

# 分数阶傅里叶变换及其在光通信中的应用

唐明<sup>1</sup>, 杨爱英<sup>2</sup>, 忻向军<sup>3</sup>

1. 华中科技大学光学与电子信息学院; 下一代互联网接入系统国家工程实验室, 武汉 430074
2. 北京理工大学光电学院, 北京 100081
3. 北京邮电大学电子工程学院, 北京 100876

**摘要** 分数阶傅里叶变换是传统傅里叶变换的一种扩展形式, 它能够在介于时域和频域之间的分数域内分析和处理信号。由于分数阶傅里叶变换的一些独特的性质, 已经被广泛应用于解微分方程、量子力学、图像处理和信号处理当中。本文介绍分数阶傅里叶变换, 综述其在滤波器、神经网络、图像处理和无线通信等领域的应用; 结合本课题组近年来的工作成果, 重点介绍了其在光通信领域中的典型应用; 展望了分数阶傅里叶变换在光通信中的发展趋势。

**关键词** 分数阶傅里叶变换; 光通信; 色散; 非线性; 正交频分复用

自1807年法国科学家首次提出傅里叶分析以来, 傅里叶变换方法得到了广泛应用, 在科学研究与工程技术的几乎所有领域发挥着重要作用。随着研究对象和研究范围的不断扩展, 也逐渐暴露出傅里叶变换在处理某些问题时的局限性。这种局限性主要体现在: 它是一种全局性变换, 得到的是信号的整体频谱, 因而无法表述信号的时频局部特性, 而这种特性正是非平稳信号的最根本和最关键的性质。为了分析和处理非平稳信号, 人们提出并发展了一系列新的信号分析理论: 分数阶傅里叶变换、短时傅里叶变换、Wigner分布、Gabor变换、小波变换和调幅-调频信号分析等。其中分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier Transform, FrFT)作为傅里叶变换的广义形式, 由于其独有的特点而受到了众多科研人员的青睐。

## 1 分数阶傅里叶变换

分数阶傅里叶变换是自1980年以

来在 V. Namias、A. C. McBride、F. H. Kerr 等的奠基工作上发展起来的一种新型的信号变换。1980年, Namias 利用特征值的任意次幂运算提出了阶次为分数(任意实数)的傅里叶变换的概念<sup>[1]</sup>。通过计算, 推导出了其高阶微分的形式, 最后利用它进行量子力学中微分方程的求解。1993年, D. McBride 和 H. M. Ozaktas 首次实现了光学的 FrFT, 给出了相应的光学上的解释<sup>[2-3]</sup>, 并且提出了分数阶卷积和分数阶相关的概念; 1993年, A. W. Lohmann 给出了 FrFT 的几何解释, 即 FrFT 相当于在 Wigner-Ville 分布时频平面上任意角度的旋转<sup>[4]</sup>。1994年, L. B. Almeida 在 Lohmann 工作的基础之上, 分析了 FrFT 的基本特性, 同时从信号处理的角度进一步揭示了 FrFT 与传统时频分析工具的关系<sup>[5]</sup>。至此, FrFT 被赋予了明确的物理意义, 如图1所示, 即它是对时频平面的旋转, 吸引着越来越多的研究者参与到相关的研究当中。

2010年, R. Tao 等从联合时频分析的思想出发, 提出了短时 FrFT 的概念<sup>[6]</sup>, 建立了联合时频分析域的分析方法。J. Shi 等针对短时分数阶傅里叶变换和现有的分数阶小波变换存在的问题提出了一种新型的分数阶小波变换<sup>[7]</sup>, 实现了分数域的多分辨分析。

分数阶傅里叶变换不但继承了传统傅里叶变换的基本性质, 而且还具有

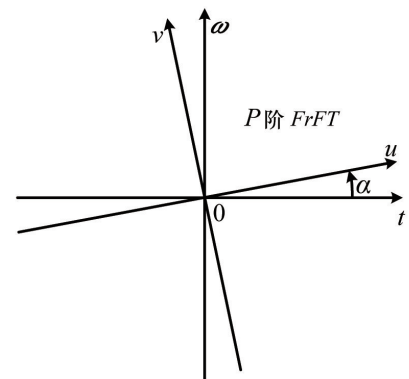


图1 分数阶傅里叶变换的时频旋转特性  
Fig. 1 Time-frequency rotation property of FrFT

收稿日期: 2016-06-30; 修回日期: 2016-07-18

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(61331010); 国家高技术研究发展计划(863计划)项目(2013AA013402)

作者简介: 唐明, 教授, 研究方向为光纤光学、非线性光学、高速光纤通信、光纤传感, 电子信箱: tangming@mail.hust.edu.cn

引用格式: 唐明, 杨爱英, 忻向军. 分数阶傅里叶变换及其在光通信中的应用[J]. 科技导报, 2016, 34(16): 139-143; doi: 10.3981/j.issn.1000-7857.2016.16.017

傅里叶变换所不具有的许多优良特性, 比如说: 分数阶傅里叶变换可以看作是一种广义的傅里叶变换, 它能够实现同时在时域或者频域对信号进行观察和处理, 避免了传统傅里叶变换只能单独在时域或者频域进行处理的问题, 这在处理某些特定问题的时候就有很大的优势。和传统的傅里叶变换一样, 分数阶傅里叶变换也存在一种基表示方法, 它的基函数是一族线性调频信号(chirp 信号), 因此分数阶傅里叶变换十分适合处理自然界中广泛存在的线性调频信号。相比较于传统的傅里叶变换, 分数阶傅里叶变换多出了一个自由参数, 使得其应用能够更加灵活。与传统的线性时频表示一样, 分数阶傅里叶变换是一种统一的线性时频变换, 不存在交叉项的干扰, 比较适合处理多分量信号。

## 2 分数阶傅里叶变换研究进展

由于分数阶傅里叶变换可以理解为 chirp 基分解, 因此分数阶傅里叶变换特别适合于处理 chirp 信号。利用线性调频(LFM)信号在不同阶数的分数阶傅里叶域呈现出不同的能量聚集特性, 通过在分数阶傅里叶域做二维搜索就可以实现对 LFM 信号的检测和参数估计<sup>[8-10]</sup>。例如文献[9]中基于这种思想, 提出了一种多分量 LFM 信号的检测和参数估计算法, 考虑到搜索的优化问题和多分量信号间的相互影响, 可以采用拟牛顿和引入峰值遮隔的级联处理方式来提高算法效率和处理多分量。

将传统频域的乘性滤波器推广到分数阶傅里叶域, 便得到了分数阶傅里叶域乘性滤波器

$$x_{out}(t) = F^{-p} [F^p [x_{in}(t)] \cdot H_p(u)] \quad (1)$$

式中,  $F^{-p}$  表示  $p$  阶分数阶傅里叶逆变换算子,  $H_p(u)$  表示  $p$  阶分数阶傅里叶变换域传递函数, 通过设计不同  $H_p(u)$  可以得到不同类型的滤波器, 文献[11]中所提到的扫频滤波器就是分数阶傅里叶变换域带通滤波器的时域表现形式。乘性滤波器具有较好效果的前提条件是信号和噪声在变换到某阶次的

分数阶傅里叶域后能够完全或者大部分被分离开。如果一次变换不能达到目的, 可以考虑级联多次不同阶数的分数阶傅里叶变换域乘性滤波器实现<sup>[12]</sup>。由分数阶傅里叶变换和时频分布的关系, 可以知道乘性滤波需要信号与噪声时频分布无耦合或者小部分耦合, 如果信号和噪声的时频分布不能满足上述条件, 那么乘性滤波的方法将得不到好的效果。

分数阶傅里叶变换还被应用于图像处理中的数字水印及加密。把待处理图像变换到某个阶次的分数阶傅里叶域, 然后将水印数据按照一定的规则嵌入到选定的变换系数上。水印检测采用门限检测方式, 根据嵌入的水印数据确定相应的检测门限<sup>[13]</sup>。在选择嵌入水印的变换系数和检测门限时都需要进行折中, 前者的选择需要折中考虑鲁棒性和不造成图像的畸变, 而后者需要折中考虑虚检和漏检。利用分数阶傅里叶变换做图像加密, 简单来讲就是对原始图像的二维分数阶傅里叶变换乘以相位密钥完成加密, 解密过程和加密过程正好相反, 先乘以相位密钥的共轭, 然后利用对应的二维分数阶傅里叶反变换来恢复图像。因为分数阶傅里叶变换比傅里叶变换多一个变换参数, 所以基于分数阶傅里叶变换的加密算法比基于傅里叶变换或余弦变换的加密算法具有更好的安全性。

分数阶傅里叶变换比傅里叶变换多一个变换参数, 因此也就比傅里叶变换具有更多灵活性, 通过选择合适的变换阶次  $p$ , 在相应的分数阶傅里叶域来设计神经网络, 往往能够得到更好的效果。文献[14]、[15]探讨了这个问题, 并分别提出了各自的算法。前者更类似于分数阶傅里叶域滤波, 后者则是把分数阶傅里叶变换作为神经网络输入的预处理。在最优变换阶次  $p$  的选取上, 两者都是将  $p$  在一定范围内按照某个步长进行尝试, 以选取效果最好的  $p$  值。

随着阵列天线技术的不断应用, 基于分数阶傅里叶变换的阵列信号处理

算法也吸引了人们的注意。除了文献[16]所探讨的分数阶傅里叶域波束形成算法外, 文献[17]提出了一种基于分数阶傅里叶变换的多分量宽带 LFM 信号波达方向估计新算法, 利用 LFM 信号在分数阶傅里叶域的能量聚集性, 在分数阶傅里叶域对多分量 LFM 信号进行分离和参数估计, 并构造出分数阶傅里叶变换域的阵列信号相关矩阵, 通过对该相关矩阵进行特征值分解来估计信号子空间和噪声子空间, 最后利用 MUSIC 算法估计出各分量信号的波达方向。该方法对宽带 LFM 信号的波达方向估计精度高, 鲁棒性好。但是, 该方法针对的是非相干的宽带 LFM 信号, 而相干宽带 LFM 信号的波达方向估计仍需要进一步研究。

随着通信技术的发展, 移动条件下的大容量通信已经进入人们的普通生活, 但是随之而来的技术问题也日益突出, 其中快衰落信道就是高速移动通信所不可避免的问题之一。文献[18]基于时变信道的参数模型, 提出了一种利用分数阶傅里叶变换实现的时变信道参数估计方法, 该方法运算量小, 估计精度高。其主要思想是通过发射多分量的 LFM 信号作为导频(或训练序列)信号, 并在接收端应用分数阶傅里叶变换对接收到的导频(或训练序列)信号进行参数估计, 从而建立起快衰落信道的参数化模型。文献[19]提出用 chirp 信号基来匹配快衰落信道, 在普通的 OFDM 系统中, 用分数阶傅里叶变换代替 FFT, 仿真结果显示该方案能较好的适应时变信道。文献[20]研究了分数阶傅里叶变换应用于水声信道参数估计问题。通过仿真研究, 验证了当存在多普勒频偏时, 分数阶傅里叶变换性能优于拷贝相关处理, 可适用于存在多普勒频偏的多途声信道参数估计, 具有很好的鲁棒性。

## 3 分数阶傅里叶变换在光通信中的应用

空间光学中借助衍射现象和透镜本身的特性可以实现精确的空域傅里

叶变换。而空间和时间是本质相关的,于是便可以参考空间透镜和空域傅里叶变换的实现方式来构造对应的时间透镜和时域傅里叶变换。文献[21]根据分数阶傅里叶变换是传统傅里叶变换的广义形式,提出了一种时域分数阶傅里叶变换的实现方法,实现了光的分数阶傅里叶变换。其主要原理为,输入信号光先经过一个相位调制器进行平方相位调制,预补偿相位偏移;再注入一段色散光纤中进行时域卷积,实现介质响应;最后再进行一次平方相位调制,实现时间透镜的功能。整个过程完成输入信号相应阶次的精确分数阶傅里叶变换(图2)。基于这种结构,文献[22]提出了一种新的基于分数阶傅里叶变换的分析光纤中色散和非线性损伤的方法,利用这种全光的分数阶傅里叶变换装置,在发射端对光信号进行预畸变,找到最佳的变换阶次,能够有效减少传输过程中所引起的线性和非线性传输损伤。

除了全光的分数阶傅里叶变换,由于数字信号处理技术的快速发展,离散分数阶傅里叶变换算法在光通信的信号处理当中也得到了应用。分数阶傅里叶变换可以理解为 chirp 基分解,因此分数阶傅里叶变换特别适合于处理 chirp 信号。对于 LFM 信号,其在不同的分数阶傅里叶变换域上呈现出不同的能量聚集特性,可以通过这一点来对其进行参数估计。对应于光通信当中,光纤中的色散效应可以理解成一种频域上的啁啾,不同频率信号的传播速度不同(图3)。

文献[23]利用分数阶傅里叶变换来进行接收端的数字信号处理,实现光纤链路中的色散估计。其基本原理为,

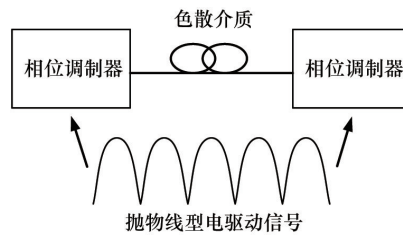


图2 光域分数阶傅里叶变换实现示意  
Fig. 2 Configuration of the implementation of FRFT

不同大小的色散对应的能量聚集的分数阶傅里叶变换阶次不同,于是在接收端,通过离散的分数阶傅里叶变换对信号进行数字信号分析,利用代价函数找到这个特定的变换阶次,从而便能估计出色散值的大小。通过分析算法中使用的采样点数和阶次间隔对色散估计效果的影响,并通过实验验证了此算法对 ASE 噪声和非线性效应具有较强的抵抗性。离散分数阶傅里叶变换能准确地估计光纤色散导致的频域啁啾,为相干光通信接收端采用 DSP 处理技术均衡色散提供了依据。另一方面,光纤非线性效应产生的非线性相移可以作为多阶时域啁啾来处理,文献[24]提出采用分数阶傅里叶变换估计非线性相移的方法,可以对光纤中的非线性效应进行定量分析。

分数阶傅里叶变换能够用来对图像进行加密,通过在分数阶傅里叶变换域中加入密钥,利用分数阶傅里叶变换阶次可变的特点来实现更好的加密效果。类似的,在光通信领域,文献[25]提出了一种基于混沌和分数阶傅里叶变换理论的保密 OFDM 无源接入网系统,其主要的思路为,在 OFDM 系统的发射端和接收端中分别加入 FrFT 和

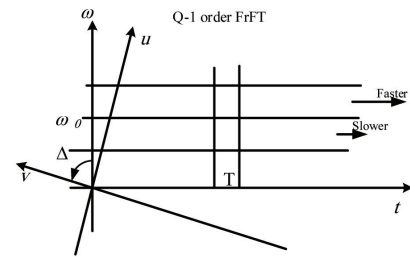


图3 光通信色散信号的时频分布  
Fig. 3 Time-frequency distribution of an optical

IFrFT 过程,利用一个混沌系统来生成分数阶傅里叶变换的变换阶次。然后把这个阶次作为密钥,只有当发射端和接收端的变换阶次完全相同时,能够在接收端将发射端进行变换后的信号反变换回来,得到正常传输的信号,只要变换的阶次稍有不同,在接收端得到的信号误码率非常大,不能够进行正常的通信。这样的保密方式很好地利用了分数阶傅里叶变换的变换阶次可变的特点,这一灵活的特点相对于传统的傅里叶变换来说在加密方面有优势。

在无线移动通信这种快衰落信道中,有利用分数阶傅里叶变换实现时变信道参数估计的方法。在发射端发射 LFM 信号作为导频(训练序列),在接收端提取这些信号,应用分数阶傅里叶变换对接收到的导频(或训练序列)信号进行参数估计。光纤通信相较于无线通信,信道一般比较稳定,但是在光纤相干通信当中,频偏估计和时间同步也可以被理解成一种信道的参数估计。文献[26]提出了一种基于分数阶傅里叶变换的训练序列,将其应用于相干光 OFDM 系统中实现频域和时域的联合同步。如图4所示,训练序列是由两个相反变换阶次的分数阶傅里叶变

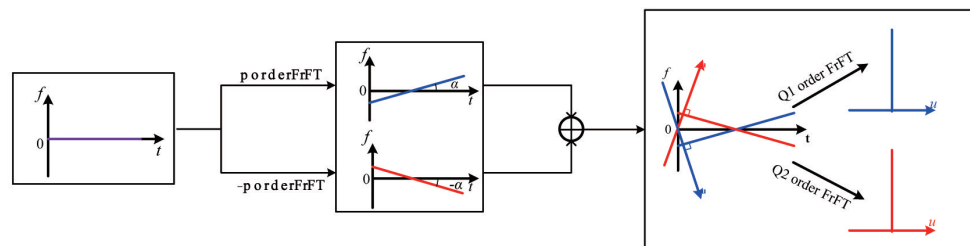


图4 训练信号的产生过程  
Fig. 4 Process of training symbol's generation

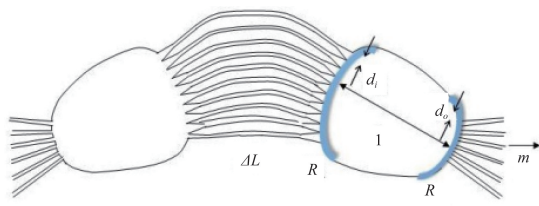


图5 阵列波导光栅结构  
Fig. 5 AWG configuration

换所构造,对于这样的训练序列,时偏和频偏会同时体现在相应的两个分数阶傅里叶变换域上,在接收端用分数阶傅里叶变换对其进行分析,找出两个变换域上的对应变换,便能够同时得到时偏和频偏的值。这种方法运算量小,估计精度高。

阵列波导光栅(AWG)的特殊结构能够实现全光的离散傅里叶变换,其原理类似于空域傅里叶变换的实现。文献[27]提到通过合理设计AWG中平板耦合器的参数能够实现全光的分数阶傅里叶变换(图5)。基于这种结构,文

献[28]首次实现了全光的分数阶OFDM(FrOFDM)系统,并与传统的OFDM系统性能进行了比较。文献[29]提出利用这种FrOFDM系统能够有效降低信号的

峰均功率比(PAPR),文献[30]基于这个系统提出了一种灵活OFDM接入网络,利用灵活调节发射端和接收端的变换阶次差补偿链路中引起的色散。

#### 4 结论及展望

相比传统的傅里叶变换,分数阶傅里叶变换能够更完整具体地观察、分析和处理信号,通过分数阶傅里叶变换,能够将信号变换到分数域当中,获取信号更多的信息。其变换的基为chirp信号,基于此,分数阶傅里叶变换擅长于处理时变信号特别是LFM信号。在光

通信,特别是密集波分复用的大容量光纤通信中,信号一般是平稳连续的,分数阶傅里叶变换并不能像在无线通信领域当中那样直接应用于信号本身的处理。但是,通过合理的设计信号结构与分布特征,分数阶傅里叶变换在光通信中有着许多独特的应用,包括光域分数阶傅里叶变换的实现、对链路中色散的处理、保密通信以及对信道特性的估计等。随着DSP技术的快速发展,数字域离散分数阶傅里叶变换算法已经比较成熟,而光域上的分数阶傅里叶变换虽然已实现,但是还有待进一步研究。通过借鉴其他领域的研究与应用思路,分数阶傅里叶变换在光通信中的应用有待进一步的挖掘和拓展。值得注意的是,有别于光纤通信系统,光纤传感系统特别是分布式光纤传感系统的待检测信号往往具有时域或频域的离散非连续不平稳特性,相信分数阶傅里叶变换在光纤传感领域的应用将大有可为。

#### 参考文献(References)

- [1] Namias V. The fractional order fourier transform and its application to quantum mechanics[J]. Geoderma, 2012, 25(3): 236-242.
- [2] Mendlovic D, Ozaktas H M. Fractional Fourier transforms and their optical implementation: I[J]. Journal of the Optical Society of America A optics & Image Science, 1993, 10(9): 1875-1881.
- [3] Sahin A, Ozaktas H M, Mendlovic D. Fractional Fourier transforms and their optical implementation. II[J]. Journal of the Optical Society of America A optics & Image Science, 1993, 10(12): 2522-2531.
- [4] Lohmann A W. Image rotation, Wigner rotation, and the fractional fourier transform[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1993, 10(10): 2181-2186.
- [5] Almeida L B. The fractional Fourier transform and time-frequency representations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(11): 3084-3091.
- [6] Lang J, Tao R, Ran Q W, et al. Short-time fractional Fourier transform and its applications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(5): 2568-2580.
- [7] Shi J, Zhang N T, Liu X P. A novel fractional wavelet transforms and its applications[J]. Science China Information Sciences, 2012, 55(6): 1270-1279.
- [8] 董永强, 陶然, 周思永, 等. 含未知参数的多分量Chirp信号的分数阶傅里叶分析[J]. 北京理工大学学报, 1999, 19(5): 612-616.  
Dong Yongqiang, Tao Ran, Zhou Siyong, et al. The fractional fourier analysis of multicomponent chirp signals with unknown parameters[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 1999, 19(5):612-616.
- [9] Lin Q, Ran T, Zhou S, et al. Detection and parameter estimation of multicomponent LFM signal based on the fractional fourier transform[J]. Science in China, 2004, 47(2): 184-198.
- [10] Akay O, Boudreaux-Bartels G F. Fractional convolution and correlation via operator methods and an application to detection of linear FM signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(5): 979-993.
- [11] 邓兵, 陶然, 齐林, 等. 分数阶Fourier变换与时频滤波[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(10): 1357-1359.  
Deng Bin, Tao Ran, Qi Lin, et al. Fractional Fourier transform and time-frequency filtering[J]. Systems Engineering and Electronics, 2004, 26(10): 1357-1359.
- [12] Erden M F, Kutay M A, Ozaktas H M. Repeated filtering in consecutive fractional Fourier domains and its application to signal restoration[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(5): 1458-1462.
- [13] Djurovic I, Stankovic S, Pitas I. Digital watermarking in the fractional Fourier transformation domain[J]. Journal of Network & Computer Applications, 2001, 24(2): 167-173.
- [14] Shin S G, Jin S I, Shin S Y, et al. Optical neural network using fractional Fourier transform, log-likelihood, and parallelism[J]. Optics Communications, 2001, 24(2): 167-173.

- 1998, 153: 218–222.
- [15] Barshan B, Ayrulu B. Fractional Fourier transform pre-processing for neural networks and its application to object recognition[J]. *Neural Networks*, 2002, 15(1): 131–140.
- [16] Samil Yetik I, Nehorai A. Beamforming using the fractional Fourier transform[J]. *Signal Processing IEEE Transactions on*, 2003, 51(6): 1663–1668.
- [17] 陶然, 周云松. 基于分数阶傅里叶变换的宽带 LFM 信号波达方向估计新算法[J]. *北京理工大学学报*, 2005, 25(10): 895–899.  
Tao Ran, Zhou Yunsong. A novel method for the direction of arrival estimation of wideband linear frequency modulated sources based on fractional Fourier transform[J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2005, 25(10): 895–899.
- [18] 陈恩庆, 陶然, 张卫强. 一种基于分数阶傅里叶变换的时变信道参数估计方法[J]. *电子学报*, 2006, 33(12): 2101–2104.  
Chen Enqing, Tao Ran, Zhang Weiqiang. A method for time-varying channel parameter estimation based on fractional Fourier transform[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 33(12): 2101–2104.
- [19] Martone M. A multicarrier system based on the fractional Fourier transform for time-frequency-selective channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2001, 49(6): 1011–1020.
- [20] 殷敬伟, 惠俊英, 蔡平, 等. 基于分数阶 Fourier 变换的水声信道参数估计[J]. *系统工程与电子技术*, 2007, 29(10): 1624–1627.  
Ying Jingwei, Hui Junying, Cai Pin, et al. Underwater acoustic channel parameter estimation based on fractional Fourier transforms[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(10): 1624–1627.
- [21] Cheng H, Li W, Fan Y, et al. A novel fiber nonlinearity suppression method in DWDM optical fiber transmission systems with an all-optical pre-distortion module[J]. *Optics Communications*, 2013, 290(290): 152–157.
- [22] Han Q, Li W, Yang M. An optical waveform pre-distortion method based on time domain fractional Fourier transformation[J]. *Optics Communications*, 2011, 284(2): 660–664.
- [23] Zhou H, Li B, Tang M, et al. A fast and robust blind chromatic dispersion estimation based on fractional Fourier transformation[C]//*European Conference on Optical Communication*, 2015. Valencia: IEEE, 2015: 1–3.
- [24] 杨爱英, 陈晓宇. 分数阶傅里叶变换测量光纤链路色散的方法: 201410752087.8[P]. 2015-03-25.  
Yang Aiyong, Chen Xiaoyu. A method based on fractional Fourier transformation for measuring chromatic along a fiber link: 201410752087.8[P]. 2015-03-25.
- [25] Deng L, Cheng M, Wang X, et al. Secure OFDM-PON system based on chaos and fractional Fourier transform techniques[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2014, 32(15): 2629–2635.
- [26] Zhou H, Wu J, Tang M, et al. Joint timing and frequency synchronization based on FrFT encoded training symbol for coherent optical OFDM systems[C]. *Optical Fiber Communication Conference (OFC) 2016*, Anaheim, California, March 20–22, 2016.
- [27] Gabriella C. What else can an AWG do? [J]. *Optics Express*, 2012, 20(26): 1–3.
- [28] Curzon G, Kantamaneni B D, Winch J, et al. Optical OFDM based on the fractional Fourier transform[C]//*International Conference on Transparent Optical Networks*. Coventry: IEEE, 2012: 1–4.
- [29] Nagashima T, Cincotti G, Murakawa T, et al. PAPR management of all-optical OFDM signal using fractional Fourier transform for fibre nonlinearity mitigation[C]//*Optical Communication (ECOC), 2015 European Conference on*. Valencia: IEEE, 2015. Doi: 10.1109/ECOC.2015.7341785.
- [30] Konishi T, Murakawa T, Nagashima T, et al. Flexible OFDM-based access systems with intrinsic function of chromatic dispersion compensation[J]. *Optical Fiber Technology*, 2015, 26: 94–99.

## Fractional Fourier transformation and its application on optical communication

TANG Ming<sup>1</sup>, YANG Aiyong<sup>2</sup>, XIN Xiangjun<sup>3</sup>

1. National Engineering Laboratory for Next Generation Internet Access System; School of Optics and Electronic Information, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China
2. School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China
3. School of Electrical Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China

**Abstract** Fractional Fourier transformation (FrFT) is an extension form of the Fourier transformation (FT). It can analyze the fractional signal between time and frequency domains. Thanks to its unique properties, the FrFT has found multiple applications such as solving differential equations, quantum mechanics, optical image processing and signal processing. This paper gives a brief introduction to FrFT and reviews the current research progress of FrFT in several fields such as filtering, neural network, image processing and wireless communication. In addition, some typical applications in optical communication are depicted in detail. Some research directions of FrFT in optical communication field are suggested.

**Keywords** fractional Fourier transformation; optical communication; dispersion; nonlinearity; OFDM

(责任编辑 刘志远)