

材料线弹性断裂力学的断裂准则研究进展

杨立云, 王青成, 王宇伟, 徐龙宁, 宋焯, 王贵东

中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院, 北京 100083

摘要 断裂准则在预测含裂纹材料发生破坏的时间、位置和裂纹扩展路径等方面具有重要意义。重点总结了线弹性材料中裂纹的断裂准则, 阐述了应力强度因子准则、最大能量释放率准则、最大拉应力准则、最大拉应变准则、最小应变能密度准则等常用的断裂准则理论及其现状, 以及这些准则的优点和局限性; 基于常用断裂准则对应力分量和临界半径考虑不足, 归纳了国内外学者提出的修正断裂准则, 包括考虑 T 应力(非奇异项)和可变临界半径 r_c 的影响。分析了断裂准则在岩石和混凝土脆性材料中的应用, 针对基于断裂准则预测其破坏行为时存在的难题, 建议将裂纹尖端应力场的高阶项 T 应力引入断裂准则, 能更准确地预测裂纹的扩展路径与偏转角。

关键词 材料裂纹; 线弹性断裂; 断裂准则

材料断裂是一种失效模式, 工程实际中材料内部在冶炼、轧制、热处理等制造过程中不可避免地产生微裂纹, 在服役过程中由于应力集中、疲劳、腐蚀等原因, 微裂纹经历成核、生长等阶段形成宏观裂纹, 进一步扩展导致材料断裂失效。工业界和科研界最关注的就是裂纹什么时候起裂和裂纹沿什么方向起裂扩展, 即断裂准则问题。断裂准则是材料极限状态中的重要指标, 对预测材料发生破坏的时间和位置具有非常重要的意义, 同时断裂准则在

预测裂纹的扩展路径方面得到了广泛的应用。

长期以来, 国内外学者提出了适用于不同条件下的材料断裂准则, 其中常用的材料断裂准则主要有应力强度因子准则^[1]、最大拉应力准则^[2]、最大能量释放率准则^[3]和应变能密度因子准则^[4-5]。线弹性材料的断裂是由裂尖应力场公式第一项即应力强度因子(奇异项)控制, 但不同几何构型的试件通过断裂实验得到的材料断裂韧度差别很大, 常用的断裂准则无法合理地解释这一现象, 这是由于其局

收稿日期: 2019-06-10; 修回日期: 2019-10-20

基金项目: 国家自然科学基金项目(51974316); 中国矿业大学(北京)创新训练规划项目(C201906276); 中国矿业大学(北京)越崎学者专项资金资助项目(800015Z1125)

作者简介: 杨立云, 副教授, 研究方向为断裂力学、光测力学、爆炸理论与工程爆破技术, 电子信箱: yangly@cumt.edu.cn

引用格式: 杨立云, 王青成, 王宇伟, 等. 材料线弹性断裂力学的断裂准则研究进展[J]. 科技导报, 2020, 38(2): 59-68; doi: 10.3981/j.issn.1000-7857.2020.02.007

限性即没有考虑裂尖应力场公式的高阶项(非奇异项)和可变临界半径所致。针对这两种不足之处,国内外学者对常用断裂准则进行了广泛的修正研究。本文主要阐述关于常用断裂准则的修正研究进展,着重总结断裂准则在岩石和混凝土脆性材料中的应用及其存在的问题,并对相关脆断准则进行分析与比较,提出使脆性材料断裂准则适用性更广的建议。

1 常用断裂准则

1.1 K准则

对于线弹性断裂问题,K准则是由单一参量控制的,当I型应力强度因子 K_I 超过材料的断裂韧度 K_{Ic} 时裂纹开始扩展。 K_{Ic} 也称为材料的临界应力强度因子,由实验确定,其数值与实验温度、板厚、加载速率和环境等参量有关。Xu等^[6]通过实验方法确定双K断裂参数,结果表明双K断裂准则适用于研究混凝土结构裂缝萌生和失稳扩展等问题。Kumar等^[7]利用权函数法确定双K断裂参数,既简化了计算,同时也避免了积分边界上的奇异性问题。Yu^[8]通过楔形劈裂实验,得到完整的载荷-裂纹张开位移曲线,根据该曲线可以计算初始断裂韧度和临界断裂韧度。徐世焱等^[9]基于紧凑拉伸试件断裂实验和光弹性贴片法观测结果进行分析的基础上,寻找到适用于裂缝扩展问题的K-R阻力曲线断裂准则,提出了与此相等价且更为简单实用的双K断裂准则。马颖利^[10]对双参数混凝土模型和双K断裂准则在理论、参数确定和实验方面进行了比较研究,表明采用双K准则的实验方法较为简单,不需要重复的加载和卸载过程。杨锋平^[11]针对平面应变条件下的金属I型裂纹,通过实验与有限元计算相互对比的方法,研究了双K准则与应力强度因子K准则对紧凑拉伸试样起裂的预测结果,发现两者有近似等效性。王殿富^[12]采用可靠性设计概念分析K准则,对有表面裂纹的高强度钢制薄壁压力容器“先漏后爆”进行了可靠性断裂力学分析,预测了爆破压力,并与全尺寸爆破实验结果进行了比较,证明可靠性指标是优越的。

鉴于II型和III型裂纹断裂韧度 K_{IIc} 和 K_{IIIc} 的不易测定,K准则主要适用于I型裂纹的脆性材料,对塑性变形较大的金属材料不适用。

1.2 最大拉应力准则

Erdogan等^[2]根据纯II型裂纹扩展的实验结果提出了最大拉应力理论,即MTS准则,适用于脆性材料混合型裂纹扩展问题。该准则主要包括两方面,一是裂纹沿最大周向拉应力的方向开裂;二是当此方向的周向应力达临界值时,裂纹开始失稳扩展。根据MTS准则有如下方程

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I(1 + \cos \theta) - 3K_{II} \sin \theta] \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} < 0 \quad (2)$$

式中, σ_θ 为裂尖环向正应力; K_I 、 K_{II} 分别为I型和II型应力强度因子; r 、 θ 为极坐标系下的极径和极角。式(2)确定裂纹起裂角的大小和方向。

Vallejo^[13]研究了单裂纹在脆性黏土中的扩展机理及其破坏模式,结果表明MTS准则能较好地预测脆性黏土试样的裂纹扩展方向。Selcuk等^[14]采用直接边界积分法结合MTS准则研究界面裂纹扩展行为,并采用有机玻璃试样进行紧凑拉伸实验,预测的裂纹偏转角和路径与实验结果高度吻合。Pecently和Kuhn^[15]引入最大拉应力准则,提出如果裂纹张开足够大,则剪切应力控制裂纹扩展时的裂纹扩展速率比法向应力控制时要高。刘小妹、刘一华等^[16-17]采用最大拉应力理论,建立I-II复合型V型切口脆性断裂的MTS准则,并基于结合材料界面端附近的线弹性奇异应力场,提出结合材料界面端脆性断裂的MTS准则,实验结果表明该准则能较好地对结合材料界面端的起裂方向和临界荷载进行预测。

1.3 最大拉应变准则

基于最大拉应力准则,同时考虑裂尖径向应力和材料泊松比的影响,Chang等^[18]提出最大拉应变(MTSN)准则,内容主要包括两方面:一是裂纹沿最大环向拉应变的方向开裂;二是当此方向的环向应变达临界值时,裂纹开始失稳扩展。根据准则内容有如下方程

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \mu\sigma_r) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial \varepsilon_\theta} = 0 \quad \frac{\partial^2 \varepsilon_\theta}{\partial \theta^2} < 0 \quad (4)$$

式中, r, θ 为极坐标系下的极径与极角; ε_θ 为裂尖环向拉应变; σ_θ, σ_r 分别为裂尖环向拉应力和径向拉应力; μ 为材料的泊松比。式(4)确定裂纹起裂角的大小和方向。需要注意的是, 将式(3)带入式(4)进行起裂角大小和方向的计算时, 弹性模量 E 可以消除, 因此最大拉应变准则比最大拉应力准则多考虑了材料的泊松比和裂尖的径向应力。

金浏等^[19]基于最大拉应变准则预测混凝土试样在多轴加载条件下的破坏行为, 理论预测与实验结果一致。翟越等^[20]对混凝土试样进行了巴西圆盘劈裂实验, 基于最大拉应变准则的预测结果与实验结果进行了对比分析。

1.4 最小应变能密度因子准则

Sih^[4-5]在1973年提出了基于应变能密度场的断裂概念, 从而得到了应变能密度因子准则, 简称 SED 准则。该准则综合考虑了裂纹尖端附近6个应力分量的作用, 计算出裂纹尖端附近局部的应变能密度, 并在以裂纹尖端为圆心的同心圆上比较局部的应变能密度, 建立了裂纹失稳开裂判据^[21]。该准则基于2个基本假设: 一是裂纹沿最大势能密度方向扩展, 或表述为裂纹沿最小应变能密度因子方向扩展; 二是当应变能密度因子最小值达到临界时裂纹失稳扩展。根据准则内容有如下方程

$$S = r_c \frac{dW}{dV} \quad (5)$$

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2E}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\mu}{E}(\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z) + \frac{1+\mu}{E}(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \quad (6)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0 \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0 \quad (7)$$

式中, S 为应变能密度因子; r_c 为临界半径; dW/dV 为单位体积的应变能; μ, E 分别为材料的泊松比和弹性模量; $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 为空间直角坐标系中的正应力分量; $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ 为空间直角坐标系中切应力分量。式(7)确定裂纹起裂角的大小和方向。

Kipp 和 Sih^[22]将应变能密度准则应用于平面缺口问题, 观察平面椭圆裂纹在远场拉伸和压缩下的

情况, 分析了裂纹的扩展路径, 结果表明理论预测与实验数据具有一致性。Gdotos^[23]详细介绍 SED 准则在不同裂纹扩展模式下应用, 分析了该准则的预测效果与适用范围。尹华杰^[24]基于应变能密度因子理论, 推导出复合型脆性裂纹起裂角的计算公式。Maiti 和 Smith^[25]比较了基于最大拉应力(MTS)准则和最小应变能密度(SED)准则的裂纹扩展角、临界载荷和不稳定裂纹路径的预测结果, 通过椭圆裂纹纯剪切和单轴压缩载荷下的实验, 发现 MTS 准则和 SED 准则同样适用于研究初始裂纹扩展方向和临界载荷的情况。孙倩等^[26]采用双线性应变软化本构模型, 结合能量耗散原理, 推导出新的损伤本构方程, 并基于应变能密度理论建立了细观单元岩石破坏的能量判别准则。张少琴等^[27]把应变能密度因子理论应用到复合材料断裂的研究中, 并推导出计算公式。Qian^[28]根据应变能密度因子准则, 对 T 型接头表面裂纹的扩展方向进行预测, 其结果与实验结果吻合。

1.5 最大能量释放率准则

Palaniswamy^[3]于1972年提出以下2个假设来建立 I 型与 II 型混合裂纹的能量释放率脆断准则: 一是裂纹将沿着能产生最大能量释放率的方向扩展; 二是当该方向的能量释放率达到临界值时, 裂纹开始扩展。根据准则内容有如下方程

$$G = \frac{1-\mu^2}{E} \left(K_I^2 + \frac{1}{1-\mu} K_{II}^2 \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \theta} = 0 \quad \frac{\partial^2 G}{\partial \theta^2} < 0 \quad (9)$$

式中, G 为能量释放率; μ, E, K_I, K_{II} 含义同上(式(1)和式(6))。式(9)确定裂纹起裂角的大小和方向。

Nuismer 等^[29]利用连续性假设计算分支裂纹的初始能量释放率, 假设分支裂纹沿能量释放率最大的方向扩展, 并且当能量释放率的值达到临界值时裂纹发生起裂, 理论分析表明最大能量释放率准则的预测结果与 MTS 准则相同。最大能量释放率(MERR)准则与适用于纯 I 型裂纹扩展的 Griffith^[30]能量理论的基本思想是相同的, 即裂纹的虚拟扩展引起总势能的释放, 当释放的能量等于形成新裂纹面所需的能量时, 裂纹就起裂。两者不同在于 Griffith^[30]能量理论中裂纹沿其延长线扩展, 而在混

复合型中,除了I-III复合型问题,其余类型的复合型问题中裂纹不再沿延长线扩展。赵诒枢^[31-32]在最大能量释放率断裂准则基础上,提出便于工程应用的近似准则——椭圆规律断裂准则,推导出最大能量释放率准则的一般形式,使之可以应用于任意复合型断裂问题。Wu^[33]利用数值分析发现最大能量释放率准则有两方面应用,一是用于拉伸载荷,二是用于压缩载荷,根据数值结果发现最大能量释放率总是与裂纹尖端最大应力强度因子相关。Claydon^[34]提出一种广义三维虚拟裂纹扩展(VCE)技术,用于确定沿一般三维裂纹尖端的最大能量释放率分布,该技术已应用于预测含1/4圆形裂纹的方形截面杆在轴向和扭转载荷作用下的扩展问题。

2 考虑 T 应力的修正断裂准则

上述提到的 K 准则、最大能量释放率准则、最大拉应力准则、最小应变能密度因子准则具有简单实用和应用广泛等优点,在预测含裂纹结构的疲劳和断裂方面得到广泛应用。但应用上述断裂准则分析线弹性材料的脆性断裂时发现,不同几何构型的试件通过断裂实验得的材料断裂韧度差别很大^[35-37],传统断裂理论对这一现象无法做出合理的解释。部分学者经进一步分析讨论,发现是因为裂纹尖端附近应力场仅考虑了奇异项,即应力强度因子对裂尖附近应力的作用,而忽略了高阶项(高阶项主要指 Williams 级数展开式^[38]的第2项——平行于裂纹方向的常数项,即 T 应力)的影响,于是在上述准则的基础上,把 T 应力考虑进去,分别提出并建立了考虑 T 应力的最大拉应力准则和最小应变能密度因子准则,通过研究发现,考虑 T 应力后的最大拉应力准则与最小应变能密度因子准则,能更准确地预测裂纹的扩展路径与偏转角。

2.1 考虑 T 应力的最大拉应力准则

Williams^[39]首先用最大拉应力准则研究了 T 应力对复合型脆性断裂的影响。Smith^[40]在考虑 T 应力的基础上提出修正的最大周向应力(GMTS)准则,并应用该理论研究了I-II复合型脆性断裂问题,强调 T 应力在线弹性材料脆性断裂中的作用,

理论预测结果与文献^[37]中的实验结果有良好的一致性。Ayatollahi 等^[41-42]采用开裂的切槽巴西圆盘(CCNBD)试样,在纯I型或纯II型加载条件下进行了一系列断裂韧度实验研究,同时对I-II复合型断裂问题进行了一系列的实验研究,并应用修正的最大拉应力理论对实验结果进行了分析,表明在考虑 T 应力影响的情况下,能更准确地预测裂纹扩展路径。赵艳华等^[43]同样应用修正的最大周向应力准则分析了 T 应力对I-II复合型裂纹扩展的影响,并给出不同 T 应力条件下通用的I-II复合型裂纹扩展条件。唐世斌等^[44]为解决最大周向应力准则与材料参数以及平面应力和平面应变状态不相关的问题,在MTS准则的基础上考虑 T 应力,计算结果与相应的实验及理论结果具有较好的一致性。Akbaridoost 等^[45]基于当拉应力达到临界值时裂纹开始扩展且扩展方向垂直于最大拉应力方向这一假设,提出修正的最大拉应力(MMTS)准则,采用实验与理论相结合的方法分别研究了大理岩中心裂纹圆盘试样在I型载荷作用下和边缘裂纹三角形试样在复合型载荷作用下的断裂行为,验证了修正的最大拉应力准则的适用性。

2.2 考虑 T 应力的最大拉应变准则

Mirsayar 等^[46-47]基于 Chang^[19]的研究结果进一步对最大拉应变准则进行修正,引入非奇异项即 T 应力的影响并建立 EMTSN 准则,能更好地预测含斜裂纹的有机玻璃板在双轴静态拉伸作用下的破坏情况。Hua 等^[48]应用 EMTSN 对岩石类材料I-II复合型断裂进行预测,其结果与实验结果一致,同时强调该准则也能很好地预测纯II型裂纹试件的断裂行为。

2.3 考虑 T 应力的最小应变能密度因子准则

修正的最大周向应力准则在预测脆性材料的I-II复合型断裂上取得了一定的成功,但对于受 T 应力影响的I型和II型脆性断裂仍存在较多限制,如未考虑泊松比的影响。Ueda 等^[49-51]对有机玻璃板设置不同角度的裂纹,观察其在单轴应力作用下的扩展路径,实验现象表明考虑 T 应力可以改善线性理论与实验之间的相关性。高文等^[52]在考虑 T 应力的基础上,应用最小应变能密度因子准则对I

型、II型和I-II复合型脆性断裂进行系统的研究,分析 T 应力对开裂时临界应力强度因子和裂纹扩展角的影响,并将理论预测结果与已有的断裂实验结果进行比较,发现考虑 T 应力的SED准则能更好地预测裂纹的扩展路径和偏转角。Ayatollahi等^[53]在传统SED准则基础上引入裂纹尖端场中 T 应力的影响,建立了GSED准则,并结合大理岩的弯曲实验结果表明GSED预测断裂行为的准确性。Marsavina等^[54]基于在临界距离 r_c 为半径的圆形体积内变形能的平均值达到临界值时材料发生脆断这一假设,建立了平均应变能密度准则(ASED),并用该准则对之前学者的聚氨酯泡沫实验数据进行计算分析,表明ASED准则是一种评估脆性断裂的有效工具。Moghaddam等^[55]引入 T 应力的影响对ASED进行修正,建立了广义平均应变能密度(GASED)准则,该准则能更好地预测脆性材料和准脆性材料的混合型断裂韧度。

2.4 考虑 T 应力的最大能量释放率准则

Cheng等^[56]考虑 T 应力的影响对最大能量释放率准则进行修正,并与之前学者的实验结果进行对比得到修正的MERR准则,能更好地预测脆性或准脆性材料的I-II混合型断裂行为。Lazzarin等^[57]分别对含缺口的聚甲基丙烯酸甲酯和硬铝试样进行了静态拉伸实验,对钢焊接接头进行了疲劳实验,指出修正的最大能量释放率准则能更好地预测含缺口部件的静态加载和疲劳行为。

3 考虑可变半径的修正断裂准则

当应用断裂准则预测裂纹扩展时,裂纹扩展与其至裂纹尖端的距离 r 有关。以 r 为半径的圆被称为核心区域,但 r 的确切值未定量定义。针对上述提到的 K 准则、最大能量释放率准则、最大拉应力准则、最小应变能密度因子准则均把临界半径 r_c 视为常量的弊端和缺陷,Theocaris等^[58-59]引入Mises弹塑性边界来定义核心区域,而不是恒定半径的圆,即 r_c 的值不再是常数。研究表明,考虑可变半径的核心区域后的断裂准则与相应的实验结果有较好的一致性;引入可变半径后的最大拉应力准则与最

小应变能密度因子准则不再仅仅适用于脆性材料,对于延性材料也同样适用。

3.1 考虑可变半径的最大拉应力准则

Theocaris等^[59]引入Mises弹塑性边界定义核心区域,而不是相应的圆,即 r_c 的值不仅与材料性质有关,而且与裂纹尖端的方向有关,并对聚碳酸酯(PCBA)试样进行了韧性断裂实验,研究表明引入半径可变的核区域会影响预期的裂纹偏转角。Khan^[60]引入塑性区可变半径,对原本针对脆性材料提出的最大拉应力(MTS)准则进行了修正,使该准则适用于延性材料,并用该准则对不同加载条件下的裂纹扩展进行了详细的分析,阐述了其优点和局限性。

3.2 考虑可变半径的最小应变能密度因子准则

Theocaris等^[59]在SED准则的基础上引入可变半径的核心区域,假设核心区域是一个局部塑性区域,即T准则。Ukadgaonker等^[61]提出一种新的断裂准则,应用于单轴、双轴和剪切载荷在无穷远处的情况,其判据确定了延性材料中裂纹扩展的临界半径和角度位置,该准则的判别方程与T准则相同。Yan等^[62]引入Nadai弹塑性边界来定义核心区域,提出两种修正的断裂准则,即最大切向应力准则和最小应变能密度准则,揭示了在拉压荷载下不同材料性能对混合型裂纹断裂的影响。

4 断裂准则在岩石材料中的应用

近年来,岩石断裂力学作为一门新兴学科,其理论研究与工程应用均取得了明显的进展。在工程应用上,具体表现在岩石破碎节能、矿块崩落条件、工程爆破设计、凿岩过程分析和锚喷机理研究等方面^[63]。孙欣等^[64]对砂岩试样开展复合断裂韧度测试,并基于GMTS准则研究了砂岩试样裂纹尖端的三维微破裂区与载荷复合度的关系。李部等^[65]基于线弹性理论系统推导了不同裂纹几何特征及受力形式情况下I-II混合型裂纹应力强度因子的理论解,提出适用于岩石材料II型断裂的径向剪应力准则和双剪应力准则。侯泉林等^[66]结合室外岩石实验和理论分析,提出最大有效力矩准则的

包络线方程,在摩尔图解中为一条反倾斜直线型包络线。李智慧等^[67]通过煤样和大理岩的单轴、三轴压缩实验结果,验证了最大切应力准则的正确性。

代继飞等^[68]基于双K断裂准则研究了聚丙烯纤维混凝土的起裂韧度及失稳韧度,实验结果表明聚丙烯纤维的掺入对混凝土起裂韧度的影响很小,而对失稳韧度的影响显著。在MTS准则的基础上,许斌等^[69]提出复合应力准则,旨在应用于混凝土试件的断裂行为预测,其内容表述如下。

1) 裂缝失稳扩展的方向是周向应力 σ_θ 达到最大值的方向。

2) 裂缝失稳扩展的条件为

$$a \frac{I_1}{\sigma_c} + b \frac{\sqrt{J_2}}{\sigma_c} - 1 = 0 \quad (10)$$

式中, I_1 为第一应力不变量; J_2 为第二应力偏量不变量; $\sigma_c = K_{Ic} / (\sqrt{2} \pi r_0)$; r_0 为应力区距离裂缝尖端的距离; a 、 b 可通过混凝土纯I型断裂韧度和纯II型断裂韧度确定,调整 b 值可适用于不同类型的混凝土。

通过实验比较,当 b 取值为1.5时,复合应力准则与实验结果有较好的符合。

鉴于岩石和混凝土材料本身的复杂特性,进行断裂准则预测材料破坏行为时存在的难题,一是试件不易预制特定裂纹,二是裂纹长度难以准确测量。因此,不能简单照搬金属试件已有的测试规范,必须采用新试件或新方法,才能更好地验证断裂准则在预测岩石和混凝土材料破坏方面的准确性。

5 分析与讨论

在线弹性断裂力学领域中,许多学者从不同的角度出发研究材料的宏观断裂机理,建立了相应的断裂准则,这些准则基本上可以分为3类,即基于应力参数型、基于应变参数型和基于能量参数型,其详细内容如表1所示。

表1 基于应力、应变和能量的断裂准则

准则类型	准则名称	研究者及文献
基于应力参数型	最大拉应力(MTS)准则	Erdogan 等 ^[2]
	广义的最大拉应力(GMTS)准则	Smith 等 ^[8]
	修正的最大拉应力(MMTS)准则	Akbardoost 等 ^[45]
	复合应力准则	许斌等 ^[9]
基于应变参数型	扩展的最大拉应变(EMTSN)准则	Mirsayar 等 ^[46-47]
	最大拉应变(MTSN)准则	Chang 等 ^[18]
基于能量参数型	最小应变能密度因子(SED)准则	Sih 等 ^[4-5]
	修正的最小应变能密度因子(GSED)准则	Ayatollahi 等 ^[53]
	平均应变能密度(ASED)准则	Lazzarin 等 ^[57]
	修正的平均应变能密度(GASED)准则	Moghaddam 等 ^[55]
	最大能量释放率(MERR)准则	Palaniswamy 等 ^[3]
	修正的最大能量释放率准则	Cheng Hou 等 ^[56]

最大拉应力(MTS)准则因其形式简单,得到了较为广泛的应用。但不足之处是材料的断裂不应只由6个独立应力分量中的1个完全决定,而应是应力分量共同作用的结果。最小应变能密度因子(SED)准则综合考虑了裂纹尖端附近6个应力分量的作用,其特点是能处理所有复合型裂纹的扩展问题,但有学者^[70]用实验证明该准则不适用于压缩情

况。最大能量释放率(MERR)准则基于裂纹扩展能量释放率解决复合裂纹行为问题,但该准则不足之处是复合型裂纹扩展时往往不再沿着裂纹方向,而是存在一偏转角度,使得纯I型能量释放率的公式不再适用。

1) 针对MTS准则应力分量的不足,国内外学者对其进行了修正。修正的最大拉应变(MTSN)准

则考虑了裂尖2个应力分量——环向拉应力和径向拉应力的影响。修正的复合应力准则考虑了裂尖第一应力不变量和第二应力偏量不变量,包含了6个独立应力分量。最大拉应变(MTSN)准则和复合应力准则适用于复合型断裂情况。

2) 针对 MERR 准则、MTS 准则和 SED 准则中应力分量级数表达式的项数不足,学者对其进行了修正,把高阶项 T 应力引进来,建立了修正的广义最大拉应力(GMTS)准则、最小应变能密度因子(GSED)准则和最大能量释放率(MERR)准则。研究表明,引入 T 应力后能更准确地预测裂纹的扩展路径与偏转角。扩展最大拉应变(EMTSN)准则在 MTSN 准则基础上引入 T 应力的影响,可以较好地预测岩石材料的混合型断裂韧度和裂纹扩展方向。另外,最大拉应力(MMTS)准则考虑了裂尖环向应力场中2个非奇异项的影响(即 T 应力、 A_3 和 B_3 ,其中 A_3 和 B_3 是 Williams 级数的第二非奇异项),研究表明在计算断裂过程区长度时引入 A_3 项,预测结果能与实验更好的吻合。

3) 针对 MTS 准则和 SED 准则中临界半径的不足,学者对其进行了修正。对于 MTS 准则,修正临界半径表达式得到的准则可适用于塑性材料。对于 SED 准则,把扭曲能与膨胀能之和的密度因子的取值限定在裂缝前端的圆形范围内是缺乏理论根据的。因此,基于 SED 准则并修正临界距离 r_c ,建立了 T 准则,该准则虽然延续了应变能密度因子理论准则以应变能为基础这一条件,但明确地将应变能密度分为扭曲和膨胀两部分,因此能量的最大值就出现在膨胀应变能最大值处。实际上,SED 准则与 T 准则的不同并不是两者定义形式的差别,而是定义区域的不同。

4) 针对 SED 准则的能量判据,学者进一步对其进行修正,提出基于在临界距离 r_c 为半径的圆形体积内变形能的平均值达到临界值时材料发生脆断这一假设,建立了平均应变能密度(ASED)准则,研究表明 ASED 准则是一种评估脆性断裂的有效工具。在 ASED 准则基础上考虑 T 应力的影响,提出了修正的平均应变能密度(GASED)准则,研究了 T 应力对材料混合型断裂韧度的影响,结果表明

具有负 T 应力的试件需要较高的载荷,以使其裂纹尖端附近的平均应变能密度达到临界值。

6 结论

综述了含宏观裂纹材料断裂准则方面取得的研究成果,介绍了常用的断裂准则理论,分析了这些准则的优点与局限性。针对常用断裂准则的局限性,归纳了国内外学者对其修正后的断裂准则,包括引入 T 应力(非奇异项)和可变临界半径 r_c 的影响。进一步总结了断裂准则在岩石和混凝土脆性材料中的应用情况,讨论了断裂准则预测其破坏行为时存在的难题,得到以下主要结论。

1) 常用的断裂准则理论,主要是应力强度因子(K)准则、最大能量释放率(MERR)准则、最大拉应力(MTS)准则、最大拉应变(MTSN)准则以及最小应变能密度(SED)准则。其中, K 准则主要适用于 I 型裂纹的脆性材料,其他4个准则均适用于 I-II 复合型裂纹断裂行为的预测。MTS 准则形式简单,不足之处在于材料的断裂只由6个独立应力分量中的1个完全决定。MTSN 准则同时考虑了裂尖环向拉应力和径向拉应力2个应力分量的影响。SED 准则是目前应用比较广泛的一种复合裂纹断裂准则,但不适用于压缩情况。MERR 准则在预测复合型裂纹扩展行为时,纯 I 型能量释放率的公式不再适用。

2) 考虑可变临界距离后修正的 MTS 准则可适用于塑性材料,考虑可变临界距离后修正得到的平均应变能密度准则是一种评估脆性断裂的有效工具。

3) 建议在应用断裂准则预测线弹性材料破坏行为时,加上裂纹尖端应力场的高阶项 T 应力项,能更准确地预测裂纹的扩展路径与偏转角。

4) 采用断裂准则对岩石和混凝土脆性材料预测破坏行为时,主要存在试件不易预制特定裂纹和裂纹长度难以准确测量两方面的难题。因此,为更好地验证断裂准则在预测岩石和混凝土材料破坏方面的准确性,必须采用新试件或新方法。

参考文献 (References)

- [1] Dally J W, Fournery W L, Irwin G R. On the uniqueness of the stress intensity factor: Crack velocity relationship [J]. *International Journal of Fracture*, 1985, 27(3-4): 159-168.
- [2] Erdogan F, Sih G C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear[J]. *Journal of Basic Engineering*, 1997, 12(4): 527-535.
- [3] Palaniswamy K. Crack propagation under general in-plane loading[D]. Pasadena: California Institute of Technology, 1972.
- [4] Sih G C. Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems[J]. *International Journal of Fracture*, 1974, 10(3): 305-321.
- [5] Sih G C. Some basic problems in fracture mechanics and new concepts[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1973, 5(2): 365-377.
- [6] Xu S L, Reinhardt H W. Determination of double-K criterion for crack propagation in quasi-brittle fracture, Part II: Analytical evaluating and practical measuring methods for three-point bending notched beams[J]. *International Journal of Fracture*, 1999, 98(2): 151-177.
- [7] Kumar S, Barai S V. Determining the double-K fracture parameters for three-point bending notched concrete beams using weight function[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2010, 33(10): 645-660.
- [8] Yu K Q, Lu Z D. Determining residual double-K fracture toughness of post-fire concrete using analytical and weight function method[J]. *Materials and Structures*, 2013, 47(5): 839-852.
- [9] 徐世焱, 赵国藩. 混凝土结构裂缝扩展的双K断裂准则[J]. *土木工程学报*, 1992, 25(2): 32-38.
- [10] 马颖利. 实验研究混凝土双参数模型和双K断裂准则[D]. 大连: 大连理工大学, 2002.
- [11] 杨锋平, 孙秦, 罗金恒, 等. 平面状态下EWK延性断裂准则与K准则对比研究[J]. *船舶力学*, 2011, 15(5): 506-512.
- [12] 王殿富. 可靠性设计对断裂力学K-准则的一个应用[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 1980(4): 15-21.
- [13] Vallejo L E. The brittle and ductile behavior of clay samples containing a crack under mixed mode loading[J]. *Theoretical & Applied Fracture Mechanics*, 1988, 10(1): 73-78.
- [14] Selcuk S, Hurd D S, Crouch S L, et al. Prediction of interfacial crack path: A direct boundary integral approach and experimental study[J]. *International Journal of Fracture*, 1994, 67(1): 1-20.
- [15] Plank R, Kuhn G. Fatigue crack propagation under non-proportional mixed mode loading[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1999, 62(2-3): 203-229.
- [16] 刘小妹, 刘一华, 梁拥成. V型切口脆性断裂的最大周向应力准则[J]. *合肥工业大学学报(自然科学版)*, 2004, 27(9): 1043-1046.
- [17] 刘一华, 崔书文, 陈继光. 结合材料界面端脆性断裂的最大周向应力准则[J]. *合肥工业大学学报(自然科学版)*, 2007, 30(2): 200-202.
- [18] Chang K J. On the maximum strain criterion—a new approach to the angled crack problem[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1981, 14(1): 107-124.
- [19] 金浏, 杜修力, 黄景琦. 多轴加载下混凝土细观破坏模拟的强度准则探讨[J]. *计算力学学报*, 2015, 32(3): 322-331.
- [20] 翟越, 赵均海, 艾晓芹, 等. 基于统一强度理论的巴西圆盘劈裂强度分析[J]. *建筑科学与工程学报*, 2015, 32(3): 46-51.
- [21] 沈成康. 断裂力学[M]. 上海: 同济大学出版社, 1996.
- [22] Kipp M E, Sih G C. The strain energy density failure criterion applied to notched elastic solids[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 1975, 11(2): 153-173.
- [23] Gdoutos E E, Brock L M. Problems of mixed mode crack propagation[M]. Leiden: Martinus Nijhoff Press, 1984.
- [24] 尹华杰. 复合型裂纹的脆性断裂应变能密度因子理论的精确解法[J]. *郑州工学院学报*, 1989, 10(4): 105-110.
- [25] Maiti S K, Smith R A. Comparison of the criteria for mixed mode brittle fracture based on the preinstability stress-strain field[J]. *International Journal of Fracture*, 1984, 24(1): 5-22.
- [26] 孙倩, 李树忱, 冯现大, 等. 基于应变能密度理论的岩石破裂数值模拟方法研究[J]. *岩土力学*, 2011, 32(5): 1575-1582.
- [27] 张少琴, 朱永昭, 胡海平. 关于复合材料单层板I型裂纹应变能密度因子的推导和讨论[J]. *太原重型机械学院学报*, 1986, 7(3): 25-32.
- [28] Qian R J. Applying strain energy density factor theory to propagation estimating of surface crack in tubular T-joints[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1996, 53(6): 849-851, 853-858.
- [29] Nuismer R J. An energy release rate criterion for mixed mode fracture[J]. *International Journal of Fracture*, 1975, 11(2): 245-250.
- [30] Griffith A A. The phenomena of rupture and flow in solids[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of*

- London, 1921, 221(2): 163-198.
- [31] 赵诒枢. 最大能量释放率准则及其近似[J]. 机械强度, 1984(4): 29-34.
- [32] 赵诒枢. 广义最大能量释放率断裂准则[J]. 华中工学院学报, 1985, 13(1): 57-60.
- [33] Wu C H. Maximum-energy-release-rate criterion applied to a tension-compression specimen with crack[J]. Journal of Elasticity, 1978, 8(3): 235-257.
- [34] Claydon P W. Maximum energy release rate distribution from a generalized 3D virtual crack extension method[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1992, 42(6): 961-969.
- [35] Lim I L, Johnston I W, Choi S K, et al. Fracture testing of a soft rock with semi-circular specimens under three-point bending(Part 1-mode I)[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1994, 31(3): 185-197.
- [36] Aliha M R M, Ashtari R, Ayatollahi M R. Mode I and mode II fracture toughness testing for a coarse grain marble[J]. Applied Mechanics & Materials, 2006, 5: 181-188.
- [37] Khan K, Al-Shayea N A. Effect of specimen geometry and testing method on mixed mode I-II fracture toughness of a limestone rock from Saudi Arabia[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2000, 33(3): 179-206.
- [38] Williams M L. On the stress distribution at the base of a stationary crack[J]. Journal of Applied Mechanics, 1959, 24: 109-114.
- [39] Williams J G, Ewing P D. Fracture under complex stress: The angled crack problem[J]. International Journal of Fracture Mechanics, 1972, 8(4): 441-446.
- [40] Smith D J, Ayatollahi M R, Pavier M J. The role of T-stress in brittle fracture for linear elastic materials under mixed-mode loading[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2010, 24(2): 137-150.
- [41] Aliha M R M, Ayatollahi M R, Smith D J, et al. Geometry and size effects on fracture trajectory in a limestone rock under mixed mode loading[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2010, 77(11): 2200-2212.
- [42] Ayatollahi M R, Aliha M R M, Hassani M M. Mixed mode brittle fracture in PMMA: An experimental study using SCB specimens[J]. Materials Science & Engineering: A, 2006, 417(1): 348-356.
- [43] 赵艳华, 陈晋, 张华. T应力对 I-II 复合型裂纹扩展的影响[J]. 工程力学, 2010, 27(4): 5-12.
- [44] 唐世斌, 黄润秋, 唐春安, 等. 考虑T应力的最大周向应变断裂准则研究[J]. 土木工程学报, 2016, 49(9): 87-95.
- [45] Akbardoost J, Ayatollahi M R. Experimental analysis of mixed mode crack propagation in brittle rocks: The effect of non-singular terms[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2014, 129: 77-89.
- [46] Mirsayar M M. Mixed mode fracture analysis using extended maximum tangential strain criterion[J]. Materials & Design, 2015, 86: 941-947.
- [47] Mirsayar M M, Razmi A, Aliha M R M, et al. EMTSN criterion for evaluating mixed mode I/II crack propagation in rock materials[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, 190: 186-197.
- [48] Hua W, Dong S, Pan X, et al. Mixed mode fracture analysis of CCBD specimens based on the extended maximum tangential strain criterion[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2017, 40(12): 2118-2127.
- [49] Deda Y, Ikeda K, Yao T, et al. Characteristics of brittle fracture under general combined modes including those under bi-axial tensile loads[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1983, 18(6): 1131-1158.
- [50] Ewing P D, Williams J G. The fracture of spherical shells under pressure and circular tubes with angled cracks in torsion[J]. International Journal of Fracture, 1974, 10(4): 537-544.
- [51] Maiti S K, Smith R A. Comparison of the criteria for mixed mode brittle fracture based on the preinstability stress-strain field[J]. International Journal of Fracture, 1984, 24(1): 5-22.
- [52] 高文, 王生楠. T 应力对线弹性材料脆性断裂的影响[J]. 西北工业大学学报, 2015, 33(6): 928-935.
- [53] Ayatollahi M R, Moghaddam M R, Berto F. A generalized strain energy density criterion for mixed mode fracture analysis in brittle and quasi-brittle materials[J]. Theoretical & Applied Fracture Mechanics, 2015, 79: 70-76.
- [54] Marsavina L, Berto F, Negru R, et al. An engineering approach to predict mixed mode fracture of PUR foams based on ASED and micromechanical modelling[J]. Theoretical & Applied Fracture Mechanics, 2017, 91: 148-154.
- [55] Moghaddam M R, Ayatollahi M R, Berto F. Mixed mode fracture analysis using generalized averaged strain energy density criterion for linear elastic materials[J]. International Journal of Solids & Structures, 2017, 120: 137-145.
- [56] Hou C, Jin X C, Fan X L, et al. A generalized maximum energy release rate criterion for mixed mode fracture analysis of brittle and quasi-brittle materials[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2019, 100: 78-

- 85.
- [57] Lazzarin P, Zambardi R. A finite-volume-energy based approach to predict the static and fatigue behavior of components with sharp V-shaped notches[J]. International Journal of Fracture, 2001, 112(3): 275-298.
- [58] Theocaris P S, Andrianopoulos N P. The Mises elastic-plastic boundary as the core region in fracture criteria [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1982, 16(3): 425-432.
- [59] Theocaris P S, Andrianopoulos N P. The T-criterion applied to ductile fracture[J]. International Journal of Fracture, 1982, 20(4): R125-130.
- [60] Khan S M A, Khraisheh M K. Analysis of mixed mode crack initiation angles under various loading conditions [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2000, 67(5): 397-419.
- [61] Ukadgaonker V G, Awasare P J. A new criterion for fracture initiation[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1995, 51(2): 265-274.
- [62] Yan X Q, Zhang Z H, Du S Y. Mixed-mode fracture criteria for the materials with different yield strengths in tension and compression[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1992, 42(1): 109-116.
- [63] 李贺. 岩石断裂力学[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1988.
- [64] 孙欣, 朱哲明, 谢凌志, 等. 基于SENB试样的砂岩复合脆性断裂行为研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(12): 2884-2894.
- [65] 李部, 黄润秋, 吴礼舟. 类岩石脆性材料非闭合裂纹的 I - II 压剪复合型断裂准则研究[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(4): 662-668.
- [66] 侯泉林, 程南南, 石梦岩, 等. 不同构造层次岩石变形准则的融合与发展[J]. 岩石学报, 2018, 34(6): 1792-1800.
- [67] 李智慧, 师俊平, 汤安民. 复杂应力状态下岩石的破坏形式及断裂准则探讨[J]. 固体力学学报, 2015, 36(Supple 1): 50-57.
- [68] 代继飞. 基于双K准则的多尺寸聚丙烯纤维混凝土断裂韧性研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2017.
- [69] 许斌, 江见鲸. 混凝土 I - II 复合型断裂判据研究[J]. 工程力学, 1995, 12(2): 13-21.
- [70] 黄作宾. 断裂力学基础[M]. 北京: 中国地质大学出版社, 1991.

Research progress of fracture criteria in linear elastic fracture mechanics of materials

YANG Liyun, WANG Qingcheng, WANG Yuwei, XU Longning, SONG Ye, WANG Guidong

School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology-Beijing, Beijing 100083, China

Abstract The fracture criterion is of great significance in predicting the time, the position and the crack propagation path for materials containing crack. In this paper, the fracture criteria of the linear elastic materials are reviewed, including the common fracture criteria, such as the stress intensity factor criterion, the maximum energy release rate criterion, the maximum tensile stress criterion, the maximum tensile strain criterion and the minimum strain energy density criterion, as well as their advantages and limitations. In view of the insufficient consideration of the stress components and the critical radius in the commonly used fracture criteria, some modified fracture criteria were proposed at home and abroad, including those considering the influence of the T -stress (non-singular term) and the variable critical radius r_c . The application of these fracture criteria in brittle materials such as rock and concrete is analyzed. In view of the problems existing in the prediction of the fracture behavior based on these fracture criteria, it is suggested that the propagation path and the deflection angle of the crack can be predicted more accurately when the T -stress, the higher-order term of the stress field at the crack tip, is considered.

Keywords material crack; linear elastic fracture; fracture criterion ●



(责任编辑 韩星明)