中"微分和积分运算"讲座次数最多。

表2 罗赫的讲座信息(1863—1866年)

名称	1863年10月至1864年2月	1864年4月至1864年7月	1864年10月至1865年2月	1865年4月至1865年7月	1865年10月至1866年2月
微分和积分运算	√	—	√	√	—
分子物理光学	√	—	—	—	—
解析几何(习题)	—	√	√	—	—
复变函数	—	√	—	—	—
椭圆函数和阿贝尔函数	—	—	√	—	—
代数与级数理论	—	—	—	√	—
分析力学	—	—	—	—	√
论曲面	—	—	—	—	√

1863—1866年,罗赫一直担任哈雷大学的无薪讲师。在此期间他出色的个人能力表现得淋漓尽致,得到了海因里希·爱德华·海涅(Heinrich Eduard Heine,1821—1881年)的关注。海涅对罗赫的评价很高,认为他是一位备受喜爱的演讲者。1866年春,海涅写了一封强有力的支持信,积极推荐罗赫,希望哈雷大学任命其为编外教授。奥托·罗森伯格(Otto Rosenberger,1800—1890年)亦十分认同罗赫的表现。1866年8月21日,罗赫被正式任命为哈雷大学的编外教授。

不幸却悄然靠近。由于身患肺结核病,罗赫的身体每况愈下,获准在1866—1867年冬季学期休假,以便恢复健康。罗赫去了威尼斯,希望那里温暖的天气使身体康复。然而并没有如愿以偿,1866年11月21日,罗赫在威尼斯因肺结核逝世。然而,罗赫的名字却因黎曼-罗赫定理而永垂不朽。

5 结语

罗赫将大部分精力投身至数学和物理学科研和教学事业中,怀着对科学的热爱砥砺前行,并发表多篇论文,其论文通常篇幅不长,但其蕴含的思想丰富。特别是给出了黎曼-罗赫定理,该定理推动了代数几何的发展,为后续数学家提供了宝贵财富。他提供了研究阿贝尔积分理论的方法,促进了电动力学和电磁学、位势理论、复变函数论、代数几何、代数函数论等领域的发展。罗赫在教学上精心准备,引导学生进入知识的殿堂,吸引了更多的人投入数学事业中。罗赫虽英年早逝,但他在数学的发展史上,留下了浓浓的一笔,短暂的一生彰显了无穷的智慧。他身上具有的谦虚好学、求真务实、勇于探索、持之以恒、认真负责等精神品质,值得学习和借鉴。

参考文献(References)

[1] Gray J J. The Riemann-Roch theorem and geometry, 1854-1914[J]. Documenta Mathematica, 1998, 3: 811-822.
[2] Goebel M, Schlosser H, Sekatzek M. Gustav Roch (1839-1866) [EB/OL]. (1999-05-06) [2023-04-23]. http://www.mathematik.uni-halle.de/history/roch/index.html.
[3] Patrick P P. What is the genus? [M]. Cham: Springer, 2016: 43-166.
[4] 胡作玄. 近代数学史[M]. 济南: 山东教育出版社, 2006: 526-532.
[5] Kline M. Mathematical thought from ancient to modern times[M]. New York: Oxford University Press, 1972: 997-1116.
[6] Bottazzini U, Gray J J. Hidden harmony: Geometric fantasies[M]. New York: Springer, 2013: 260-739.
[7] Riemann B. Theorie der Abel'schen functionen[J]. Journal Für Die Reine und Angewandte Mathematik, 1857, 54: 115-155.
[8] Roch G. Ueber die Anzahl der willkürlichen constanten in algebraischen functionen[J]. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 1865, 64: 372-376.
[9] Brill A, Noether M. Ueber die algebraischen Functionen und ihre Anwendung in der Geometrie[J]. Mathematische Annalen, 1874, 7(2): 269-310.
[10] Dedekind R, Weber H. Theorie der algebraischen functionen einer veränderlichen[J]. Journal Fur Die Reine und Angewandte Mathematik, 1882, 92: 181-290.
[11] Kodaira K. The theorem of Riemann-roch on compact analytic surfaces[J]. American Journal of Mathematics, 1951, 73(4): 813-875.
[12] Hirzebruch F. Arithmetic Genera and the theorem of Riemann-roch for algebraic varieties[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 1954, 40(2): 110-114.
[13] Borel A, Serre J P. Le théorème de Riemann-Roch[J]. Bulletin de la Société mathématique de France, 1958, 86: 97-136.
[14] Atiyah M F, Singer I M. The index of elliptic operators on compact manifolds[J]. Bulletin of the American Mathematical Society, 1963, 69(3): 422-433.
[15] Roch G. Ueber Theta-functionen vielfacher argumente [J]. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 1866, 66: 177-184.
[16] Del Centina A. Weierstrass points and their impact in the study of algebraic curves: A historical account from the "Lückensatz" to the 1970s[J]. Annali dell'Università di Ferrara, 2008, 54: 37-59.
[17] O'Connor J J, Robertson E F. Gustav Roch[EB/OL]. (2006-03-01) [2023-04-23]. https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Roch.

A wise and short life of Roch, the gifted mathematician

DUAN Yuerui, WANG Shuhong*

School of Mathematical Sciences, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050024, China

Abstract Famous for the Riemann-Roch theorem, Gustav Roch, a renowned German mathematician and physicist, has promoted the development of algebraic geometry. Based on literature study and historical analysis, in this paper, Roch's life experience, major achievements and the related influence are reviewed. In his whole life, Roch demonstrated diligence and entrepreneurial spirit. He was brave to explore and persistent in scientific research, serious and responsible in teaching, and willing to serve as a ladder. His short life was full of infinite wisdom.

Keywords Gustav Roch; Riemann-Roch theorem; function theory; algebraic geometry

(责任编辑　王微)