

# 基于SPH方法连续液滴撞击固壁面模拟

潘建平, 曾庆筠

江西理工大学建筑与测绘工程学院, 赣州 341000

**摘要** 为了研究连续液滴对固壁面的撞击影响, 引入一种纯 Lagrange、无网格计算方法, 即光滑粒子流体动力学方法 (SPH)。对连续液滴撞击固壁面的扩散、回弹及飞溅进行了数值模拟并与实验测试进行比对。结果表明: 连续液滴撞击固壁面时, 液滴的自由表面变化具有许多不确定性, 其中次生液滴的产生和韦伯数的作用是影响液滴撞击扩散的主因。次生液滴的出现使得液滴扩散及飞溅变得更为明显, 韦伯数越大, 连续液滴的无量纲直径变化越快。模拟效果真实反映了液滴撞击过程, 可为类似撞击问题的仿真分析提供借鉴。

**关键词** 固壁面; 液滴撞击; SPH; 韦伯数

**中图分类号** O359

**文献标志码** A

**doi** 10.3981/j.issn.1000-7857.2015.11.001

## Simulation of continuous droplet impinging on solid surface based on SPH method

PAN Jianping, ZENG Qingyun

School of Architectural and Surveying Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China

**Abstract** In order to study the continuous droplet impinging on solid surface, a pure Lagrange and meshless method, namely the smoothed particle hydrodynamics (SPH) method is used. The spreading, rebounding and splashing processes of the continuous droplet impinging on solid surface are simulated with the SPH, and the results are compared with experiments. It is shown that in the continuous droplets impinging on solid surface, there are many uncertainties with respect to the free surface of droplets. The effects of the secondary droplets and the Weber numbers might be the main factors that influence the impinging diffusion of droplets. The secondary droplets help the droplet spreading and splashing. With the increase of the Weber number, the dimensionless diameters of continuous droplets change faster. The simulation results truly reflect the impact process of droplets, to provide a reference for simulation analysis of similar impinging problem.

**Keywords** solid surface; droplets impinge; SPH; Weber numbers

液滴撞击是流体动力学中的常见现象, 是典型的自由液面问题。工业领域中的喷印、喷水冷却过程都属于液滴碰撞, 在工程中诸如发动机的喷射流、泥石流等都涉及到连续液滴冲击与撞击问题。一直以来, 许多学者关注这一问题, 分析了引起冠状飞溅的特征、产生液滴飞溅的控制因素、液滴冲击自由液面、土墙风驱雨撞击荷载影响等<sup>[1-3]</sup>。理论分析、实验研究和数值模拟成为了研究液滴撞击问题的三大基本方法<sup>[4-7]</sup>。

数值模拟方法在液滴碰撞问题及自由表面示踪方面的成功应用, 既克服了理论研究中进行大规模计算的困难, 又解决了实验研究条件限制、高成本问题。因此多种数值模拟方法相继出现, 如光滑粒子流体动力学方法 (SPH)、VOF 方法及 Lattice Boltzman 方法<sup>[8-11]</sup>等。VOF 方法和 Lattice Boltzman 方法属于有限元法 (FEM), SPH 方法则属于无网格粒子法。FEM 被认为是计算流体力学中最常用的数值方法, 但对自由面大变形问题的模拟中, 因存在网格束缚, 易导致计算中

收稿日期: 2014-11-17; 修回日期: 2015-04-22

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51204076); 江西省科技支撑计划项目 (20133BBG70103); 江西理工大学 2014 年研究生创新专项

作者简介: 潘建平, 副教授, 研究方向为岩土工程减灾, 电子邮箱: 71540065@qq.com

引用格式: 潘建平, 曾庆筠. 基于 SPH 方法连续液滴撞击固壁面模拟[J]. 科技导报, 2015, 33(11): 13-16.

断<sup>[12]</sup>。无网格法在不需进行任何计算域离散情况下,能很容易处理对流占优流、大变形、复杂自由表面及含裂隙表面问题的建模,不需要任何形式显示表面的追踪<sup>[13]</sup>。显然SPH方法为分析求解复杂自由液面问题提供了很好的选择。

本研究基于SPH方法模拟连续液滴撞击固壁介质的动态过程,尤其是在低速下液滴的撞击、回弹到最终平复的全过程。在条件相近、各项参数一致的情况下,将模拟结果与实验测试进行对比,说明SPH模拟连续液滴撞击固壁面的可行性,并探讨连续液滴撞击时直径扩散的影响因素,为类似撞击问题的仿真分析提供借鉴。

## 1 理论基础

SPH提供了一种求解积分方程和偏微分方程的新方法,核心特征就是引入了运动的插值点。通常这些插值点被视为粒子,其问题域被一群离散化任意分布的粒子代替,引入插值核函数或者核函数来简化粒子间复杂的相互作用关系,不再像FEM那样存在网格束缚<sup>[14]</sup>。每个粒子均包含有各自的变量信息(坐标、密度、速度、质量、应力等),而粒子的自由运动是根据基本控制方程(Navier-Stokers, N-S)来决定的,结合插值核函数,最终建立SPH方程。

### 1.1 基本原理

对于连续体运动,通过大量包含有质量、动量及能量的粒子能够准确地模拟,借助这些粒子的运动,SPH积分插值形式 $f(\mathbf{x})$ <sup>[15]</sup>表示为

$$f(\mathbf{x}) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}')W(\mathbf{x}-\mathbf{x}',h)d\mathbf{x}' \quad (1)$$

式中, $h$ 为光滑长度, $\Omega$ 为求解域。

进一步将连续的SPH积分式(1)离散化成粒子形式

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(\mathbf{x}_j)W_{ij} \quad (2)$$

式中, $i$ 和 $j$ 为粒子, $\mathbf{x}$ 为坐标矢量, $m_i$ 和 $\rho_i$ 分别为粒子质量和密度, $N$ 为粒子总数, $W_{ij} = W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h)$ 是插值核函数或权重方程。

选择三次样条插值核函数二维形式,其中 $r = |\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j|$ ,  $R = r/h$ 。 $W_{ij}$ 的具体表达式<sup>[16]</sup>为

$$W(R,h) = \frac{15}{7\pi h^2} \times \begin{cases} \frac{2}{3} - R^2 + \frac{R^3}{2} & 0 \leq R < 1 \\ \frac{(2-R)^3}{6} & 1 \leq R < 2 \\ 0 & R \geq 2 \end{cases} \quad (3)$$

为了保证插值的精确性,光滑长度 $h$ 的选取必须大于粒子间距 $d_0$ ,通常选取的范围在1.05~1.20倍粒子间距。为了节省计算成本,选取最小值,即 $h=1.05d_0$ 。一方面,光滑长度 $h$ 取值较小,单个粒子影响半径变小,减少了计算迭代次数,能够避免因 $h$ 太大而出现压缩失稳;另一方面, $h$ 又必须大于粒子间距,以保证粒子间存在一定的关联性,否则,容易发生粒子穿透壁面现象<sup>[17]</sup>。

### 1.2 控制方程

本研究模拟不相容的气液两相流,在计算流体动力学(CFD)中,其质量守恒方程和动量守恒方程各需满足<sup>[20]</sup>

$$\nabla \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\mu} \left[ (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T \right] + \rho \mathbf{g} - \sigma \kappa \nabla \alpha \quad (5)$$

式中, $\mathbf{u}$ 为笛卡儿坐标系中的速度矢量, $\rho$ 为密度, $p$ 为压强, $\sigma$ 为表面张力系数, $\kappa$ 为界面曲率, $\boldsymbol{\mu}$ 为动力黏度, $\alpha$ 为气液两相阶梯函数, $\mathbf{g}$ 为重力加速度。通过式(4)、式(5)可以看出,为了保证能够有效追踪到液面撞击接触形态的变化,对于液相的密度、动力黏度及表面张力都必须用体积分表示。

为进一步简化迭代计算过程,将CFD控制方程离散成拉格朗日形式的N-S方程,满足质量、动量及能量守恒<sup>[15]</sup>,即

$$\begin{cases} \frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j u_{ij}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} \\ \frac{du_i^\alpha}{dt} = -\sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + F_\alpha \\ \frac{de_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N m_j \left( \frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} + \Pi_{ij} \right) u_{ij}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_i^\beta} + \frac{u_i \cdot \varepsilon_i^{\alpha\beta} \varepsilon_j^{\alpha\beta}}{2\rho_i} \end{cases} \quad (6)$$

同时,考虑液滴下落撞击过程中,一定存在阻力影响,为提高模拟的稳定性,在动量和能量守恒方程中引入Monaghan人工黏度 $\Pi_{ij}$ ,其表达式<sup>[19]</sup>为

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} (-\alpha_n \bar{c}_{ij} \varphi_{ij} + \beta_n \varphi_{ij}^2) / \bar{\rho}_{ij} & u_{ij} \cdot r_{ij} < 0 \\ 0 & u_{ij} \cdot r_{ij} \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{式中, } \varphi_{ij} = \frac{hu_{ij}r_{ij}}{|r_{ij}|^2 + \eta^2}, \bar{c}_{ij} = \frac{c_i + c_j}{2}, c = \sqrt{200gH}, \bar{\rho}_{ij} = \frac{\rho_i + \rho_j}{2}$$

为防止粒子间距过小出现迭代计算溢出现象,取参数 $\eta^2 = 0.01h^2$ 。 $\alpha_n$ 和 $\beta_n$ 都是常数, $\alpha_n$ 主要产生剪切和体积黏度, $\beta_n$ 则是控制高马赫时的数值震荡, $\alpha_n$ 和 $\beta_n$ 分别选用默认值1.0和2.0, $c$ 为人工音速, $H$ 为液滴高度,最终确定计算时间步长 $\Delta t \leq 0.25h/c$ 。

## 2 连续液滴的固壁撞击模拟

### 2.1 建立模型

针对连续液滴撞击固壁面问题,建立FEM和SPH相耦合的数值分析模型。液滴为SPH无网格粒子,而底板固壁边界选用刚性材料,使用FEM中的面网格划分。能否合理地确定相应参数值、计算域、迭代次数、模拟比尺等,直接决定了模拟结果是否有效。模拟系统的计算尺寸和液滴形状,如图1所示<sup>[6]</sup>。两球形液滴一大一小为一组,选用null材料,接近水的各项参数指标。液滴直径 $D_{p1} = 0.56$  mm,  $D_{p2} = 0.45$  mm,每个液滴都含有4224个粒子,分别以 $v_1 = 2.65$  m/s及 $v_2 = 2.75$  m/s的速度撞击光滑底板。要达到此接触速度,在自由落体运动下, $D_{p1}$ 、 $D_{p2}$ 的起始下落高度分别为350和380 mm。通过调整 $\Delta L$ 的值,改变液滴的下落速率,此处模拟选取 $\Delta L_{\max} = (0.60 + 0.10)$  mm,  $\Delta L_{\min} = (0.60 - 0.04)$  mm。

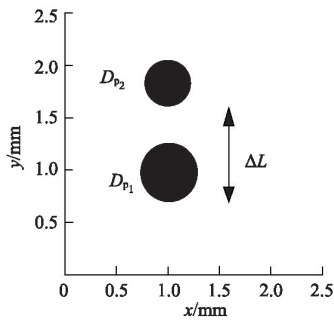


图1 空中下落的两连续液滴

Fig. 1 A sample of two successively falling droplets

底部的固壁面选用 solid 材料,被设置为刚性,参数接近光滑玻璃面。尺寸为 10 mm×10 mm×1 mm 的底板,网格划分为 50×50×20,底板网格尺寸大于液滴内粒子间距( $d_0=0.015$  mm),保证了粒子不会穿透底板。液滴密度为  $10^3$  kg·m<sup>-3</sup>,黏度系数为  $1.5\times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup>,表面张力系数为  $8.5\times 10^{-2}$  N·m<sup>-1</sup>,每组液滴粒子总数  $N$  为 8448,迭代时间步长  $t_{01}$  为  $2\times 10^{-5}$  s,粒子影响范围内最大粒子数为 800,终止时间  $t_{02}$  为 0.1 s。对于描述液滴撞击瞬态变形的时间采用无量纲形式  $T = \frac{t}{D_{p1}/v_1}$ ,  $t$  为时间(s)。

### 2.2 模拟结果

为了便于对连续液滴撞击进行深入分析,引入CFD中影响液滴冲击的两个控制变量<sup>[20]</sup>,即韦伯数( $We$ )和雷诺数( $Re$ )。选取与Fujimoto实验液滴相同的韦伯数  $We=53$  和雷诺数  $Re=1370$ ,两连续液滴先后分别以速度  $v_1=2.65$  m/s 和  $v_2=2.75$  m/s 撞击光滑固壁面。图2为  $\Delta L=0.6$  mm 时粒子撞击及扩散的时程,无量纲时间  $T=0$  时,认为液滴1首先到达,将出现液滴的挤压扩展,接着  $T=0.3$  时,第2个液滴接触第1个液滴,此时底部向周围扩散,  $T=1.5$  时产生冠状形态,当  $T=1.9$  出现回弹膨胀,形成飞溅现象。

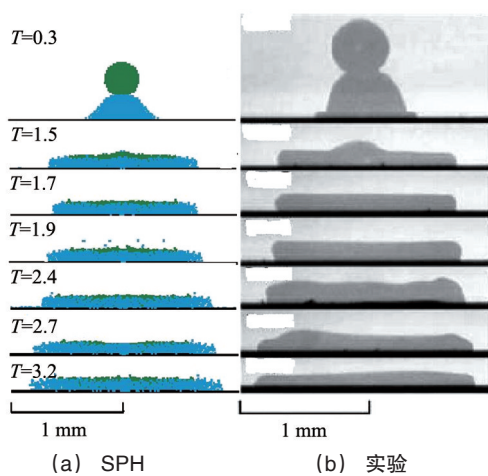


图2 SPH模拟(a)与实验(b)结果对比

Fig. 2 Comparison between SPH simulated results (a) and experimental photos (b)

图3为无量纲直径( $D/D_{p1}$ )与无量纲时间  $T$  的关系,可见与文献[7]的试验结果基本一致。说明SPH对于模拟连续液滴撞击固壁面是可行的。

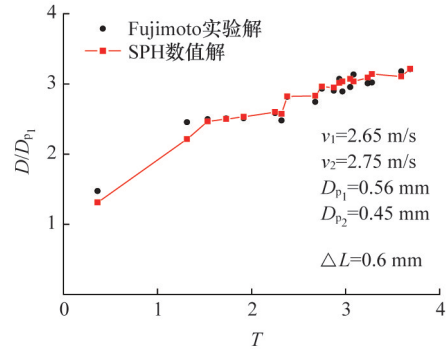


图3 无量纲直径随时间的变化

Fig. 3 Change of dimensionless diameter with time

### 2.3 分析与讨论

对于连续液滴撞击固壁面,液滴的自由表面变化具有许多不确定性,如文献[7]中单液滴( $We=50$ )撞击固壁面时无量纲直径( $D/D_0$ )的峰值为 1.9,而从图3可知,连续液滴( $We=53$ )撞击固壁面时,无量纲直径( $D/D_{p1}$ )的峰值达到 3.2,说明在  $We$  很接近的情况下却出现了液滴扩散变化相差较大的情形,因此,分析连续液滴直径扩散影响因素是必要的。

#### 2.3.1 次生液滴的冲击影响

当  $\Delta L=0.6$  mm 时,液滴集聚的势能很小,而且前后连续液滴速度相差也很小,但由于流体的不稳定性,后续液滴撞击前面的液膜产生了次生液滴<sup>[6]</sup>,导致飞溅现象较单一液滴同样撞击固壁边界时来得明显。如图4所示,在相同参数( $We=53, Re=1370$ )时,单一液滴下落中心处冲击加速度( $a$ )的峰值比连续液滴时小近4倍,从而可知,连续液滴的次生冲击能破坏很明显,而冲击能转化为动能后,也相应影响了液滴的扩散速率。

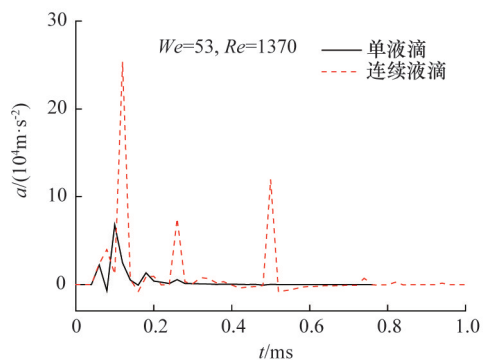


图4 单一液滴与连续液滴撞击过程中加速度的变化

Fig. 4 Acceleration changes of impinging process for single droplet and continuous droplets

### 2.3.2 韦伯数的影响

由于液滴具有流动性和不稳定性,下落液滴撞击固壁后出现了液滴扩散。对于连续液滴的扩散分析,分别选取  $We$  为 26、53、80 和 106 的 4 组液滴进行模拟,对应各组液滴的扩散过程如图 5 所示。结果表明,在同一时刻,连续液滴的  $We$  越大,液滴的无量纲直径越大,说明液滴的直径扩散越大,液滴的扩散越明显。然而,连续液滴在  $We=53$  及 26 时,液滴的直径变化幅度不大且很接近。不同  $We$  时连续液滴出现回弹不同, $We$  越大,液滴回弹时无量纲直径回缩 ( $D/D_{p_1}$  值降低) 的幅度也越大,此后恢复所需的时间也越长。虽然连续液滴在不同  $We$  时表现不同,但当  $t=0.9$  ms 后,液滴的扩散都将基本达到各自稳定,形成液膜。

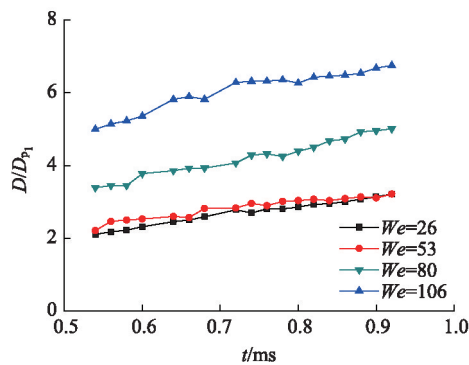


图 5 不同  $We$  情况下无量纲直径随时间的变化  
Fig. 5 Evolution of the dimensionless diameter at different Weber numbers

### 3 结论

采用 SPH 方法对连续液滴撞击固壁面大变形问题进行数值模拟,得出如下结论:

1) SPH 成功模拟液滴冠状变形、扩散、回弹及最终平复的全过程,将液滴无量纲直径 ( $D/D_{p_1}$ ) 随时间的变化情况与 Fujimoto 实验结果进行了对比,具有很好的一致性,说明 SPH 对于模拟连续液滴撞击大变形问题具有独特的优势。

2) 分析模拟结果可知,次生液滴的产生使得连续液滴撞击固壁面扩散较单一液滴更为明显。

3) 相同时刻,韦伯数越大,连续液滴的直径扩散越大,液滴的回弹幅度也更明显。

#### 参考文献 (References)

[1] Rioboo R, Balthier C, Conti J, et al. Experimental investigation of splash and crown formation during single drop impact on wetted surfaces[J]. Experiments in Fluids, 2003, 35(6): 648-652.  
[2] Chen R H, Kuo M J, Chiu S L, et al. Impact of a compound drop on a dry surface[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2007, 21: 1886-1891.  
[3] 李大鸣, 李晓瑜, 林毅. 液滴冲击自由液面的 SPH 法数值模拟[J]. 中国科学: 技术科学, 2011, 41(8): 1055-1062.  
Li Daming, Li Xiaoyu, Lin Yi. Numerical simulation of droplet impacting liquid surface[J]. Scientia Sinica Technologica, 2011, 41(8):

1055-1062.  
[4] 施明恒. 单个液滴撞击表面时的流体动力学特性[J]. 力学学报, 1985, 17(5): 419-425.  
Shi Mingheng. Behavior of a liquid droplet impinging on a solid surface [J]. Acta Mechanica Sinica, 1985, 17(5): 419-425.  
[5] Kim H Y, Chun J H. The recoiling of liquid droplets upon collision with solid surfaces[J]. Physics of Fluids, 2001, 13(3): 643-659.  
[6] Fujimoto H, Ito S, Takezaki I. Experimental study of successive collision of two water droplets with a solid[J]. Experiments in Fluids, 2002, 33: 500-502.  
[7] 权生林, 李维仲, 朱卫英. 水滴撞击固体表面实验研究[J]. 大连理工大学学报, 2009, 49(6): 832-836.  
Quan Shenglin, Li Weizhong, Zhu Weiyong. Experimental study of water droplet impacted onto solid surfaces[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2009, 49(6): 832-836.  
[8] Li Daming, Bai Ling, Li Lingling, et al. SPH modeling of droplet impact on solid boundary[J]. Transactions of Tianjin University, 2014, 20: 112-117.  
[9] 沈胜强, 崔艳艳, 郭亚丽. 液滴撞击等温斜面的数值模拟[J]. 热科学与技术, 2009, 8(3): 194-197.  
Shen Shengqiang, Cui Yanyan, Guo Yali. Numerical simulation of droplet striking on inclined isothermal surface[J]. Journal of Thermal Science and Technology, 2009, 8(3): 194-197.  
[10] 梁刚涛, 沈胜强, 杨勇. 单液滴撞击平面液膜飞溅过程的 CLSVOF 模拟[J]. 热科学与技术, 2012, 11(1): 8-12.  
Liang Gangtao, Shen Shengqiang, Yang Yong. CLSVOF simulation for splashing of single drop impact on flat liquid film[J]. Journal of Thermal Science and Technology, 2012, 11(1): 8-12.  
[11] Inamuro T, Tajima S, Ogino F. Lattice Boltzmann simulation of droplet collision dynamics[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2004, 47(21): 4649-4657.  
[12] Li D M, Xu Y N, Li L L, et al. Tracking methods for free surface and simulation of a liquid droplet impacting on a solid surface based on SPH[J]. Journal of Hydrodynamics, 2011, 23(4): 447-456.  
[13] Jiang T, Ouyang J, Li X, et al. Numerical study of a single drop impact onto a liquid film up to the consequent formation of a crown[J]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 2013, 54(5): 720-728.  
[14] Lopez Y R, Roose D, Morfa C R. Dynamic particle refinement in SPH: Application to free surface flow and non-cohesive soil simulations[J]. Computational Mechanics, 2013, 51(5): 731-741.  
[15] Liu G R, Liu M B. Smoothed particle hydrodynamics: A meshfree particle method[M]. Singapore: World Scientific Publishing, 2003.  
[16] Liu M B, Liu G R. Smoothed particle hydrodynamics (SPH): An overview and recent developments[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2010, 17(1): 25-76.  
[17] 徐金中, 汤文辉. 高速碰撞 SPH 方法模拟中的初始光滑长度和粒子间距[J]. 计算物理, 2009, 26(4): 548-552.  
Xu Jinzhong, Tang Wenhui. Initial smoothing length and space between particles in SPH method for numerical simulation of high-speed impacts[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2009, 26 (4): 548-552.  
[18] Lee S H, Hur N, Kang S. A numerical analysis of drop impact on liquid film by using a level set method[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2011, 25(10): 2567-2572.  
[19] Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics[J]. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 1992, 30: 543-574.  
[20] Wang A B, Chen C C. Splashing impact of a single drop onto very thin liquid films[J]. Physics of Fluids, 2000, 12(9): 2155-2158.

(责任编辑 赵业玲)