

基于延迟决策双寡头 Stackelberg 博弈模型的混沌动力学研究

肖悦, 吴雪, 彭煜

西南科技大学理学院, 绵阳 621010

摘要 基于寡头垄断市场, 建立了双寡头 Stackelberg 动态产量博弈模型。两家企业分别采用延迟决策的有限理性预期和自适应性预期, 应用非线性动力学分析模型动态演化过程, 运用稳定性理论分析 Nash 均衡解的稳定性, 并通过数值模拟, 从分岔、混沌和混沌控制等动力学行为研究了引入延迟策略的产量博弈模型。结果表明, 适当的延迟系数能扩大系统稳定域。

关键词 Stackelberg 博弈; 延迟策略; 分岔; 混沌

寡头垄断市场中各厂商的产量竞争行为一直是经济学的研究热点, 在寡头垄断市场模式里, 每个寡头的决策都不是孤立的, 对市场价格与产量有着举足轻重的影响。在做决策时不仅要考虑市场对产品的需求, 还要关注竞争对手的反应, 并根据对手反应不断修正自身决策。寡头垄断的市场结构在很多国家都普遍存在, 一些关系国计民生命脉的行业大都由几家厂商提供市场的绝大多数产品, 因此, 寡头行为多样性的研究具有实际指导意义, 吸引大批学者投入研究这一领域。

1838 年, 法国经济学家 Cournot 首次提出了双寡头产量竞争模型^[1], 作为 Nash 均衡的最早应用版本, Cournot 模型通常被当作寡头理论分析的出发点。1944 年, 数学家 John von Neumann 和经济学家 Oskar Morgenstern 出版了《博弈论与经济行为》, 成为现代博弈论的开端^[2]。现有文献中, 大都假设成本函数为线性形式, 但在现实经济, 成本函数为非线性^[3], 且厂商掌握的

信息有限^[4-7], 在某离散时刻的产量决策不仅要考虑当下市场情况还要受上一时刻产量的影响。在双寡头博弈市场, 厂家地位通常是不对称的, Stackelberg 模型称其中相对小的企业为跟随者, 相对大的企业为领导者。领导者企业知道跟随者企业一定会观察它的决策再做出反应, 因此在做决策时需要考虑到跟随者的反应函数^[8]。

混沌是指确定性非线性动力系统所表现出的一种类似随机的不规则运动, 全局稳定、局部不稳定, 其最大的特点是初始条件敏感依赖性^[9]。博弈论在经济领域的广泛应用, 促成了混沌理论与其他学科的相互渗透, 它以前所未有的速度发展成为具有丰富的非线性理论背景和深刻数学内涵的现代科学。美国海军实验室提出混沌同步的思想, 并且进行了利用混沌同步实现保密通信的实验^[10]。对于动态经济系统, 寡头之间的依存关系不仅体现在销售价格由受到市场总供应影响

收稿日期: 2017-10-30; 修回日期: 2018-04-02

作者简介: 肖悦, 硕士研究生, 研究方向为系统工程, 电子信箱: xiaoyue@swust.edu.cn; 彭煜(通信作者), 教授, 研究方向为应用数学, 电子信箱: pengyu@swust.edu.cn

引用格式: 肖悦, 吴雪, 彭煜. 基于延迟决策双寡头 Stackelberg 博弈模型的混沌动力学研究[J]. 科技导报, 2018, 36(8): 48-54; doi: 10.3981/j.issn.1000-7857.2018.08.005

的需求函数决定,还表现在竞争对手的存在使得自身生产成本降低^[11]。

Zunino 等^[12]分别讨论了两团体真正合作形成的完全垄断、团体假合作博弈、团体 Stackelberg 博弈和团体 Cournot 博弈 4 种模型,得到 Cournot 模型为 Nash 均衡、囚徒困境等结果的存在条件的结论,并分别比较了他们的博弈结果,推广了现有研究的相关结论;Li 等^[13]对 Sackelberg 模型实行了价格歧视,比较 Stackelberg 模型未实行价格歧视与实行价格歧视在总产量、价格、收益等方面的差异,得到一系列结果。此外,近十多年来,不少国内外专家学者对 Cournot 博弈模型及其推广模型的复杂性进行了研究。Sloth 等^[14]研究了线性成本函数博弈模型的复杂性,Amer 等^[15]研究了非线性成本函数博弈模型的复杂性,Leonov 等^[16]和 Kuznetsov 等^[17]研究了具有不同产量调整策略的动态博弈模型,Kunetsov 等^[18]研究了具有时滞的产量博弈模型,然而诸多研究中,关于产量调整速度对两寡头企业产量和利润长期行为的协同影响尚有待进一步研究。

本研究基于 Stackelberg 博弈模型,采用非线性成本函数,对具有不同预期的寡头厂商建立动力学模型,研究延迟决策对双寡头 Stackelberg 模型产生的混沌动力学。从理论分析和数值模拟方面给出一系列动力学行为,如分岔、稳定域及混沌等,并通过调节延迟系数控制稳定区域大小。

1 基于延迟决策的非线性 Stackelberg 模型

1.1 Stackelberg 模型

Stackelberg 建立了一个适用于双寡头市场的产量决策模型,在决策阶段:领导者根据“经验法则”宣布预产量,追随者通过观察领导者的行为而做出产量抉择,在选择预产量时,领导者需要考虑追随者将要做出的反应,即知道追随者的反应函数和能够大体上预测追随者的预产量,领导者的产量决策是尽可能实现利益最大化。双寡头 Stackelberg 模型分为 2 个阶段,计划阶段(阶段 1)和生产阶段(阶段 2),在计划阶段,各企业依次做出决策并宣布预产量,在生产阶段同时生产产品。

在本研究模型中,考虑企业 $i, i=1,2$ 的成本函数为非线性形式

$$C_i(q_i) = c_i[q_i(t) - Q_i(t)]^2, \quad i=1,2 \quad (1)$$

式中,企业 1 是 Stackelberg 模型中的领导者,企业 2 是追随者; $q_i(t) > 0$ 表示企业 i 在离散时刻 $t, t=0,1,2,\dots$ 的实际产量, $Q_i(t)$ 表示企业 i 宣布的在离散时刻 $t, t=0,1,2,\dots$ 的预产量, $c_i > 0$ 是企业 i 的转换参数。在实际生产中,有许多因素会导致理想假设和实际产量差异化,为便于研究,将所有因素归纳为成本系数 c_i 。

产品在时刻 t 的价格 p 由两家企业的总供给决定

$$p = a - bq \quad (2)$$

式中, $q(t) = q_1(t) + q_2(t)$, a, b 为正数。

企业 i 在时刻 t 的收益

$$\Pi_i(q_1, q_2) = q_i(a - bq) - c_i[q_i - Q_i]^2, \quad i=1,2 \quad (3)$$

在点 (q_1, q_2) , 企业 i 的边际利润

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = a + 2c_i Q_i - 2(b + c_i)q_i - bq_j, \quad i, j=1,2, i \neq j \quad (4)$$

令 $\frac{\partial \Pi_i}{\partial q_i} = 0$, 得到均衡解

$$\begin{cases} q_1 = \frac{a(b+2c_2) + 4(b+c_2)c_1Q_1 - 2bc_2Q_2}{3b^2 + 4b(c_1+c_2) + 4c_1c_2} \\ q_2 = \frac{a(b+2c_1) + 4(b+c_1)c_2Q_2 - 2bc_1Q_1}{3b^2 + 4b(c_1+c_2) + 4c_1c_2} \end{cases} \quad (5)$$

由式(5)可知,通过反向归纳法求得计划产量 Q_i 后便可以得到 Nash 均衡解。将式(5)代入 $\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 0$, 得到

$$Q_2 = \frac{4(b+c_1)(b+2c_2)[a(b+2c_1) - 2bc_1Q_1]}{b[3b+4c_1]^2 + 8(b+c_1)(b+2c_1)c_2} \quad (6)$$

将式(5)、(6)代入 $\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 0$, 得到

$$Q_2 = \frac{4a(b+c_1)(\Delta_1 - bc_2)(\Delta_1 - 2bc_2)}{b\Delta} \quad (7)$$

式(7)中, $\Delta_1 = 3b^2 + 4b(c_1+c_2) + 4c_1c_2$, $\Delta = (9b+8c_1)\Delta_1^2 - 24b(b+c_1)c_2\Delta_1 + 16b^2(b+c_1)c_2^2$ 。

将式(7)代入式(6), 得到

$$Q_2 = \frac{a(b^2 + \Delta_1)[(3b+2c_1)\Delta_1 - 4b(b+c_1)c_2]}{b\Delta} \quad (8)$$

将式(7)、(8)代入式(5), 即可得到 Nash 均衡解

$$\begin{cases} q_1 = \frac{a[(3b+4c_1)\Delta_1 - 4b(b+c_1)c_2](\Delta_1 - 2bc_2)}{b\Delta} \\ q_2 = \frac{a[(3b+2c_1)\Delta_1 - 4b(b+c_1)c_2]\Delta_1}{b\Delta} \end{cases} \quad (9)$$

假设领导者、追随者都没有掌握市场完全信息,领导者为有限理性的决策者,追随者采用自适应准则进行决策,建立系统模型

$$\begin{cases} q_1(t+1) = q_1(t) \{1 + v_1[a + 2c_1Q_1 - 2(b+c_1)q_1(t) - bq_2(t)]\} \\ q_2(t+1) = (1-v_2)q_2(t) + v_2 \left[\frac{a+2c_2Q_2}{2(b+c_2)} - \frac{B}{2(b+c_2)}q_1(t) \right] \end{cases} \quad (10)$$

1.2 延迟策略的 Stackelberg 模型

如果企业在时刻 t 利润为正,则在时刻 $t+1$ 提高产品产量,反之降低产量,因此假设 2 个企业均采用延迟决策,当延迟时刻为 1,取 $c_1=c_2=c$,企业在任意时刻 t 的产量决策综合考虑本期和上一期的边际利润,产量为

$$q_i^D = \sum_{l=0}^{T-1} q_i(t-l)w_l, \quad w_l \geq 0, \quad \sum_{l=0}^{T-1} w_l = 1 \quad (11)$$

令 $w=w_0$, 带入式 (10) 得到延迟策略的产量模型

$$\begin{cases} q_1(t+1) = q_1(t) \{1 + v_1[a + 2cQ_1 - 2(b+c)[wq_1(t) + (1-w)q_1(t-1)] - b[wq_2(t) + (1-w)q_2(t-1)]]\} \\ q_2(t+1) = (1-v_2)q_2(t) + v_2 \left[\frac{a+2cQ_2}{2(b+c)} - \frac{b}{2(b+c)}[wq_1(t) + (1-w)q_1(t-1)] \right] \end{cases} \quad (12)$$

令 $p_1(t+1)=q_1(t)$, $p_2(t+1)=q_2(t)$, 得到

$$\begin{cases} p_1(t+1) = q_1(t) \\ q_2(t+1) = q_2(t) \\ q_1(t+1) = q_1(t) \{1 + v_1[a + 2cQ_1 - 2(b+c)[wq_1(t) + (1-w)p_1(t)] - b[wq_2(t) + (1-w)p_2(t)]]\} \\ q_2(t+1) = (1-v_2)q_2(t) + v_2 \left[\frac{a+2cQ_2}{2(b+c)} - \frac{b}{2(b+c)}[wq_1(t) + (1-w)p_1(t)] \right] \end{cases} \quad (13)$$

$$J_{(E_0)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 + v_1 \left[a + 2cQ_1 - \frac{b(a+2cQ_2)}{2(b+c)} \right] & 0 \\ -\frac{b}{2(b+c)}v_2(1-w) & 0 & -\frac{b w v_2}{2(b+c)} & 1 - v_2 \end{bmatrix}$$

显然存在特征值

$$\lambda = 1 + \frac{abv_1 + 2acv_1 + 4Q_1c^2v_1 + 4Q_1bcv_1 - 2Q_2bcv_1}{2(b+c)}$$

1.3 系统稳定性分析

当系统处于均衡状态时,令 $q_i(t+1)=q_i(t)$, 即 $p_i=q_i$, 分情况讨论如下:

(1) 当 $p_1=q_1=0, p_2=q_2 \neq 0$ 时, 均衡点

$$E_0 \left(0, \frac{a+2cQ_2}{2(b+c)}, 0, \frac{a+2cQ_2}{2(b+c)} \right)$$

(2) 当 $p_1=q_1 \neq 0, p_2=q_2=0$ 时, 不存在均衡点;

(3) 当 $p_1=q_1 \neq 0, p_2=q_2 \neq 0$ 时,

$$\begin{cases} a + 2cQ_1 - 2(b+c)q_1(t) - bq_2(t) = 0 \\ \frac{a+2cQ_2}{2(b+c)} - \frac{b}{2(b+c)}q_1(t) - q_2(t) = 0 \end{cases}$$

均衡点 $E_1(p_1, p_2, q_1, q_2)$, 式中

$$p_1 = q_1 = \frac{ab + 2ac + 4c^2Q_1 - 2bcQ_2}{(3b+2c)(b+2c)}$$

$$p_2 = q_2 = \frac{ab + 2ac + 4c^2Q_2 - 2bcQ_1}{(3b+2c)(b+2c)}$$

分析可知, E_1 为本模型唯一 Nash 均衡点。

系统 (12) 在任一点的 Jacobian 矩阵

$$J_{(p_1, p_2, q_1, q_2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2(b+c)q_1v_1(1-w) & -q_1v_1b(1-w) & a_{33} & -bwq_1v_1 \\ -\frac{b}{2(b+c)}v_2(1-w) & 0 & -\frac{b w v_2}{2(b+c)} & 1 - v_2 \end{bmatrix}$$

式中, $a_{33} = 1 + v_1[a + 2cQ_1 - 2(b+c)[wq_1(t) + (1-w)p_1(t)] - b[wq_2(t) + (1-w)p_2(t)] - 2(b+c)wq_1v_1$

在 E_0 点

将式 (7)、(8) 带入 $2Q_1 - Q_2$ 得 $2Q_1 - Q_2 > 0$, 所以 $\lambda > 1$ 。

因此, 系统在 E_0 点不稳定。

在 E_1 点, 此时 $a_{33} = 1 - 2(b+c)v_1wq_1$, 所以

$$J_{(E_1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -2(b+c)q_1v_1(1-w) & -q_1v_1b(1-w) & 1-2(b+c)v_1wq_1 & -bwq_1v_1 \\ -\frac{b}{2(b+c)}v_2(1-w) & 0 & -\frac{bwv_2}{2(b+c)} & 1-v_2 \end{bmatrix}$$

特征方程: $A(\lambda) = \lambda^4 + \mu_1\lambda^3 + \mu_2\lambda^2 + \mu_3\lambda + \mu_4$ 。

根据 Jury 判据^[19], 得到本模型 5×5 的 Jury 表(表 1)。

表 1 Jury 表
Table1 Jury condition

符号	λ^0	λ^1	λ^2	λ^3	λ^4
1	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
2	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0
3	b_0	b_1	b_2	b_3	
4	b_3	b_2	b_1	b_0	
5	c_0	c_1	c_2		

其中, $a_0 = \mu_4$, $a_1 = \mu_3$, $a_2 = \mu_2$, $a_3 = \mu_1$, $a_4 = 1$, $b_0 = \begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_4 & a_0 \end{vmatrix} = \mu_4^2 - 1$, $b_1 = \begin{vmatrix} a_0 & a_3 \\ a_4 & a_1 \end{vmatrix} = \mu_3\mu_4 - \mu_1$, $b_2 = \begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_4 & a_2 \end{vmatrix} = \mu_2\mu_4 - \mu_2$, $b_3 = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 \\ a_4 & a_3 \end{vmatrix} = \mu_1\mu_4 - \mu_3$, $c_0 = \begin{vmatrix} b_0 & b_3 \\ b_3 & b_0 \end{vmatrix} = b_0^2 - b_3^2$, $c_1 = \begin{vmatrix} b_0 & b_2 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} = b_0b_1 - b_2b_3$, $c_2 = \begin{vmatrix} b_0 & b_1 \\ b_3 & b_2 \end{vmatrix} = b_0b_2 - b_1b_3$ 。

系统稳定的充要条件

$$\begin{cases} A(1) > 0 \\ (-1)^5 A(1) > 0 \\ |a_0| < a_5 \\ |b_0| > |b_4| \\ |c_0| > |c_3| \end{cases} \quad (14)$$

即模型(12)在满足条件(14)的情况下, 位于稳定区域, 此状态有利于竞争双方发展, 实现各自利益最大化。

2 数值模拟

为研究模型(12)的性质并验证系统是否具有稳定性, 取企业 2 的调整速度 v_2 为自变量, 参数 $a=7$, $b=1.5$, $c=1$, $v_1=0.075$, 图 1 对比了当 w 取不同值时的 Lyapunov 指数及系统分岔情况。结果显示, v_1 取定值时, 随着 v_2 的增大, 企业 2 先出现分岔, 此时企业 1 仍然在稳定区域, v_2 继续增大, 企业 1 才开始分岔。这与实际生产中情况一致, 即处于领导地位的企业往往比处于跟随地位的企业更易保持市场稳定性。

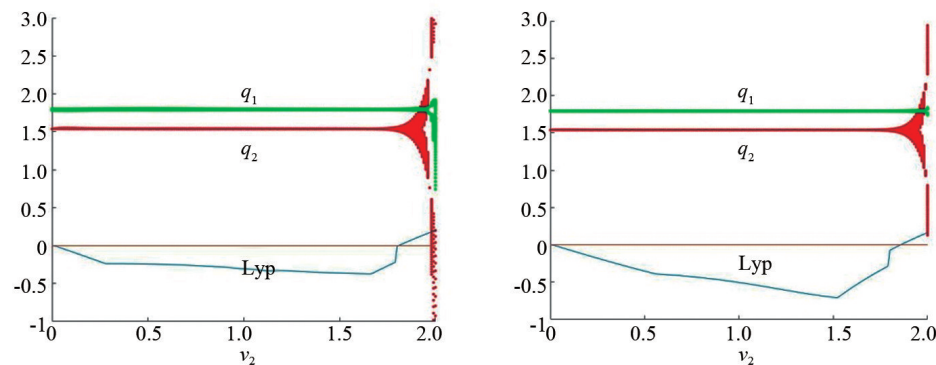


图 1 系统分岔图及 Lyapunov 指数

Fig. 1 Bifurcation diagram of the solutions of the system(12) vs v_2 and the maximum Lyapunov exponent Lyp vs v_2

根据推导所得条件(14), 考察系统延迟系数 w 对系统稳定域的影响。保持其他参数值不变, 分别取 $w=0, 0.2, 0.6, 1$, 稳定区域如图 2 所示, 在一定的取值范围内, 增大 w 的值可以扩大系统稳定域, 稳定区域 AOB CD 由

不规则形状逐渐向矩形域演化。对比图 2(a)、(b)、(c)、(d), 式(14)中第 2 个不等式对应的曲线 $1 - \mu_1 + \mu_2 - \mu_3 + \mu_4 = 0$ 与横轴交于点 A, w 在 0 到 0.6 区间, 随着 w 取值增大, 稳定区域向右扩散, 边界点 A 的横坐标由 0.1005

逐渐增加到 0.2753, 当 w 取 1 时, A 的横坐标为 0.2011, 表明边界点 A 向右移动到一定值时开始向左回退。 $w=1$

时, 模型 (12) 即为模型 (10), 即未使用延迟决策, 由此可知, 采用延迟决策有利于维护市场稳定性。

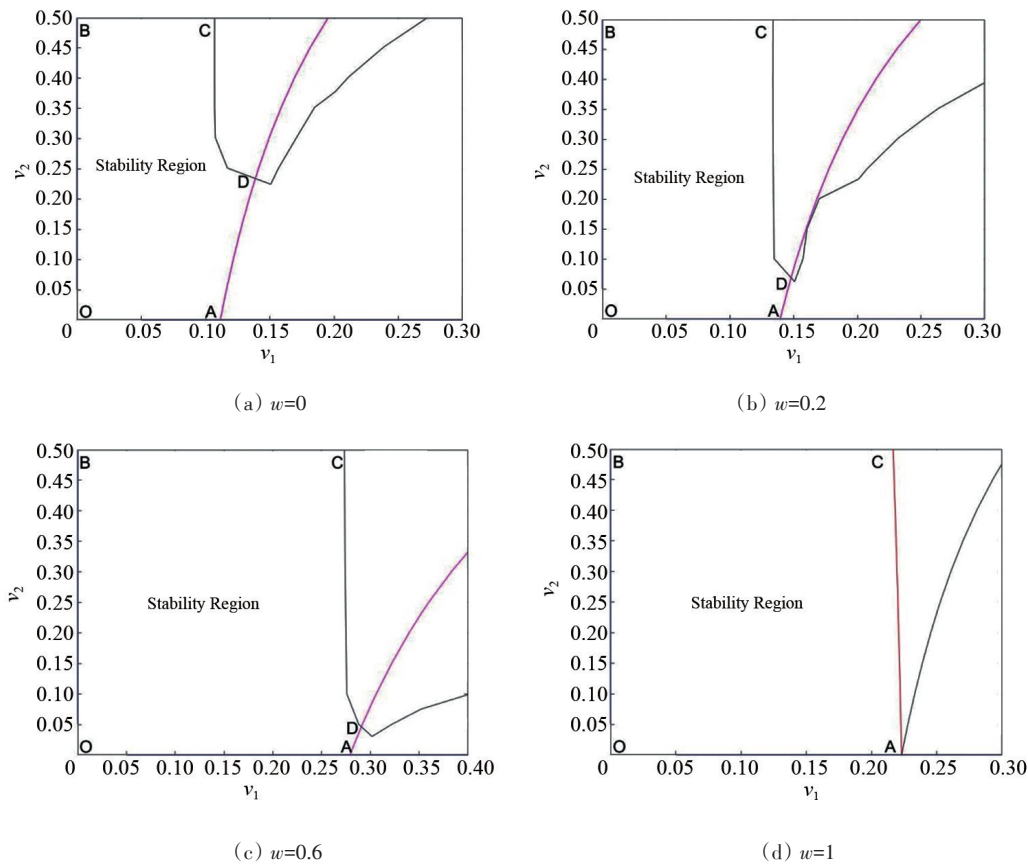


图2 系统稳定域

Fig. 2 The stability region of the system

奇异吸引子是反映混沌系统运动特征的产物, 也是一种混沌系统中无序稳态的运动形态。由图 1 得知, 系统在 $a=7, b=1.5, c=1, v_1=0.075, v_2=1.1901$ 时产生倍周期分岔进而出现了复杂的混沌区域, 奇异吸引子和初

始条件敏感性作为混沌最主要的 2 个特征, 揭示系统在混沌状态的一些内在特性。图 3 展示了当 $a=7, b=1.5, c=1, v_1=0.075, w=0.8$ 时系统的奇异吸引子, 图 3(b) 是图 3(a) 在 $q_1 \in [3, 4], q_2 \in [0.75, 1.25]$ 时的局部放大图, 结果表

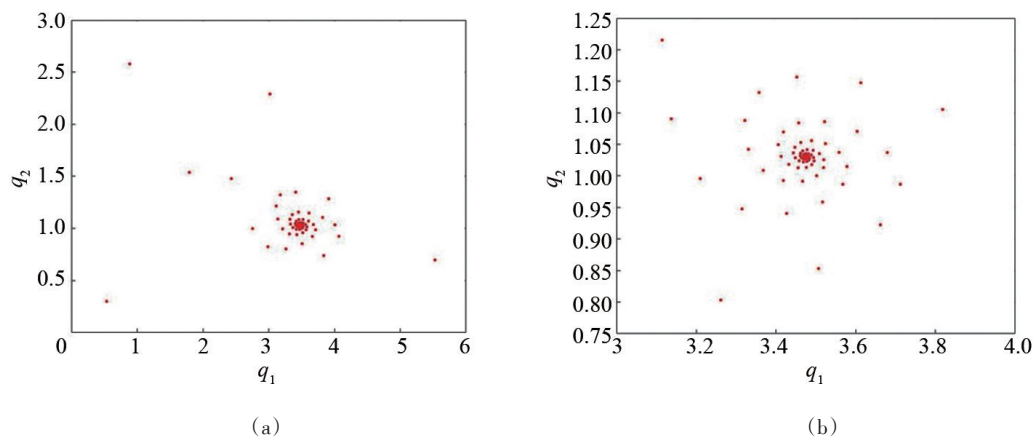


图3 奇异吸引子

Fig. 3 The strange attractor for the system

明,模型(12)中混沌域的奇异吸引子严格遵循着一定的规律。

初始条件敏感性即通常所说的“蝴蝶效应”,当初值存在很小差异,经过一段时间的相互影响后,系统结果也会发生明显变化。图4考察了市场在混沌状态下

保持其他参数值不变,仅 q_1 从1.7928增加到1.7929的情况,红色表示企业1的产量,蓝色表示企业2的产量,由图可知,即使企业1的初始产量发生微弱变化,随着时间的推移,在整个市场结构中,也会对自身和竞争企业产生非常大的影响。

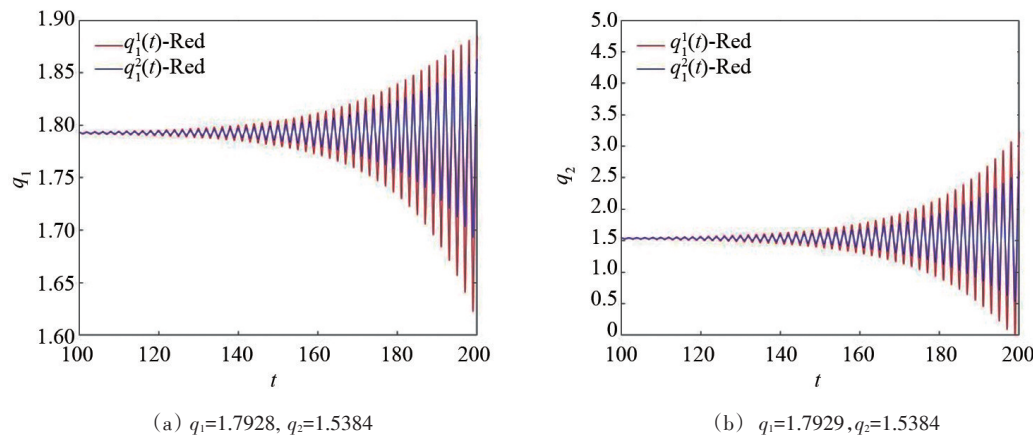


图4 系统(12)初始条件敏感性
Fig. 4 Sensitive dependence of system(12)

3 结论

建立了基于延迟决策的双寡头 Stackelberg 模型,包含采用有限理性策略的领导者和自适应性期望的跟随者,需求函数为非线性形式,运用反向归纳法求得子博弈产量均衡,进而得到系统的 Nash 均衡解。从理论上推导了系统稳定性,研究了延迟决策对系统稳定性的影响,并通过数值模拟得到验证。同时,数值仿真了系统分岔、奇异吸引子和初值条件敏感性等复杂现象,结果表明取不同延迟系数时,系统的分岔情况存在差异;在一定的取值范围内,可以实现延迟系数越大系统稳定区域越大。

参考文献(References)

- [1] Cournot A A. Researches into the principles of the theory of wealth, irwin paper back classics in economics[M]. Paris: Hachette, 1963.
- [2] Von Neumann J, Morgenstern O. Theory of games and economic behavior[M]. Princeton: Princeton University Press, 1944.
- [3] Peng Yu, Lu Qian. Complex dynamics analysis for a duopoly Stackelberg game model with bounded rationality[J]. Applied Mathematics and Computation, 2015, 271(C): 259–268.
- [4] Elsadany A A. Dynamics of a delayed duopoly game with bounded rationality[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2010, 52(9): 1479–1489.

- [5] Andaluz J, Jarne G. Stability of vertically differentiated Cournot and Bertrand-type models when firms are boundedly rational [J]. Annals of Operations Research, 2016, 238(1): 1–25.
- [6] Sarmah S P, Sinha S, Kumar L. Price and warranty competition in a duopoly distribution channel: Dynamic stability analysis for boundedly rational agents[J]. Ima Journal of Management Mathematics, 2015, 26(3): 299–324.
- [7] Shi Lian, Le Yun, Sheng Zhaohan. Analysis of price Stackelberg duopoly game with bounded rationality[J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2014(2): 1–8.
- [8] Peng Yu, Lu Qian, Xiao Yue. A dynamic Stackelberg duopoly model with different strategies[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2016, 85: 128–134.
- [9] Bashkirtseva I, Ryashko L, Ryazanova T. Stochastic sensitivity analysis of the variability of dynamics and transition to chaos in the business cycles model[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2018, 54: 174–184.
- [10] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems [J]. Physics Review Letter, 1990, 64(8): 821–824.
- [11] Chen Diyi, Shi Lin, Chen Haitao, et al. Analysis and control of a hyper-chaotic system with only one nonlinear term[J]. Nonlinear Dynamics. 2012, 67(3): 1745–1752.
- [12] Zunino L, Rosso O A, Soriano M C. Characterizing the Hyper-chaotic dynamics of a semiconductor laser subject to optical

- feedback via permutation entropy[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 2011, 17(5): 1250–1257.
- [13] Li Nianqiang, Pan Wei, Yan Lianshan, et al. On joint identification of the feedback parameters for hyper-chaotic systems: An optimization-based approach[J]. Chaos, Solitons & Fractals, 2011, 44(4): 198–207.
- [14] Sloth C, Esbensen T, Stoustrup J. Robust and fault-tolerant linear parameter-varying control of wind turbines[J]. Mechatronics, 2011, 21(4): 645–659.
- [15] Amer Y A. Resonance and vibration control of two-degree-of-freedom nonlinear electromechanical system with harmonic excitation[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 81(4): 2003–2019.
- [16] Leonov G A, Kuznetsov N V, Korzhemanova N A, et al. Lyapunov dimension formula for the global attractor of the Lorenz system[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2016, 41: 84–103.
- [17] Kuznetsov N V, Alexeeva T A, Leonov G A. Invariance of Lyapunov exponents and Lyapunov dimension for regular and irregular linearizations[J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 85(1): 195–201.
- [18] Kuznetsov S P, Pikovsky A. Autonomous coupled oscillators with hyperbolic strange attractors[J]. Physica D—Nonlinear Phenomena, 2007, 232(2): 87–102.
- [19] Yassen M T, Agiza H Z. Analysis of a duopoly game with delayed bounded rationality[J]. Applied Mathematics and Computation, 2003, 138(2): 387–402.

Study on chaotic dynamics of a duopoly Stackelberg game with delayed strategies

XIAO Yue, WU Xue, PENG Yu

School of Science, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China

Abstract In this paper, a duopoly Stackelberg game of output competition is built. The two players adopt different strategies, i.e. with the bounded rationality and with the adaptable expectation, respectively. For the duopoly Stackelberg model, a nonlinear dynamical system is used to analyze the time evolution and Nash equilibrium point are used to study its stability. Numerical simulations show a series of chaotic behaviors. The results demonstrate that a proper delay coefficient enlarges the stable region.

Keywords Stackelberg game; delayed strategies; bifurcation; chaos ●



(责任编辑 傅雪)