

超大能力超细全尾砂长距离自流输送 临界流速ELM预测

王新民,张国庆,张钦礼,李帅

中南大学资源与安全工程学院,长沙 410083

摘要 为准确预测司家营铁矿超大能力超细全尾砂浆体长距离管道自流输送的临界流速,对比传统的BP神经网络、支持向量机(SVM),建立了以管道直径、物料平均粒径、浆体体重和体积浓度为输入因子,临界流速为输出因子的极限学习机(ELM)预测新模型。研究表明,ELM模型与SVM模型的相对误差均控制在5%以内,远低于BP神经网络模型的9.56%。由于隐层节点参数均随机选取且无需调节,使得ELM算法在隐层节点数为110和200时,训练时间仅为0.02 s和0.05 s,远少于同节点状态SVM模型的0.04 s和0.095 s,且隐含节点数越多,训练时间差距越大,运算效率越高。

关键词 超大能力;临界流速;极限学习机;预测精度;运算效率

中图分类号 X753

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2015.15.003

ELM prediction of critical flow velocity in large-capacity long self-flowing transportation of super fine tailings slurry

WANG Xinmin, ZHANG Guoqing, ZHANG Qinli, LI Shuai

School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China

Abstract To accurately predict the critical flow velocity of Sijiaying's large-capacity super fine tailings slurry in long self-flowing transportation, a new ELM prediction model is developed. The ELM model takes pipe diameter, grain diameter, slurry density and volume concentration as input factors, and critical flow velocity as output factor. By comparing it with traditional BP neural networks and support vector machines (SVMs), the superiority of ELM in improving precision and efficiency is demonstrated. It is revealed that ELM model's relative error is below 5%, which is lower than BP model's 9.56%. With the hidden node number being 110 and 200, the training times of ELM are 0.02 s and 0.05 s, respectively, which both are far below the corresponding SVM's 0.04 s and 0.095 s. The random choice and good adaptability of hidden node number makes the new ELM model superior in improving precision and efficiency.

Keywords large-capacity; critical flow velocity; extreme learning machine; prediction accuracy; computational efficiency

管道自流输送的全尾砂胶结充填采矿法具有尾砂利用率高,可有效预防和控制地表沉降,保证采矿作业安全、降低损失贫化等优点,符合安全高效、经济环保的无废开采发展新方向^[1]。司家营铁矿地处河北滦县,是设计采矿生产能力达到每年2000万t的特大型地下充填法开采矿山。为简化充填管理,提高系统可靠性,计划建造国内首例单充填系统能力高达200 m³·h⁻¹的超大能力全尾砂自流输送系统。由于全尾砂粒径较细,部分采场充填倍线高达9~10,超细全尾砂浆

体超长距离管道自流输送临界流速的准确计算,对保障司家营铁矿超大能力充填系统平稳运行、实现安全高效开采意义重大。

目前国内矿山单充填系统^[2]最大充填能力仅为80~110 m³·h⁻¹,大多采用20世纪80年代的经验、半经验公式进行临界流速的计算,公式局限性大、误差偏高。王洪武^[3]利用人工神经网络计算了全尾砂-炼铅炉渣多相复合膏体充填料的最佳输送参数;Trafalis等^[4]采用支持向量机(support vector

收稿日期:2014-11-17;修回日期:2015-04-20

基金项目:国家科技支撑计划项目(2008BAB32B03)

作者简介:王新民,教授,研究方向为采矿和充填工艺,电子邮箱:wxm1958@126.com

引用格式:王新民,张国庆,张钦礼,等.超大能力超细全尾砂长距离自流输送临界流速ELM预测[J].科技导报,2015,33(15):27-31.

machine, SVM)模型对两相流管输过程中不同流速状态对应的流态进行了分类。但是神经网络的局部极小点、过学习以及结构和类型的选择过分依赖于经验, SVM模型运算过程繁琐、运算效率低等问题严重制约了其应用和发展的效果^[5]。

在研究超细全尾砂长距离自流输送运动规律的基础上, 本研究组结合现场工业试验的实际情况, 筛选不同的管输条件作为输入因素, 临界流速作为输出因素, 划分训练集和验证集来确定极限学习机(extreme learning machine, ELM)模型的最优参数。预测结果与传统BP(back propagation)神经网络、SVM预测模型进行对比分析, 探究其在浆体管道输送临界流速的高效运算和准确预测方面的优越性。

1 自流输送模型

超细全尾砂浆体管道自流输送的运动能量全部来自于垂直管道的自然压降。充填料浆由放砂口进入充填钻孔后, 在重力作用下自由下落至空气与砂浆的交界面(图1), 进入满管流输送状态^[6]。自流输送的阻力和固体颗粒的运动状态均与流速有直接关系。自由下落区(H_1 和 H_2)内的浆体随流速的增加, 浆体断面收缩, 形成脱离管壁的收缩流; 流速持续增大, 浆体进入散射流状态。水平管道(L_1 和 L_2)满管流浆体根据输送速度的不同, 可分为均质悬浮流动、非均质悬浮流动、移动床流动和固定床流动4种输送状态^[7]。临界流速是指管道恰好处于无沉积的悬浮工作状态时的流速, 流速过高会引起阻力增加, 使得能量消耗过多, 但流速过低会导致管道内形成沉积层, 如果流速进一步降低, 将导致管道阻塞。

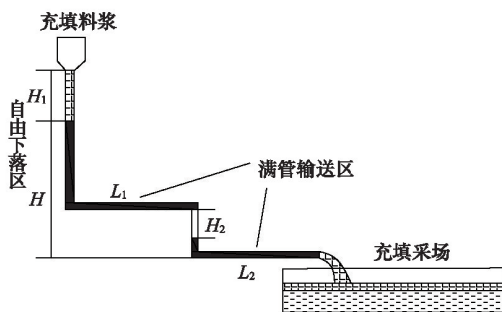


图1 充填管道自流输送模型

Fig. 1 Self-flowing transportation model of pipelines

超细全尾砂浆体的临界流速与所输送固料、运输载体的物化性质及二者混合后浆体的整体特性有关。此外, 还包括管流的边界条件: 管道的截面形状、截面半径, 管道的光滑直程度等。借鉴Berri等^[8]关于临界流速计算的公式, 从诸多相关因素中选出影响管道输送临界流速的主要因素: 管道直径 D 、物料平均粒径 d 、浆体质量 S 和浆体体积分数 C_v 。浆体管道输送临界流速 V 可函数表达为

$$V = f(D, S, d, C_v) \quad (1)$$

2 ELM数学模型

极限学习机是近年来迅速发展起来的专门针对含单个隐藏层的前馈型神经网络(SLFNs)存在的训练速度慢、容易陷入局部最优及泛化性能不足等缺点而产生的监督型学习算法^[9]。其特点是输入层与隐藏层之间的权值参数及隐藏层上的偏置向量参数是随机的, 不需要像其他基于梯度的学习算法一样通过迭代反复调整, 具有准确率高、学习速度快、泛化能力好、调节参数少等优点^[10]。

2.1 ELM基本原理

对于 N 个任意的各不相同的样本 (x_j, y_j) , 其中 $x_j = [x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jm}]^T \in R^n$, $y_j = [y_{j1}, y_{j2}, \dots, y_{jm}]^T \in R^m$, n 和 m 分别为输入层和输出层的维度。则一个激励函数为 $G(x)$ 、隐含层节点数为 L 的前馈神经网络^[11]的输出可以表示为

$$f_L(x) = \sum_{i=1}^L G(a_i \cdot x_j + b_i) \beta_i \quad (2)$$

式中, $x \in R^n$, $a_i \in R^n$, $\beta_i \in R^m$, $i=1, \dots, L, j=1, \dots, N$; $a_i = [a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}]^T$ 是输入层到第 i 个隐含层节点的输入权值; b_i 为偏置向量, 是第 i 个隐含层节点的阈值; $\beta_i = [\beta_{i1}, \beta_{i2}, \dots, \beta_{im}]^T$ 是连接第 i 个隐含层节点的输出权值; $a_i \cdot x_j$ 表示向量 a_i 和 x_j 的内积。

激励函数 $G(x)$ 可采用“RBF”, “Sine”或“sigmoid”等形式。如果这个具有 L 个隐含层节点的前馈神经网络能以0误差逼近 N 个样本, 则

$$\sum_{j=1}^N f_L(x_j) - y_j = 0 \quad (3)$$

则 a_i, b_i, β_i 存在以下关系

$$f_L(x) = \sum_{i=1}^L G(a_i \cdot x_j + b_i) \beta_i = y_j \quad (4)$$

式(4)可简化为

$$H\beta = Y \quad (5)$$

式(5)中, H 为隐含层的输出矩阵:

$$H(a_1, \dots, a_L, b_1, \dots, b_L, x_1, \dots, x_N) = \begin{bmatrix} G(a_1 g x_1 + b_1) & \dots & G(a_L g x_1 + b_L) \\ \vdots & & \vdots \\ G(a_1 g x_N + b_1) & \dots & G(a_L g x_N + b_L) \end{bmatrix}_{N \times L} \quad (6)$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_1^T \\ \vdots \\ \beta_L^T \end{bmatrix}_{L \times m}, \quad Y = \begin{bmatrix} y_1^T \\ \vdots \\ y_N^T \end{bmatrix}_{N \times m} \quad (7)$$

对于传统的单个隐藏层的前馈型神经网络(SLFNs)学习算法, 输入权值 a 和隐层偏置向量 b 都要通过迭代不断进行调整刷新。繁琐的迭代调整 a, b 值导致训练速度骤降, 极易陷入局部最优^[12]。改进后的ELM算法则并不需要调整 a, b 的值, 只需要在算法开始时随机给定其值, 然后据此算出输出矩阵 H , 确定参数 β 。因此, 前馈神经网络的训练就可以转化成求解输出权值矩阵的最小二乘解的问题。输出权值矩阵为

$$\beta = \hat{H}Y \quad (8)$$

式中, \hat{H} 表示隐含层输出矩阵 H 的Moore-Penrose广义逆^[13]。

2.2 ELM算法流程

极限学习机ELM的算法流程如下:

- 1) 随机设置输入隐含层权值 a_i 以及阈值 $b_i, i=1, \dots, L$; 其中, L 为隐含层节点个数。
- 2) 选择一个无限可微的函数作为隐含层神经元的激活函数,并计算隐含层输出矩阵 H 。
- 3) 计算隐含层节点与输出节点的连接权值 β 。
- 4) 根据已确定输出矩阵和输出权值矩阵的模型对预测集进行预测。

最优解 $\bar{\beta}$ 存在以下重要特性:

- 1) 可以通过该解获得最小的训练误差。
- 2) 获得权值向量的最小范式并且得到最优的泛化性能。
- 3) 范式的最小二乘解是唯一的,因此算法不会产生局部最优解。

由此可知,相比于传统的SLFNs,ELM在训练的过程中不需要调整 a_i 和 b_i 的值,只需根据相应算法来调整 β 值,便可获

得一个全局最优解,参数选择的过程相对容易,训练速度提升显著,且不会陷入局部最优。

3 临界流速ELM预测

司家营铁矿单系统能力高达 $200 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ 的全尾砂自流输送系统在国内尚属首例,合理准确的临界流速预测对优选合适的管型、减少堵管事故的发生,提高自流输送效率、降低充填成本,保障整个充填系统平稳运行,实现安全高效开采^[14]。

3.1 ELM样本选择

由于司家营铁矿为新建矿山,充填系统尚未正式建成投产,暂无实际观测数据可供参考,ELM数据样本选取司家营周边同一成矿带的同类型铁矿充填站实际观测数据^[15],各项参数指标统计见表1。其中,前15个样本数据为训练集,对ELM模型进行训练;16~25个样本数据为验证集,用来确定模型的最优参数;最后5个样本数据为预测集,对浆体管道输送临界流速进行预测。将数据归一化至区间[0,1],汇总至表2。

表1 样本参数

Table 1 Sample parameters

序号	管径/ mm	料浆体重/ ($\text{t} \cdot \text{m}^{-3}$)	尾砂粒径/ μm	体积分 数/%	临界流速/ ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
1	85	1.58	62	40.2	2.65
2	85	1.72	62	45.5	2.59
3	85	1.87	62	49.2	2.55
4	110	1.58	62	40.2	2.58
5	110	1.72	62	45.5	2.52
6	110	1.87	62	49.2	2.47
7	135	1.58	62	40.2	2.39
8	135	1.72	62	45.5	2.30
9	135	1.87	62	49.2	2.24
10	160	1.45	62	38.4	2.12
11	160	1.58	62	40.2	2.07
12	160	1.72	62	45.5	2.01
13	160	1.87	62	49.2	1.93
14	85	1.42	19	38.7	2.39
15	85	1.55	19	40.8	2.33
16	85	1.68	19	46.2	2.28
17	85	1.84	19	49.5	2.21
18	110	1.55	19	40.8	2.26
19	110	1.68	19	46.2	2.20
20	110	1.84	19	49.5	2.12
21	135	1.42	19	38.7	2.18
22	135	1.84	19	49.5	1.98
23	85	1.57	48	40.5	2.42
24	85	1.70	48	45.9	2.36
25	85	1.85	48	49.4	2.29
26	110	1.57	48	40.5	2.31
27	110	1.70	48	45.9	2.26
28	110	1.85	48	49.4	2.21
29	135	1.70	48	45.9	2.11
30	135	1.85	48	49.4	2.02

表2 归一化后的样本参数

Table 2 Normalized sample parameters

序号	管径	料浆体重	尾砂粒径	体积分 数	临界流速
1	0.000	0.356	1.000	0.162	1.000
2	0.000	0.667	1.000	0.640	0.917
3	0.000	1.000	1.000	0.973	0.861
4	0.333	0.356	1.000	0.162	0.903
5	0.333	0.667	1.000	0.640	0.819
6	0.333	1.000	1.000	0.973	0.750
7	0.667	0.356	1.000	0.162	0.639
8	0.667	0.667	1.000	0.640	0.514
9	0.667	1.000	1.000	0.973	0.431
10	1.000	0.067	1.000	0.000	0.264
11	1.000	0.356	1.000	0.162	0.194
12	1.000	0.667	1.000	0.640	0.111
13	1.000	1.000	1.000	0.973	0.000
14	0.000	0.000	0.000	0.027	0.639
15	0.000	0.289	0.000	0.216	0.556
16	0.000	0.578	0.000	0.703	0.486
17	0.000	0.933	0.000	1.000	0.389
18	0.333	0.289	0.000	0.216	0.458
19	0.333	0.578	0.000	0.703	0.375
20	0.333	0.933	0.000	1.000	0.264
21	0.667	0.000	0.000	0.027	0.347
22	0.667	0.933	0.000	1.000	0.069
23	0.000	0.333	0.674	0.189	0.681
24	0.000	0.622	0.674	0.676	0.597
25	0.000	0.956	0.674	0.991	0.500
26	0.333	0.333	0.674	0.189	0.528
27	0.333	0.622	0.674	0.676	0.458
28	0.333	0.956	0.674	0.991	0.389
29	0.667	0.622	0.674	0.676	0.250
30	0.667	0.956	0.674	0.991	0.125

3.2 ELM参数优化及模型建立

表2中经归一化处理的管径、浆体密度、尾砂粒径和体积分数作为输入因素,临界流速作为输出因素,通过划分好的训练集和验证集来确定ELM模型的最优参数。为方便比较,同时利用该样本数据对SVM模型和BP神经网络模型进行训练,确定其最优参数。本文采用Sigmoidal函数作为ELM模型的激励函数,同时将隐含层的节点数初始化为20,并以30为周期逐步增加节点个数,ELM模型预测正确率随隐含层节点数的变化如图2所示。

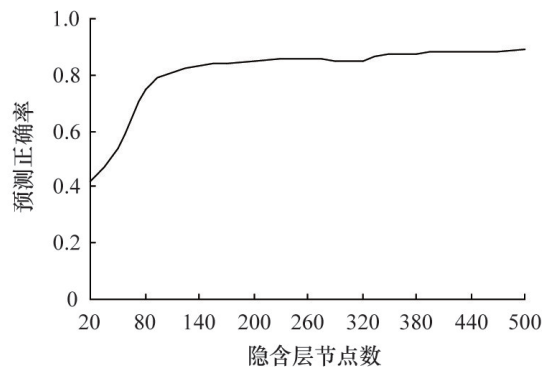


图2 ELM模型预测正确率随隐含层节点数变化

Fig. 2 Accuracy of ELM model according to number of hidden layer nodes

由图2可知,当ELM模型隐含层节点数超过110时,其对应的预测正确率开始趋于平稳;当隐含层节点数超过380时,预测正确率趋于最大,不再继续上升。据此可以确定ELM模型参数如下:输入权值 a 和隐层偏置向量 b 随机设定,隐含层节点数 L 为400,激励函数为Sigmoid函数,利用训练集对模型进行训练,运用Matlab计算得出输出权值 β 。

3.3 ELM精度分析

根据建立的ELM模型对预测集进行预测,将预测集的输入因素输入模型,得到的预测结果如表3、图3所示。预测结果表明,ELM模型预测精度较高,预测结果与实际值拟合较好,临界流速预测结果相对误差均控制在5%以内,完全可以满足矿山充填系统设计需要。

表3 模型预测结果及分析

Table 3 Model predictions and analysis

样本编号	实际值	预测值	相对误差/%
26	1.59	1.58	0.82
27	1.39	1.45	-3.96
28	1.43	1.36	4.62
29	1.40	1.38	1.14
30	1.42	1.41	0.35

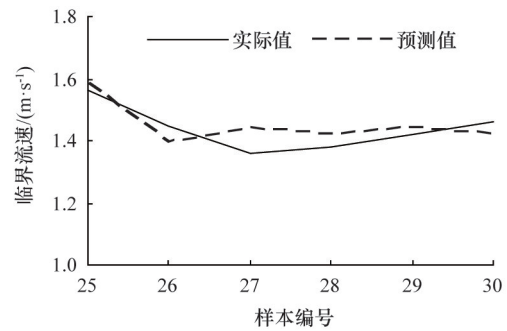


图3 预测值与实际值曲线

Fig. 3 Comparison of predicted value and actual value

3.4 模型对比

BP神经网络模型和SVM模型在数据回归分析方面应用较多,并且在一定程度上收到了良好的效果。为了说明ELM模型的优越性,利用上述设定好的训练集、验证集对BP神经网络模型和SVM模型进行训练,并对预测集进行预测,预测精度及运算效率对比分别如表4、图4所示。

表4 BP模型和SVM模型预测精度对比

Table 4 Comparison of predictions between BP and SVM

样本编号	实际值	BP神经网络模型		SVM模型	
		预测值	相对误差/%	预测值	相对误差/%
26	2.31	2.53	9.5	2.37	2.8
27	2.26	2.54	12.6	2.27	0.6
28	2.21	2.35	6.2	2.32	4.9
29	2.11	1.97	-6.6	2.08	-1.4
30	2.02	2.25	11.4	2.05	1.5

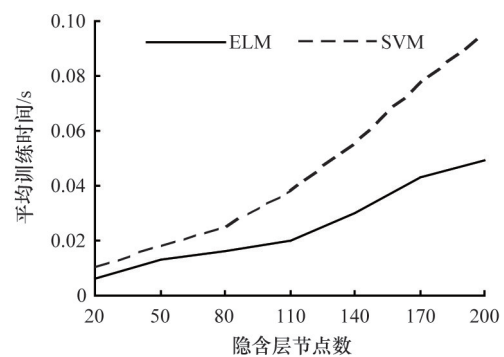


图4 SVM模型和ELM模型运算效率对比

Fig. 4 Computational efficiencies of SVM and ELM

由表4可知,SVM模型预测精度与ELM模型相差不大,相对误差均控制在5%;BP神经网络模型由于样本数据少,临界流速拟合结果误差波动较大,相对误差在6.2%~12.6%,平均误差高达9.56%,故BP神经网络模型稳定性较差。

由图4可知,ELM模型不同隐层节点数对应的训练时间(包括增广矩阵 $[H, T]$ 对应的最小特征值 σ_{\min} 和最优解 β 的计算时间,均是独立运行10次求平均)更短,运算效率更高。在隐层节点数为110(模型趋于稳定值),ELM模型所需的训练时间不足0.02 s,隐层节点数为200(模型达到稳定值),训练时间仅需0.05 s,远少于同节点状态SVM模型的0.04、0.095 s,且节点数越多,运算效率差距越大。

为验证ELM模型对司家营铁矿超大能力超细全尾砂浆体长距离自流输送临界流速预测的准确性,运用Fluent软件对充填料浆自流输送过程中流速分布和沉降规律进行模拟。司家营全尾矿粒度极细,0.075~0.005 mm范围内颗粒占比达到82.1%,中值粒径仅为0.19 mm。灰砂比1:6、质量浓度63%、浆体密度为 $1.73 \text{ t}\cdot\text{m}^{-3}$ 的超细全尾砂浆体通过一个管道内径为155 mm,管壁当量粗糙度为0.10,充填倍线为10(管道垂直段长170 m,水平段长1530 m)的充填管路,其临界流速模拟结果为 $2.88 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$,ELM模型预测结果为 $2.95 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$,相对误差仅为2.5%。在临界流速保持在最佳的 $2.9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ 左右时,超细全尾砂浆体的垂直脉动速度分量远大于尾砂的干涉沉降速度,最大允许充填倍线超过10,充填料浆可均匀悬浮顺利自流至空区,司家营铁矿超大能力超细全尾砂长距离自流输送工艺科学合理、经济可行。

4 结论

1) 结合司家营铁矿超大能力超细全尾砂浆体超长距离管道自流输送系统设计要求,根据ELM原理,建立以管道直径、物料平均粒径、浆体体重和体积分数为输入因子,临界流速为输出因子的ELM预测模型。

2) 模型训练结果表明,ELM模型预测精度较高,预测结果与实际值拟合较好,临界流速预测结果相对误差均控制在5%以内,远低于BP神经网络模型的平均误差9.56%。

3) SVM模型预测精度与ELM模型相差不大,但是由于隐层节点参数均随机选取并无需调节,使得ELM算法在隐层节点数为110和200时,训练时间仅为0.02 s和0.05 s,远少于同节点状态下SVM模型的0.04 s和0.095 s,且隐含节点数越多,训练时间差距越大,运算效率更高。

参考文献(References)

- [1] 王春来, 吴爱祥, 刘晓辉, 等. 深井开采微震活动容量维Df变化特征[J]. 北京科技大学学报, 2010, 32(11): 1379-1385.
Wang Chunlai, Wu Aixiang, Liu Xiaohui, et al. Variation characteristics of capacity dimension Df with micro seismicity in deep mining[J]. Journal of University of Science and Technology, 2010, 32(11): 1379-1385.
- [2] 王新民, 古德生, 张钦礼. 深井矿山充填理论与管道输送技术[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2010.
Wang Xinmin, Gu Desheng, Zhang Qinli. Theory of backfilling activity and pipeline transportation technology of backfill in deep mines[M]. Changsha: Central South University Press, 2010.
- [3] 王洪武. 多相复合膏体充填料配比与输送参数优化[D]. 长沙: 中南大

学, 2010.

Wang Hongwu. Optimum material proportion and transportation parameter of multiphase complex paste backfill[D]. Changsha: Central South University, 2010.

- [4] Trafalis T B, Oladunni O, Papavassiliou D V. Two-phase flow regime identification with a multiclassification support vector machine (SVM) model[J]. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2005, 44(12): 4414-4426.
- [5] 张钦礼, 陈秋松, 胡威, 等. 充填钻孔寿命SVM优化预测模型研究[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2014, 45(2): 536-541.
Zhang Qinli, Chen Qiusong, Hu Wei, et al. SVM optimal prediction model of backfill drill-hole life[J]. Journal of Central South University: Science and Technology Edition, 2014, 45(2): 536-541.
- [6] 王新民, 贺严, 陈秋松. 基于Fluent的分级尾砂料浆满管流输送技术[J]. 科技导报, 2014, 32(1): 55-60.
Wang Xinmin, He Yan, Chen Qiusong. Full pipeline flowing transportation technology of classified tailings based on the Fluent software[J]. Science & Technology Review, 2014, 32(1): 55-60.
- [7] 吴迪, 蔡嗣经, 杨威, 等. 基于CFD的充填管道固-液两相流输送模拟及试验[J]. 中国有色金属学报, 2012, 22(7): 2133-2139.
Wu Di, Cai Sijing, Yang Wei, et al. Simulation and experiment of backfilling pipeline transportation of solid-liquid two-phase flow based on CFD[J]. Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2012, 22(7): 2133-2139.
- [8] Berri R N, Sahai S K, Durand J B, et al. Serum brain natriuretic peptide measurements reflect fluid balance after pancreatectomy[J]. Journal of the American College of Surgeons, 2012, 214(5): 778-787.
- [9] 李小冬. 核极限学习机的理论与算法及其在图像处理中的应用[D]. 杭州: 浙江大学, 2014.
Li Xiaodong. Kernel ELM theory and algorithms and application in image processing[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2014.
- [10] Lan Y, Soh Y C, Huang G B. Ensemble of online sequential extreme learning machine[J]. Neurocomputing, 2009, 72(13): 3391-3395.
- [11] 蔡磊, 程国建, 潘华贤. 极限学习机在岩性识别中的应用[J]. 计算机工程与设计, 2010, 31(9): 2010-2012.
Cai Lei, Cheng Guojian, Pan Huaxian. Lithologic identification based on ELM[J]. Computer Engineering and Design, 2010, 31(9): 2010-2012.
- [12] Huang G B, Ding X, Zhou H. Optimization method based extreme learning machine for classification[J]. Neurocomputing, 2010, 74(1): 155-163.
- [13] 尹钊, 贾尚晖. Moore-Penrose 广义逆矩阵与线性方程组的解[J]. 数学的实践与认识, 2009, 39(9): 239-244.
Yin Zhao, Jia Shanghui. Solution of generalized inverse matrix and linear equations [J]. Mathematics in Practice and Theory, 2009, 39(9): 239-244.
- [14] 王新民, 张德明, 张钦礼, 等. 基于FLOW-3D软件的深井膏体管道自流输送性能[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2011, 42(7): 2101-2107.
Wang Xinmin, Zhang Deming, Zhang Qinli, et al. Pipeline self-flowing transportation property of paste based on FLOW-3D software in deep mine[J]. Journal of Central South University: Science and Technology Edition, 2011, 42(7): 2101-2107.
- [15] 南世卿, 胡树军, 胡亚军. 石人沟铁矿充填管道布置方案优化研究[J]. 矿业研究与开发, 2014, 34(3): 25-28.
Nan Shiqing, Hu Shujun, Hu Yajun. Research on the optimization of filling pipeline layout in Shirengou iron mine[J]. Mining Research and Development, 2014, 34(3): 25-28.

(编辑 田恬)