

# 基于无网格法的钢筋混凝土梁静动力应力变形响应

林杭<sup>1,2</sup>, 熊威<sup>1</sup>, 黄靓<sup>3</sup>, 柳群义<sup>4</sup>

1. 中南大学资源与安全工程学院, 长沙 410083
2. 山西省交通科学研究院黄土地区公路建设与养护技术交通行业重点实验室, 太原 030006
3. 厦门理工学院土木工程与建筑学院, 厦门 361024
4. 中南大学地球科学与信息物理学院, 长沙 410083

**摘要** 非线性大变形问题一直是钢筋混凝土梁数值分析中的难点, 有限元方法中的网格畸变会大大降低其求解精度, 而无网格方法由于不受网格的束缚, 能很好地处理钢筋混凝土的大变形问题。为准确求解非线性大变形问题, 本研究发挥无网格法的优点, 利用无网格法建立钢筋混凝土梁数值计算模型, 对模型分别施加恒定静荷载和动荷载, 以探讨无网格伽辽金算法求解情况下钢筋混凝土梁的应力变形情况及破坏模式。结果表明, 动、静加载下, 梁最大应力值随着加载的变化而呈现不同的变化趋势, 钢筋混凝土梁的应力变形均符合实际规律, 无网格法可以用于解决钢筋混凝土梁的大变形求解问题。

**关键词** 钢筋混凝土梁; 大变形; 无网格伽辽金法; ANSYS/DYNA; 静动力

20世纪中叶出现的有限单元法被称为最有效的工程数值分析工具, 应用于几乎所有可简化为场的工程领域, 解决了许多重大科学问题<sup>[1,2]</sup>, 但随着有限单元法的日趋成熟和完善, 其不足也逐渐显现出来。在大变形分析中, 网格出现畸变, 使得有限单元法求解精度大幅下降; 在裂纹动态扩展问题中, 由于裂纹发展方向的不可预测性, 在计算过程中需要不断重新划分网格, 大幅增加了计算工作量; 在面对高冲击和爆炸等动态问题时, 网格的扭曲会使得时间积分步长过小, 大幅增加计算工作量; 对于形状优化问题, 为了迎合物体形状的不断变化, 也需要在计算过程中不断地重新划分网格。这些问题的出现主要是由于有限单元法依赖于有序的单元连接, 传统的解决方法是利用自适应在模拟过程中不断重新划分网格, 但面对大型三维复杂结构时, 如何高效地进行网格自适应重新划分一直没能很好解决。

20世纪70年代, Lucy<sup>[3]</sup>、Gingold等<sup>[4]</sup>成功将光滑粒子动力学(SPH)应用到无边界天体物理问题, 开启了工程数值分析领域新方法——无网格法。无网格法是一种只需要节点信息而不需要单元信息的数值方法, 基本思想就是在模型中布置一系列节点, 然后用一种近似, 使得节点包含了模型上任一点的力学特性, 从而进行问题的求解, 此方法最大的优势

就是消除了网格对于节点的束缚。从无网格法的出现到现在, 已有大量研究, 相继又提出了10余种无网格方法, 如1992年Nayroles等<sup>[5]</sup>提出的散射元法(DEM); 1994年Belytschko等<sup>[6]</sup>改进了DEM, 在计算形函数时保留了被忽略的全部项, 同时利用拉格朗日乘子法引入本质边界条件, 提出的无网格伽辽金法(EFGM), 从而掀起了关于无网格伽辽金法的研究热潮。

在无网格伽辽金法的理论和应用方面的研究, Belytschko等<sup>[7]</sup>将EFG方法用于动态裂纹扩展的数值模拟研究, 之后又提出了EFG的误差估计方法<sup>[8]</sup>; Krysl等<sup>[9]</sup>将EFG方法用于板壳分析中; Liu等<sup>[10]</sup>将EFG与边界元法相耦合用于固体的应力分析中; Du<sup>[11]</sup>将EFG方法用于流体晃动分析中。在2000年左右, 国内有Zhang等<sup>[12]</sup>将EFG方法应用于节理岩体的分析中; 寇晓东等<sup>[13]</sup>将EFG方法应用于拱坝开裂的计算; 张伟星等<sup>[14]</sup>将EFG应用于弹性地基板的计算; 陈建等<sup>[15]</sup>将EFG方法应用于计算边沿裂纹功能梯度材料板的应力强度因子。基于以上这些研究, 可发现EFG方法精度和收敛速度都高于有限元方法, 而且不会出现体积锁死现象, 同时对于局部高梯度具有高解析度, 对线弹性断裂问题比较有效。因此, 本研究采用无网格伽辽金算法, 分析在静载和动载作用下钢筋混凝土梁的受弯应力变形。

收稿日期: 2015-03-18; 修回日期: 2015-06-12

基金项目: 国家自然科学基金项目(51474249, 51108175); 黄土地区公路建设与养护技术交通行业重点实验室开放基金项目(KLTLR-Y13-14)

作者简介: 林杭, 副教授, 研究方向为岩土工程理论和数值计算, 电子信箱: linhangabc@126.com

引用格式: 林杭, 熊威, 黄靓, 等. 基于无网格法的钢筋混凝土梁静动力应力变形响应[J]. 科技导报, 2016, 34(2): 260-264; doi: 10.3981/j.issn.1000-7857.2016.2.044

## 1 数值计算分析

### 1.1 计算模型

钢筋混凝土梁的模型建立在 ANSYS 中完成,采用分离式建模方法,不考虑钢筋和混凝土的黏结滑移,对钢筋和混凝土的接触部分进行共节点处理。钢筋混凝土梁宽 1.8 m,高 2.1 m,长 20 m,钢筋保护层厚度 0.3 m。网格尺寸定义为 0.5 m,钢筋和混凝土沿长、宽、高均等网格尺寸划分(图 1)。林杭等<sup>[6]</sup>利用有限元-无网格耦合算法求解大变形问题,弥补有限元计算的局限性,将无网格的计算结果与有限元的计算结果进行了对比,以验证计算的正确性。本研究运用 LS-DYNA,进一步研究爆破和静荷载作用下钢筋混凝土梁的破坏模式,混凝土采用 MAT\_JOHNSON\_HOLMQUIST\_CONCRETE 模型,钢筋选用 MAT\_PLASTIC\_KINEMATIC 模型。MAT\_JOHNSON\_HOLMQUIST\_CONCRETE 模型综合考虑了大应、高应变率、高压效应,其等效屈服强度是压力、应变率及损伤的函数,可以很好地模拟混凝土,参考向强等<sup>[7]</sup>的数据,定义混凝土材料参数为,密度 2.5 g/cm<sup>3</sup>,剪切模量 14.86 GPa,标准压力硬化 1.6,应变率系数 0.007,压力硬化指数 0.61,准静态单轴压缩强度 48 MPa,最大拉伸静水压力 400 kN,破坏前塑性应变值 0.01,压溃压力 1600 kN,压溃体积应变 0.001,锁模压力 800 kN,锁定体积应变 0.1。体积常数 0.85、-1.71、2.08。MAT\_PLASTIC\_KINEMATIC 模型适用于各向同性和随动硬化模型,可以很好地模拟钢筋,其中压筋参数为密度 7.8 g/cm<sup>3</sup>,弹性模量 200 GPa,泊松比 0.3,屈服强度 235 MPa,剪切模量 62.5 GPa;拉筋参数为密度 7.8 g/cm<sup>3</sup>,弹性模量 200 GPa,泊松比 0.3,屈服强度 400 MPa,剪切模量 62.5 GPa。

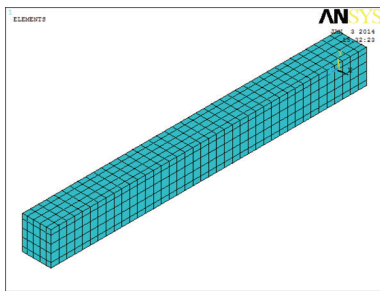


图 1 钢筋混凝土梁三维模型

Fig. 1 3D model of a reinforced concrete beam

### 1.2 计算方案

混凝土和钢筋均采用有限单元算法,它们之间的接触采用共节点方法处理,在试件中段表面施加均布荷载进行计算,加载方式如图 2 所示。通过计算后的模型变形结果,选取大变形区域,对该区域采用无网格伽辽金算法,有限元模型节点与无网格模型节点采用共节点处理,实现有限元与无网格之间的耦合计算,两次加载大小、范围相同,加载曲线如图 3 所示,在 0~20 μs 线性递增,在 20 μs 时取得最大值 100 kN,在 20~40 μs 线性递减,在 40 μs 处为 0,然后在 60~80 μs 再次单调递增,并在 80 μs 处达到最大值 100 kN。

混凝土采用无网格伽辽金算法,钢筋采用有限单元算法,它们之间采用共节点处理,在试件中段节点上施加节点力进行计算,加载方式如图 2 所示。首先施加静力,大小恒定为 100 kN;然后选用同样的模型,混凝土同样采用无网格伽辽金算法,钢筋采用有限单元算法,其间的接触依旧采用共节点处理,加载方式采用动力加载,加载区域不变,加载曲线示意如图 3 所示,在 0~20 μs 线性递增,在 20 μs 时取得最大值 100 kN,在 20~40 μs 线性递减,在 40 μs 处为 0,然后在 60~80 μs 再次单调递增,并在 80 μs 处达到最大值 100 kN。

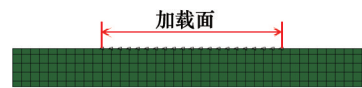


图 2 加载方式示意

Fig. 2 Schematic diagram of loading

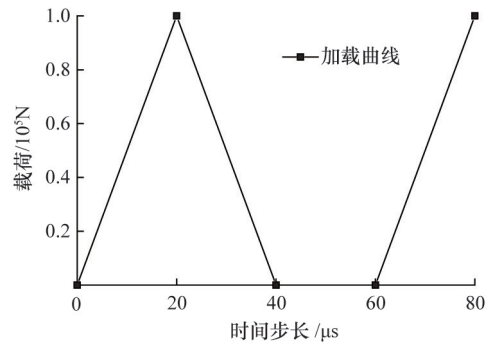


图 3 荷载曲线

Fig. 3 Loading curve

## 2 结果与讨论

### 2.1 无网格法静力分析

混凝土采用无网格伽辽金算法,钢筋选用有限单元算法,不考虑二者之间的黏结滑移,采用共节点处理。图 4 为钢筋混凝土梁在恒定静载作用下的应力变形图。从图 4 中可以看出梁跨中部分上端受压,下端受拉,同时可以看到在加载时间  $T=32.75 \mu\text{s}$  时,跨中上端两侧呈现受拉趋势,这是由于梁下部两端固支,故随着加载的进行,跨中下凹,因而两侧固支附近向上凸起,产生受拉趋势。在  $T=2.660 \mu\text{s}$  和  $T=56.942 \mu\text{s}$  之间,随着加载的继续进行,全梁最大应力值逐渐增大,直到  $T=56.942 \mu\text{s}$  时取得最大值,可以认为在此之前,钢筋混凝土梁处于弹性阶段。 $T=56.942 \mu\text{s}$  后出现略微的波动,应力值略微减小,认为在此阶段,钢筋混凝土梁处在塑性阶段。图 5 为钢筋混凝土梁跨中上下节点挠度图,可以看出在前 20 μs,随着荷载的施加,跨中上部挠度变化明显大于下部,但随着加载的继续进行,跨中下部挠度变化速率明显大于上部,且在最终点达到 1.2 cm,而跨中上部只有 1 cm。

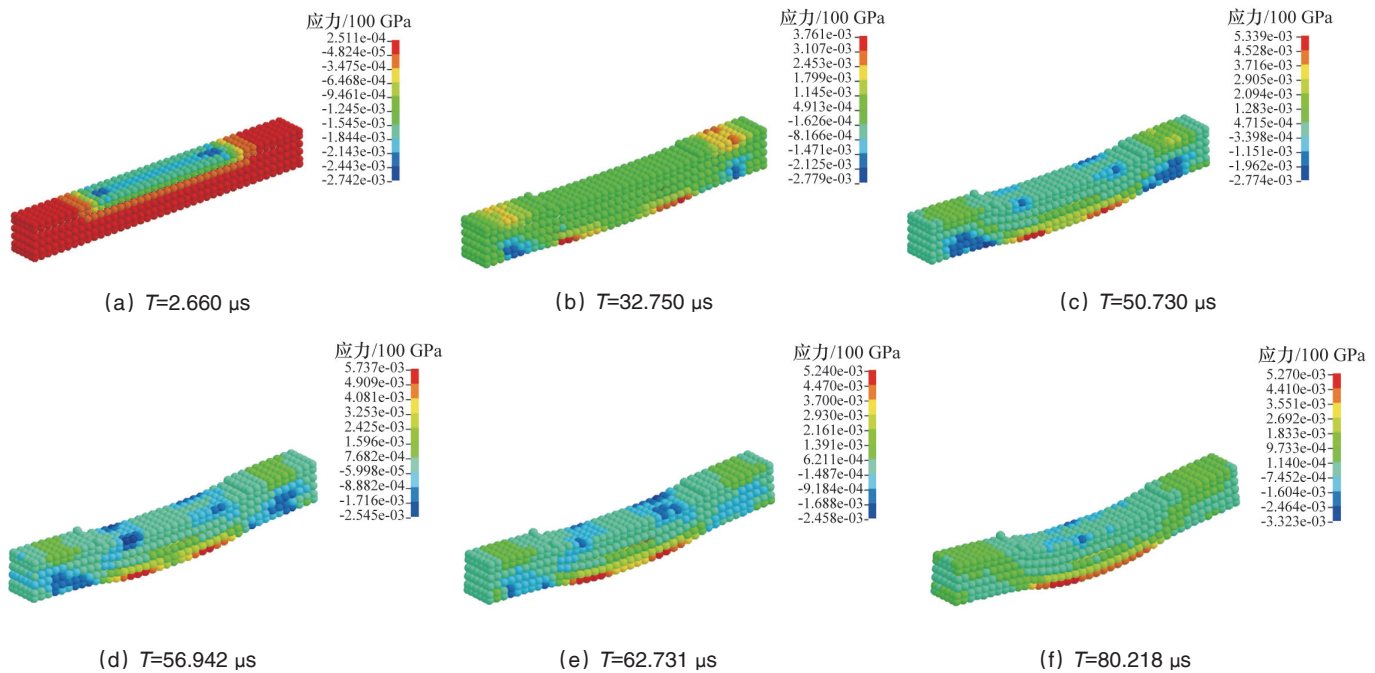


图4 钢筋混凝土梁变形应力

Fig. 4 Deformation and stress of reinforced concrete beams

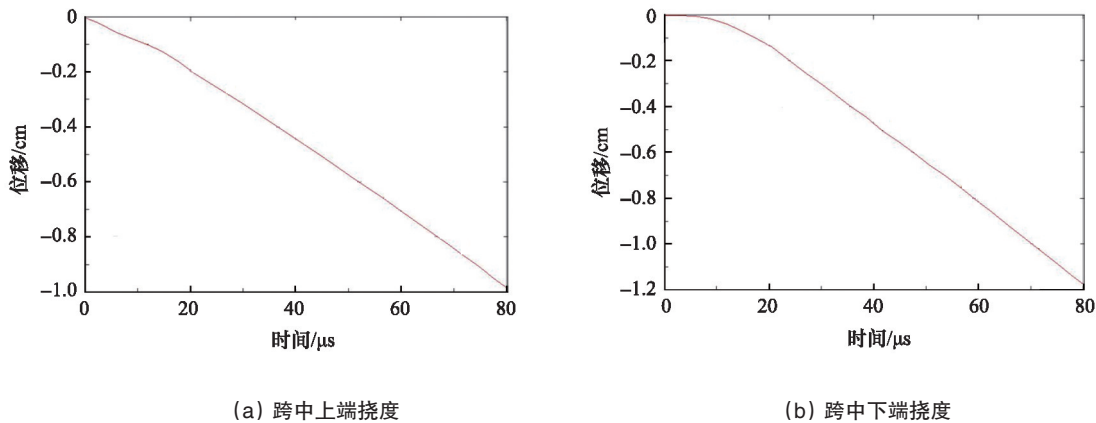


图5 跨中挠度

Fig. 5 Deflection graph in the middle span

## 2.2 无网格法动力分析

有限单元法在处理非线性大变形问题时,会因网格畸变而降低计算的精度,现行处理办法是不断进行网格重新划分,虽然在一定程度上提高了计算的精度,但计算成本也大大增加,不利于处理大型的三维大变形问题。而本文采用的无网格伽辽金算法相比有限单元法,由于其节点可以不受网格的束缚,故能更好地处理非线性大变形问题。

动力分析部分所采用的模型与静力分析部分相同,混凝土采用无网格伽辽金算法,钢筋采用有限单元算法,不考虑二者之间的黏结滑移,采用共节点方式处理。图6为动力加载下钢筋混凝土梁的应力变形图。与静力分析中相似,梁跨

中上端受压,跨中下端受拉,在 $T=20.817 \mu\text{s}$ 时在梁上部两端附近出现受拉趋势,这是因为梁下端两侧固支,随着加载的进行,跨中下凹,故在固支点附近会出现上凸现象,从而呈现受拉。

梁最大应力值随着加载的变化而呈现不同的变化趋势,在 $T=0$ 到 $T=40 \mu\text{s}$ 之间,应力与变形随着加载的变化而呈现出不同的变化速率,在 $T=40 \mu\text{s}$ 之后有着轻微的回弹,之后持续增加,可知在 $T=74.793 \mu\text{s}$ 处达到最大值,之后产生轻微的波动,应力值略微减小,并产生快速变形,可以认为在这个过程中钢筋混凝土梁在动荷载的作用下达到了屈服点,开始出现塑性变形。

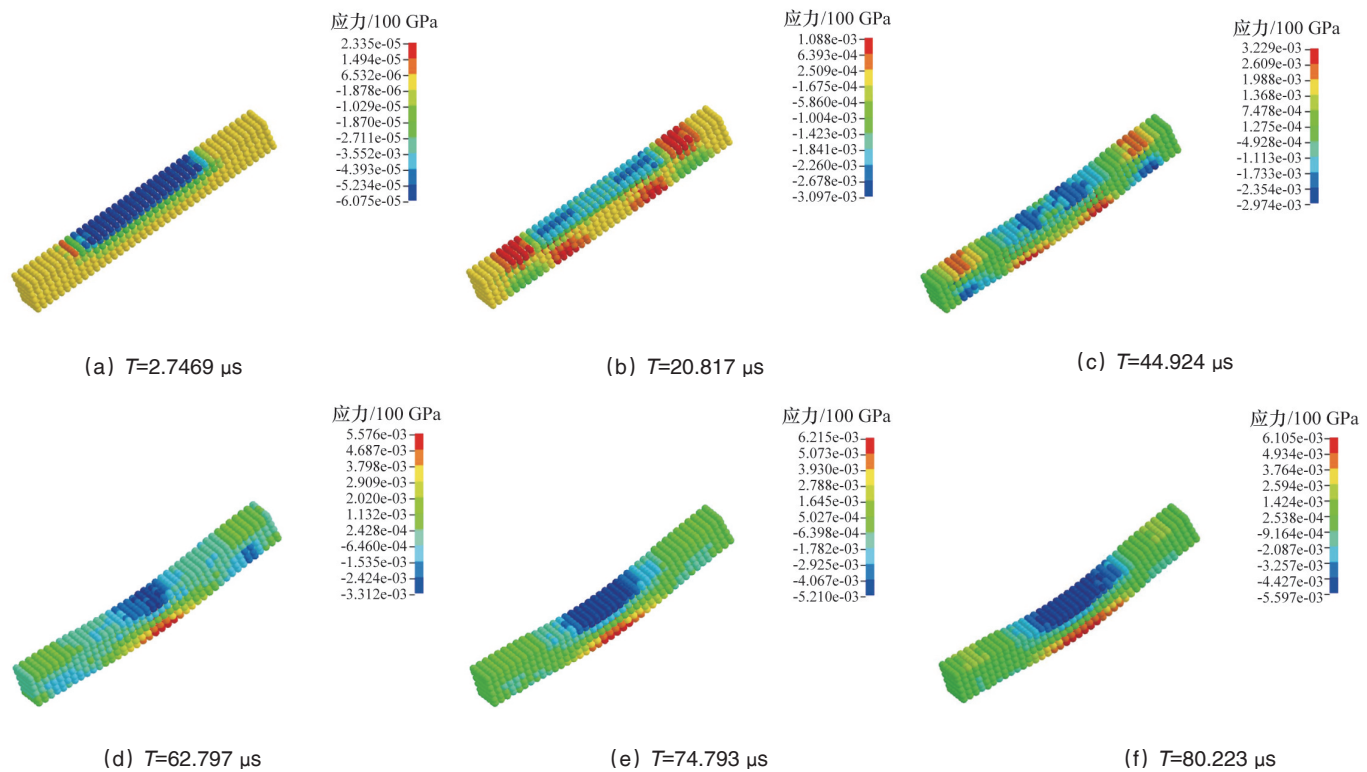


图6 钢筋混凝土梁的应力变形

Fig. 6 Deformation and stress of reinforced concrete beams

### 3 结论

采用数值软件 ANSYS/LS-DYNA 进行钢筋混凝土梁在动力和静力作用下的应力变形分析,计算方法选用的是无网格伽辽金算法。首先通过在模型上施加恒定节点力,观察钢筋混凝土梁的应力变形,随着节点力的持续施加,在弹性阶段应力和变形不断增加,直到到达最大点,之后略减小,并随着荷载的继续施加呈现轻微的波动,符合一般的钢筋混凝土变化规律,说明本文采用的数值方法能很好地模拟钢筋混凝土梁在恒定节点力作用下的应力变形情况。然后,在同样的数值模型上施加动载荷,观察钢筋混凝土梁的应力变形情况,发现梁最大应力值随着加载的变化而呈现不同的变化趋势,均符合钢筋混凝土梁受载的实际规律,从而说明本文对于动载下的钢筋混凝土梁的模拟方法可行。

#### 参考文献 (References)

- [1] 陈必光, 宋二祥, 程晓辉. 二维裂隙岩体渗流传热的离散裂隙网络模型数值计算方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, (1): 43-51.  
Chen Biguang, Song Erxiang, Cheng Xiaohui. A numerical method for discrete fracture network model for flow and heat transfer in two-dimensional fractured rocks[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, (1): 43-51.
- [2] 荣冠, 王思敬, 王恩志, 等. 强降雨下元磨公路典型工程边坡稳定性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(4): 704-711.  
Rong Guan, Wang Sijing, Wang Enzhi, et al. Stability analysis of yuan-

mo highway slope under intensive rainfall[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(4): 704-711.

- [3] Lucy L B. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis [J]. The astronomical journal, 1977, 82(1): 1013-1024.
- [4] Gingold R A, Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics: Theory and application to non-spherical stars[J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1977, 18(3): 375-389.
- [5] Nayroles B, Touzot G, Villon P. Generalizing the finite element method: Diffuse approximation and diffuse elements[J]. Computational Mechanics, 1992, 10(5): 307-318.
- [6] Belytschko T, Lu Y Y, Gu L. Element free Galerkin methods[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1994, 37(2): 229-256.
- [7] Belytschko T, Gu L, Lu Y Y. Fracture and crack growth by element free Galerkin methods[J]. Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering, 2994, 2(3), doi:10.1088/0965-0393/2/3A/007.
- [8] Chung H J, Belytschko T. An error estimate in the EFG method[J]. Computational Mechanics, 1998, 21(2): 91-100.
- [9] Krysl P, Belytschko T. Analysis of thin shells by the element-free Galerkin method[J]. International Journal of Solids and Structures, 1996, 33(20): 3057-3080.
- [10] Liu G R, Gu Y T. Coupling of element free Galerkin and hybrid boundary element methods using modified variational formulation[J]. Computational Mechanics, 2000, 26(2): 166-173.
- [11] Du C. An element-free Galerkin method for simulation of stationary two-dimensional shallow water flows in rivers[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 182(1): 89-107.

- [12] Zhang X, Lu M, Wegner J L. A 2-D meshless model for jointed rock structures[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2000, 47(10): 1649-1661.
- [13] 寇晓东, 周维垣. 应用无单元法近似计算拱坝开裂[J]. 水利学报, 2000(10): 28-35.  
Kou Xiaodong, Zhou Weiyuan. The application of element-free method to approximate calculation of arch dam crack propagation[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2000(10): 28-35.
- [14] 张伟星, 庞辉. 弹性地基板计算的无单元法[J]. 工程力学, 2000, 17(3): 138-144.  
Zhang Weixing, Pang Hui. The element-free method for the bending problem of plates on elastic foundation[J]. Engineering Mechanics, 2000, 17(3): 138-144.
- [15] 陈建, 吴林志, 杜善义. 采用无单元法计算含边沿裂纹功能梯度材料板的应力强度因子[J]. 工程力学, 2000, 17(5): 139-144.  
Chen Jian, Wu Linzhi, Du Shanyi. Evaluating sif of functionally graded plate with an edge crack by element-free method[J]. Engineering Mechanics, 2000, 17(5): 139-144.
- [16] 林杭, 熊威, 黄靛. 钢筋混凝土梁应力变形的有限元-无网格耦合分析[J]. 公路, 2015, 60(5): 34-38.  
Lin Hang, Xiong Wei, Huang Liang. Analysis for the stress and deformation of reinforced concrete beam based on the coupling finite element-meshless method[J]. Highway, 2015, 60(5): 34-38.
- [17] 向强, 刘彤, 王汝恒. 爆炸荷载作用下钢筋混凝土梁的破坏模式研究[J]. 长江大学学报: 自然科学版, 2011, 8(7): 89-91.  
Xiang Qiang, Liu Tong, Wang Ruheng. The failure modes of reinforced concrete beam under explosion load[J]. Journal of Yangtze University: Natural Science Edition, 2011, 8(7): 89-91.

## Stress and deformation response in reinforced concrete beam under static and dynamic loads based on meshless method

LIN Hang<sup>1,2</sup>, XIONG Wei<sup>1</sup>, HUANG Liang<sup>3</sup>, LIU Qunyi<sup>4</sup>

1. School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China
2. Key Laboratory of Highway Construction & Maintenance Technology in Loess Region, Shanxi Transportation Research Institute, Taiyuan 030006, China
3. School of Civil Engineering & Architecture, Xiamen University of Technology, Xiamen 361024, China
4. School of Geosciences and Info-Physics, Central South University, Changsha 410083, China

**Abstract** The nonlinear large deformation has always been a difficulty in the numerical analysis of reinforced concrete beams, and the mesh distortion will greatly reduce solution accuracy in the finite element method (FEM), while grid points in the meshless method are not constrained by the grids, so this method can well handle the nonlinear large deformation problem in reinforced concrete beams. To solve the problem of nonlinear large deformation accurately, we establish a numerical model of reinforced concrete beam on the basis of the meshless method, and the static and dynamic loads are applied on the model to analyze the stress, deformation and failure mode of the reinforced concrete beam. The results show that either under the static or dynamic loads, the maximum stress varies with the change of load, and the stress and deformation of the reinforced concrete beam are consistent with the actual law, demonstrating the meshless method can be used for the nonlinear large deformation problem.

**Keywords** reinforced concrete beam; large deformation; EFGM; ANSYS/DYNA; static and dynamic force

(责任编辑 刘志远)