拓扑相变与物质拓扑相的理论发现
——2016年度诺贝尔物理学奖成果简介

施郁

复旦大学物理学系 上海 200433

摘要 美国物理学家索利斯(David J. Thouless)、霍尔丹(F. Duncan M. Haldane)、科斯德里茨(J. Michael Kosterlitz)因"关于拓扑相变和物质拓扑相的理论发现"获得2016年度诺贝尔物理学奖。介绍了这3位诺贝尔物理学奖获得者的学术经历,并从拓扑与拓扑相变、量子霍尔效应中的拓扑、1维量子反铁磁与对称性保护的拓扑态等方面探析拓扑相变和物质拓扑相理论发现的科学意义。

关键词 2016年度诺贝尔物理学奖;相变;拓扑相变;拓扑相

2016年10月4日,瑞典皇家科学院公布了2016年度诺贝尔物理学奖获得者,美国物理学家索利斯(David J. Thouless)、霍尔丹(F. Duncan M. Haldane)、科斯德里茨(J. Michael Kosterlitz)因"关于拓扑相变和物质拓扑相的理论发现"而获奖[1-3]。为解释这一科学成果的内涵及意义,以下介绍2016年度诺贝尔物理学奖获得者在拓扑相变、物质拓扑相方面的开创性理论工作,挖掘拓扑相变和物质拓扑相理论发现的科学背景,分析本研究领域的后续发展趋势。

1 获奖者及其研究经历

索利斯、霍尔丹和科斯德里茨3位理论物理学家都出生于英国,均在剑桥大学接受本科教育,又长期在美国工作。索利斯(图1)是华盛顿大学荣休教授,霍尔丹(图2)是普林斯顿大学教授,科斯德里茨(图3)是布朗大学教授。

索利斯1934年出生于苏格兰的拜尔斯顿(Bearsden),在英格兰的剑桥长大,父亲是剑桥大学的心理学家。中学时就读于著名的温切斯特公学(Winchester College)。1952年,索利斯进入剑桥大学三一学堂(Trinity Hall),1955年取得学士学位后来到康奈尔大学攻读博士学位,导师是著名物理学家贝特(Hans Bethe)。1958年获博士学位后,索利斯在美国加州的劳伦斯·伯克利实验室工作了1年,然后作为博士后研究员来到英国伯明翰大学,导师是著名物理学家派尔斯(Rudolf E. Peierls)。1961—1965年担任剑桥大学讲师;1965—1978年担任伯明翰大学数学物理学教授;1979—1980年担任

图1 大卫·索利斯
(图片来源:American Institute of Physics)

图2 邓肯·霍尔丹
(图片来源:Princeton University)

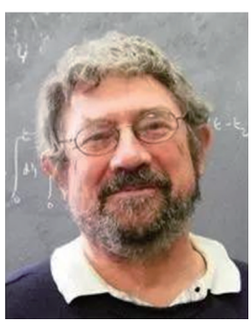

图3 迈克尔·科斯德里茨
(图片来源:Brown University)

收稿日期:2016-11-18;修回日期:2016-12-02
基金项目:国家自然科学基金面上项目(11374060)
作者简介:施郁,教授,研究方向为量子物理、量子信息、凝聚态物理和粒子物理,电子信箱:yushi@fudan.edu.cn
引用格式:施郁. 拓扑相变与物质拓扑相的理论发现——2016年度诺贝尔物理学奖成果简介[J]. 科技导报,2016, 34(24): 22-27; doi: 10.3981/j.issn.1000-7857.2016.24.002

耶鲁大学教授;1980年担任华盛顿大学教授直至2003年荣休。索利斯1979年当选为英国皇家学会会士,1995年当选为美国科学院院士。1990年,因“无序和低维系统的研究成就”获得沃尔夫物理学奖(Wolf Prize in Physics),这是仅次于诺贝尔奖的物理学奖项;2000年因“拓扑相变以及对理解无序系统和自旋玻璃的贡献”获得美国物理学会的翁萨格奖(Lars Onsager Prize),这是统计物理学大奖。

科斯德里茨1942年生于苏格兰的阿伯丁(Aberdeen),父亲是阿伯丁大学的生物化学家。科斯德里茨1962年进入剑桥大学冈维尔与凯斯学院(Gonville and Caius College)。科斯德里茨1965年和1966年在剑桥大学分别获学士和硕士学位,1969年在牛津大学获博士学位,后去意大利都灵做博士后研究。1971年,科斯德里茨来到伯明翰大学做博士后,从而与索利斯合作完成拓扑相变的工作。科斯德里茨后来在康奈尔大学工作了一段时间后,1974年回到伯明翰大学任教。他在1982年前往美国,担任布朗大学教授至今。科斯德里茨因为“拓扑相变以及对它的重整化群分析”,也于2000年获得美国物理学会的翁萨格奖。

霍尔丹1951年生于英国伦敦,在圣保罗学校(St Paul's School)上学。这是英国最好的学校之一,该校毕业生的牛津大学与剑桥大学录取率最高。1970年,他进入剑桥大学基督学院(Christ's College);1978年又在剑桥大学获博士学位。他的博士导师是当时从贝尔实验室到剑桥兼职的著名物理学家安德森(Phil W. Anderson,1984年成为普林斯顿大学教授,1996年荣休);霍尔丹取得博士学位后,也来到美国。霍尔丹在1996年当选为英国皇家学会会士。1993年因对低维量子系统理论的贡献而获得美国物理学会凝聚态物理学的巴克利奖(Oliver E. Buckley Condensed Matter Prize)。2012年,他还与查尔斯·凯恩(Charles Kane)和张首晟因为“预备与打开拓扑绝缘体领域”而共同获得国际理论物理中心的狄拉克奖(Dirac Prize)。

2 拓扑

拓扑本来是一个数学概念,是指物体在连续变化下保持不变的性质。连续变化是指拉伸、扭曲及变形等,但是不能有撕裂。例如,一个球和一个椭球,甚至一个任意形状、没有洞的物体,在拓扑上都是相同的。一个面包圈和有一个手柄的茶杯,甚至任何有一个穿透的洞的物体在拓扑上也是相同的(图4)。因此洞的个数(数学上叫做亏格)具有拓扑性质,是整数。

3位获奖科学家发现,拓扑在凝聚物质的一些物理特性上起到至关重要的作用[1-3]。凝聚物质是指大量粒子构成的物质,如固体、流体等。这些物理特性一般是指物质在低温时的性质,因为这时接近相变发生的温度,往往量子力学在其中扮演了重要角色。3位科学家的获奖工作都是研究低维凝聚态系统。通常的空间是3维(有长、宽、高)的,当组成系统的微观粒子运动受到局限时,可变为低维系统,即2维(只有长、宽)或1维(只有长度)。索利斯和科斯德里茨的获奖工作有关2维系统;霍尔丹的获奖工作涉及2维和1维系统。

图4 诺贝尔奖委员会宣布2016年度诺贝尔物理学奖奖时,用面包上洞的个数解释拓扑不变量(图片来源:诺贝尔奖委员会网站)

3位获奖者的研究成果使得这个研究领域取得极大进展,使人从微观粒子拓扑性质的角度来理解凝聚物质,设计新材料、新器件,甚至可能有助于量子计算机的实现。

3 相变

同样的微观粒子组成的宏观体系在不同温度下表现出截然不同的性质。不同宏观性质的表现叫做相,例如水的气相、液相、固相,或者液氦的超流相、正常相。它们之间的转变就是相变。随着温度的下降,气体变成液体,液体变成固体(图5[2])。随着温度的下降,液态氦可以变成超流,也就是说,变成一种没有黏滞的流体。

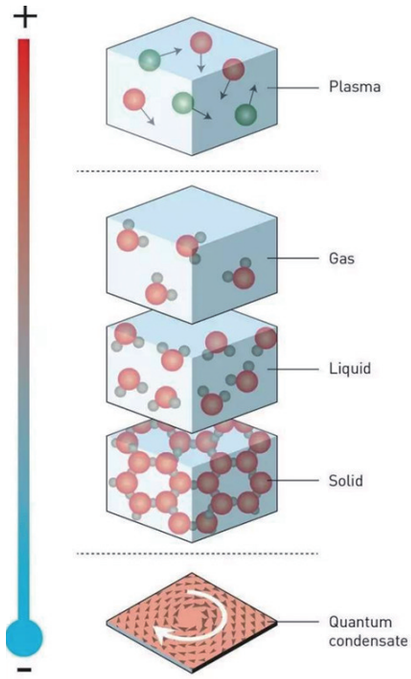

图5 物质的“相”:最常见的气体、液体和固体三相,在高温下的等离子体相及在极低温的量子凝聚相

而超导就是超导材料中传导电子的超流。如果超流液氦放在杯子中,会从杯子中“跑光”。这是因为分子之间存在范德瓦尔斯吸引力,液体之上的杯子内壁总能覆盖一些液体薄膜,而超流体因为没有黏滞,就不会受到向外爬行的阻碍,导致最后全部爬过杯子内壁,流到外面去,这叫“薄膜爬行”(图6)。

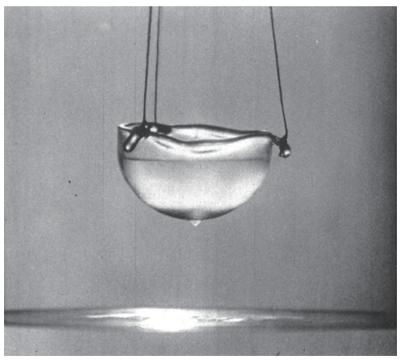

图6　超流体的薄膜爬行(图片来源:Wikipedia)

之所以有相变,是因为热力学第一定律和热力学第二定律导致存在2种因素,即能量与混乱程度(称作熵)的互相竞争。一方面,不同的相能量不同,比如液相比气相能量低,固相又比液相能量低;而另一方面,液相比固相混乱,气相又比液相混乱。对于液氦来说,超流相比正常相能量低,正常相比超流相混乱。混乱程度(熵)乘以温度以后可以直接与能量定量比较,能量减去这个乘积叫作自由能。为了稳定,系统既希望能量尽量低,又希望混乱程度尽量高,也就是说,自由能尽量低。最后的结果是,存在某个温度,在这温度之上,系统处于某个相;在这温度之下,系统处于另一个相。这就是相变。

1972年以前,物理学家普遍认为,正常相到超流相的相变只能存在于3维系统中,对于2维系统来说,当时认为在非零温度,不存在正常相与超流相之间的相变。也就是说,任何一个非零温度下,总是正常相赢过超流相,因为它在混乱程度上的优势总能战胜在能量上的逆势。更一般地认为,对于一个可以连续变化的物理特性,例如描述超流的函数,在2维或1维系统中,在任何非零温度下,热涨落破坏有序,没有相变[4-6]。

4　拓扑相变

1972年,在英国伯明翰大学数学物理学家索利斯和博士后科斯德里茨发现,通过拓扑的途径,在2维可以发生一种新的相变,即拓扑相变[7-9]。具体来说,这个拓扑的途径是涡旋。涡旋是指某个区域中绕着1个轴旋转的流动(或者某个物理特性随着绕轴的角度而变),例如超流速度。这是个拓扑结构,因为不管怎么旋转,转1圈总归是360°,与没有涡旋的情况截然不同。表征1个涡旋的量是它的缠绕数,即绕轴的圈数。索利斯和科斯德里茨发现,在2维系统中,涡旋有2种形态,一个是旋转方向相反的涡旋两两束缚在一起,另一个是它们没有互相束缚。这2种形态有能量与混乱度的竞争,导致在一个非零温度发生相变(图7[2])。低于这个温度时,正反涡旋形成束缚对;高于这个温度时,涡旋可以自由运动。这个相变被称作拓扑相变,或者以2人姓名称作KT相变。索利斯和科斯德里茨最初讨论的超流薄膜是从超流相到正常相的相变,但是类似的KT相变也存在于其他系统,如超导薄膜、平面磁系统等。

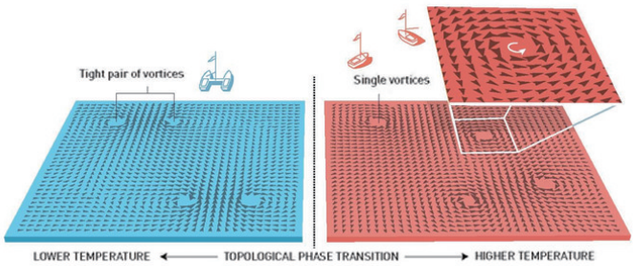

图7　拓扑相变示意

索利斯和科斯德里茨是理论发现,后来在超流薄膜、超导薄膜及其他许多系统中都得到实验证实,包括在近年来研究的冷原子,即处于极低温度的原子气体中[10]。索利斯和科斯德里茨的这一工作就是作为获奖成果之一的拓扑相变。相的概念也用于绝对零度的量子系统,即完全由能量决定的状态。索利斯和霍尔丹发现了在某些量子相中,拓扑也起了重要作用。以下讨论这些获奖成就及其后续发展。

5　量子霍尔效应中的拓扑

1980年,德国物理学家冯·克里青(Klaus von Klitzing)研究了2维电子气的霍尔效应。在2种不同半导体之间,可以形成一个薄薄的导电层,电子在其中构成2维气体。在电压下电子形成电流。这时再加上一个垂直的磁场。由于磁场的作用,在垂直于电流的方向,也会形成电压,称为霍尔电压。这个基本现象是霍尔在1879年发现的,称为霍尔效应,可以用电磁学得到简单的解释。而冯·克里青将样品保持在极低温下,从而观察量子力学的效应。他发现,电流与霍尔电压的比值(称作霍尔电导)总是某个物理常数(电子电荷的平方除以普朗克常数)的整数倍,这被称为量子霍尔效应(图8[11])。而且这个量子化非常精确,精确度达到10亿分之一,所以这个物理常数的倒数(被称作冯·克里青常数,等于25812.807557 Ω)现在已经被用作电阻的标准。冯·克里青因为发现量子霍尔效应而获得1985年度诺贝尔物理学奖[11]。

实验发现,霍尔电导非常稳定。在一定范围内,改变温度、半导体中的杂质浓度和磁场时,霍尔电导保持不变。磁场改变到一定程度时,霍尔电导相应的整数变为相邻整数。

1980年,美国华盛顿大学的索利斯、甲元真人(Mahito Kohmoto)、南丁格尔(M. P. Nightingale)和邓尼斯(M. Den

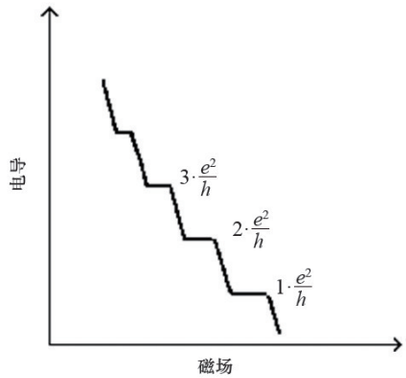

图8　量子霍尔效应

Nijs)4位科学家提出TKNN(4位作者的姓),即量子霍尔电导的量子化起源于拓扑,对应的整数是个拓扑数(图9[2]),这就是数学大师陈省身很多年前发现的陈数[12]。后来索利斯还与当时的学生牛谦及当时在该系高能物理组的吴咏时合作,给出了另外一种更普遍的推导,适用于有杂质情形[13]。最近,索利斯等的结果也在冷原子实验中得以证实,在实验上测量了陈数[14]。

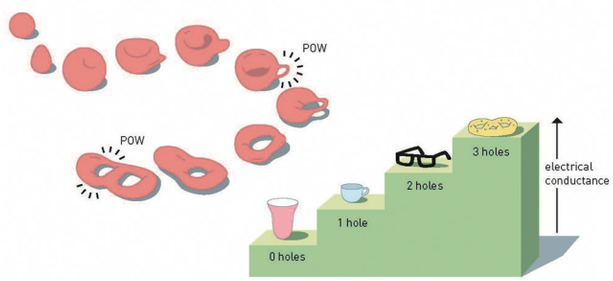

图9　索利斯和合作者发现量子霍尔电导的整数是个拓扑数

陈数起源于拓扑可以作如下简单的理解。一个曲面总是被它的边缘环路所包围,这个环路可以是1圈,也可以是2圈,事实上可以是任意整数n圈。这个整数n就是拓扑的,也是一种缠绕数,与曲面的具体形状无关。陈数是这种整数的推广。量子霍尔效应中,陈数是量子波函数在表征电子性质的参数空间中的一种特殊的缠绕数,拓扑性在物理上表现为霍尔电导对实验和样品的细节不敏感。

通过索利斯等的工作,霍尔电导的量子化被归结于某种参数空间的拓扑数。因此原则上,即使没有磁场,只要能实现参数空间的陈数,就可以让电导量子化,即正比于整数。因为这种拓扑性,表现出量子霍尔效应的电子气是拓扑量子流体。

6　反常量子霍尔效应与拓扑绝缘体

由于索利斯等的奠基工作,1988年,霍尔丹发现,即使没有磁场,只要有所谓的时间反演对称破缺(指当构成系统的微观粒子从初态到终态的运动反过来时,系统的能量函数有改变;否则就说是有时间反演对称),而且有陈数非零的能带(固体中每个电子的能量在某些范围内有连续的可能值,在另一些范围连续地不可能,这样的分布称作能带),类似量子霍尔效应的拓扑量子流体也能形成,也会有类似量子霍尔效应的电导量子化[15]。当时霍尔丹是借助于一种理论模型。最近该模型用激光形成的晶格上的冷原子直接模拟出来[16]。

霍尔丹关于拓扑量子流体的思想近年来在所谓的拓扑绝缘体中也得以实现。拓扑绝缘体通常是由自旋-轨道耦合与时间反演对称性导致的一种拓扑物态,因为拓扑的原因,拓扑绝缘体的体内是绝缘体,而表面是导体。在这里,动量起到类似磁场的作用。在拓扑绝缘体中,电子表现出所谓的量子自旋霍尔效应。这在2005年由凯恩(C. Kane)、迈乐(E. Mele)在一个石墨烯模型中提出[17]。但是石墨烯中的自旋-轨道耦合很小。现实可行的方案由美国斯坦福大学张首晟及其合作者于2006年用半导体量子阱提出[18],并由德国的默棱坎普(L. Molenkamp)组于2007年在实验上得以实现[19]。

霍尔丹所提出的没有磁场的量子霍尔效应后来被称作反常量子霍尔效应,这首先由中国清华大学的薛其坤实验组于2013年用掺入磁性杂质的拓扑绝缘体(从而破环时间反演对称)验证[20]。现在人们也发现了3维拓扑绝缘体。

7　1维量子反铁磁体、对称性保护的拓扑态及其他

1982年,霍尔丹研究了1维量子磁体的拓扑性质[21-22]。1维磁体又称自旋链,由很多原子组成。每个原子有自旋(1种内部角动量),在某个基本单位下,它可以是半整数,也可以是整数。如果相邻原子的自旋之间的相互作用是正数,那么相邻自旋方向相反时,能量较低,这叫反铁磁体(图10[3])。但是量子力学使得情况很复杂,因为海森堡不确定原理,自旋没有明确的方向,这就是所谓的量子涨落。

图10　1维量子反铁磁体

霍尔丹指出,自旋整数与半整数的量子反铁磁自旋链具有截然不同的性质。整数自旋构成的链处于所谓霍尔丹相,最低能量与最接近的能量之间有个非零的差,称作能隙。而半整数自旋构成的链没有能隙,也就是说任意小的额外能量就可以激发自旋波,与声波类似。霍尔丹的猜想首先在磁性材料$CsNiCl_3$中得到验证[23]。

在霍尔丹的论证中,他考虑量子涨落效应所导致的对于相邻自旋相反这样的情况的偏离。各种情况各有其概率;而这个概率又取决于1个在时间与空间组成的抽象空间里的拓扑量,即缠绕数乘以自旋(整数或半整数)。这个拓扑量是一

个复数的相位,因此导致整数自旋的这个复数为1。而半整数自旋有2种情况,当缠绕数是偶数时,这个复数总是为1,否则为-1。因为需要考虑各种缠绕数的可能,所以对于偏离相邻自旋相反的情况,半整数自旋链的各种缠绕的贡献互相抵消。所以半整数自旋链的能量情况与相邻自旋相反的情况类似,没有能隙。而对于整数自旋链来说,情况偏离了相邻自旋相反的情况,有能隙。

整数量子霍尔效应态和1维量子反铁磁体中的霍尔丹相都属于这次诺贝尔奖颁奖词中的"物质拓扑相"。物质拓扑相又称拓扑物态。现在人们认识到,霍尔丹相、整数量子霍尔效应态和拓扑绝缘体都属于所谓对称性保护的拓扑态。还有一些拓扑物态不属于这一类,比如分数量子霍尔效应和自旋液体,里面还有很多未解之谜。目前,国际上对拓扑物态的研究方兴未艾。本次诺贝尔物理学奖宣布1周以后,2016年10月11日,美国物理学会宣布麻省理工学院文小刚和加州理工大学基塔耶夫(A. Kitaev)因拓扑序理论获得2017年的凝聚态物理奖巴克利(Oliver E. Buckley)奖。拓扑序为拓扑量子计算提供了基础,拓扑物态的研究对于量子计算的实现也是很有意义的。因为拓扑的性质可能带来稳定的量子状态,帮助克服量子计算对于环境扰动的敏感。

8 结论

2016年度诺贝尔物理学奖的获奖工作带来了革命性的新观念,它打开了组成物质的大量粒子微观拓扑性质与物质宏观物理性质关系这扇大门,将凝聚态物理带到了一个新的天地。索利斯、霍尔丹和科斯德里茨开辟的"拓扑相变与物质拓扑相研究",已成为凝聚态物理研究前沿和主流领域,对材料科学和信息科学产生了很大影响;它为新材料、新器件的设计带来新的思路,尤其是对于量子计算机的实现很有意义。

参考文献(References)

[1] Nobel Media AB 2016. Press release: The Nobel Prize in Physics 2016 [EB/OL]. [2016-11-16]. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2016/ .

[2] Nobel Media AB 2016. The Nobel Prize in Physics 2016-popular information[EB/OL]. [2016- 11- 16]. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2016/popular.html.

[3] Nobel Media AB 2016. The Nobel Prize in Physics 2016-advanced information[EB/OL]. [2016- 11- 16]. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2016/advanced.html.

[4] Mermin N D, Wagner H. Absence of ferromagnetism or antiferromagnetism in one- or two-dimensional isotropic Heisenberg models[J]. Physical Review Letters, 1966, 17: 1133-1136.

[5] Hohenberg P C. Existence of long-range order in one and two dimensions[J]. Physical Review, 1967, 158: 383-386.

[6] Wegner F. Spin-ordering in a planar classical Heisenberg model[J]. Zeitschrift für Physik, 1967, 206(5): 465-470.

[7] Kosterlitz J M, Thouless D J. Long range order and metastability in two dimensional solids and superfluids[J]. Journal of Physics C: Solid State Physics, 1972, 5(11): L124-L126.

[8] Kosterlitz J M, Thouless D J. Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems[J]. Journal of Physics C: Solid State Physics, 1873, 6(7): 1181-1203.

[9] Kosterlitz J M. The critical properties of the two-dimensional xymodel [J]. Journal of Physics C: Solid State Physics, 1974, 7(6): 1046-1060.

[10] Hadzibabic Z, Krüger P, Cheneau M, et al. Berezinskii-Kosterlitz-Thouless crossover in a trappedatomic gas[J]. Nature, 2006, 441 (7097): 1118-1121.

[11] Media AB 2014. Press release: The 1985 Nobel Prize in Physics[EB/OL]. [2016-11-16]. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1985/press.html.

[12] Thouless D J, Kohmoto M, Nightingale M P, et al. Quantized Hall conductance in a two-dimensional periodic potential[J]. Physical Review Letters, 1982, 49(6): 405-408.

[13] Niu Q, Thouless D J, Wu Y. Quantized hall conductance as a topological invariant[J]. Physical Review B, 1985, 31(6): 3372-3377.

[14] Aidelsburger M, Lohse M, Schweizer C, et al. Measuring the Chern number of hofstadter bands with ultracold bosonic atoms[J]. Nature Physics, 2015, 11(2): 162-166.

[15] Haldane F D M. Model for a quantum Hall effect without Landau levels: Condensed-Matter realization of the "parity anomaly"[J]. Physical Review Letters, 1988, 61(18): 2015-2018.

[16] Jotzu G, Messer M, Desbuquois R, et al. Experimental realization of the topological Haldane model with ultracold fermions[J]. Nature, 2014, 515(7526): 237-240.

[17] Kane C L, Mele E J. Quantum spin Hall effect in graphene[J]. Physical Review Letters, 2005, 95: 226801.

[18] Bernevig B A, Zhang S C. Quantum spin Hall effect[J]. Physical Review Letters, 2006, 96: 106802.

[19] Konig M, et al. Quantum spin Hall insulator state in HgTe quantum wells[J]. Science, 2007, 318(5851): 766-770.

[20] Chang C Z, Zhang J, Feng X, et al. Experimental observation of the quantum anomalous Hall effect in a magnetic topological insulator[J]. Science, 2013, 340(6129): 167-170.

[21] Haldane F D M. Continuum dynamics of the 1-D Heisenberg antiferromagnet: Identification with the O(3) nonlinear sigma model[J]. Physics Letters A, 1983, 93(9): 464-468.

[22] Haldane F D M. Nonlinear field theory of large-spin Heisenberg antiferromagnets: Semiclassically quantized solitons of the one-dimensional easy-axis néel state[J]. Physical Review Letters, 1983, 50(15): 1153-1156.

[23] Kenzelmann M, Cowley R A, Buyers W J L, et al. Properties of Haldane excitations and multiparticle states in the antiferromagnetic spin-1 chain compound $CsNiCl_3$[J]. Physical Review B, 2002, 66(2): 024407.

Theoretical discoveries of topological phase transition and topological phases of matter: The 2016 Nobel Prize in Physics

SHI Yu

Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China

Abstract The 2016 Nobel Prize in Physics was awarded to David J. Thouless, F. Duncan M. Haldane and J. Michael Kosterlitz for their theoretical discoveries of topological phase transition and topological phases of matter. This article introduces their research experiences and describes the awarded achievements, as well as the scientific background and later development, from the aspects of topology and topological phase transitions, topology in quantum Hall effect, one dimensional antiferrom agnet and symmetry-protected topological states.

Keywords 2016 Nobel Prize in Physics; phase transition; topological phase transition; topological phases

(编辑 王志敏)