

# 三维垂直裂纹在材料界面的扩展及影响因素

武斌

中国石油大学(华东)胜利学院, 东营 257000

**摘要** 针对三维垂直裂纹扩展到双材料界面时的路径选择问题,建立了双材料三维垂直裂纹在界面扩展的计算模型,提出了三维垂直裂纹在材料界面扩展的3种方式及判断准则;以线弹簧模型模拟两种材料间的界面胶结情况,得到了裂纹在界面处的剪切位移及剪切应力,结合虚拟裂纹扩展技术计算能量释放率沿裂纹边缘的分布情况,分析了裂纹长度、界面参数及材料弹性模量对裂纹扩展路径的影响。结果表明,随着裂纹长度的增大,界面剪切位移逐渐增大,界面容易发生剪切滑移;随着界面参数的增大,能量释放率减小,同时,剪切位移也随之急剧减小,说明界面参数的增大对阻止裂纹穿透界面及沿界面扩展具有明显作用;当裂纹在较硬材料内时,裂纹容易穿透界面进入较软材料内。

**关键词** 三维垂直裂纹;虚拟裂纹扩展技术;线弹簧模型;界面剪切位移;能量释放率

**中图分类号** TB12

**文献标志码** A

**doi** 10.3981/j.issn.1000-7857.2015.08.009

## Propagation of 3D vertical crack on material interface and its influencing factors

WU Bin

Shengli College, China University of Petroleum, Dongying 257000, China

**Abstract** When a 3D vertical crack propagates on the interface between bi-materials, there are three route choices. To study this problem, a crack propagation model of the 3D vertical crack on material interface is established. A linear spring layer model is used to simulate the imperfect interface and calculate the shear displacement and the shear stress along the interface. Then, the distribution of the energy release rate is calculated along the edge of the crack. The influencing factors of route choices, such as the crack length, the interface parameters and the elasticity modulus, are analyzed. It is shown that the interface shear displacement increases with the increase of the crack length, which means that the interface slips easily. The larger the interface parameters, the smaller the energy release rate and the interface shear displacement will be. In other words, the crack propagation through and along the interface might be greatly hampered if the interface parameters increase. When the crack is in the harder material, it might penetrate the interface and goes into the softer material easily.

**Keywords** 3D vertical crack; virtual crack closure technique; linear spring model; interface shear displacement; energy release rate

复合材料由于具有优异的性能而被广泛应用,但在加工过程中或受外界影响时,经常在内部产生裂纹,严重影响其性能。针对此类断裂问题,目前的研究主要利用断裂力学理论计算裂纹尖端的应力强度因子或能量释放率以判断裂纹的扩展路径,并进行影响因素分析,多没有考虑两种材料的

界面胶结情况<sup>[1-4]</sup>。然而,工程实际中复合材料常常用焊接、黏结等工艺制成,因此,两种材料间存在界面胶结问题,已建立多种模拟界面胶结的模型<sup>[5-9]</sup>。Peirce等<sup>[10]</sup>在研究中采用线弹簧模型模拟材料间的胶结性质,将层间滑移理论应用于三维水力压裂的裂缝扩展模拟。钟献词等<sup>[11]</sup>针对二维的双材料

收稿日期:2014-10-20;修回日期:2015-01-27

基金项目:国家自然科学基金项目(51274216)

作者简介:武斌,讲师,研究方向为数值算法及材料断裂力学,电子邮箱:yhq840310@sina.com

引用格式:武斌. 三维垂直裂纹在材料界面的扩展及影响因素[J]. 科技导报, 2015, 33(8): 58-62.

垂直裂纹断裂问题,采用线弹簧模型模拟非完美界面,用 Fourier 积分变换方法把边值问题转化为求解具有 Cauchy 核的奇异积分方程,获得了裂纹两端应力强度因子的数值解,并分析了界面参数对应力强度因子的影响。杨焕强等<sup>[12]</sup>提出了一种垂直于双材料非完美界面裂纹扩展能量释放率计算的有限元方法,研究分析了能量释放率的影响因素。以上均是线状裂纹的扩展问题研究,而复合材料构件实际产生的大都是面状裂纹,因此,研究裂纹面的扩展问题及影响因素具有重要意义。

本研究利用线性弹簧模型模拟两种材料的非完美性界面,结合有限元方法与虚拟裂纹闭合技术(VCCT),计算三维垂直裂纹在界面处的剪切应力及能量释放率沿整个裂纹边界的分布情况。并分析裂纹长度、界面参数、材料弹性模量等对裂纹扩展路径的影响。

## 1 计算模型

### 1.1 线弹簧模型模拟界面

类似于弹簧的弹性系数,在线弹簧模型中,用界面参数描述材料 I 及材料 II 发生层间滑移的能力。如式(1)所示,当  $\beta$  趋于无穷大时,层间胶结较好,不发生层间滑移,界面是完美的;当  $\beta$  为 0 时,层间无胶结,层间滑移较大,界面分离;其他界面参数取值为两者的中间状态。

$$\tau_i = \beta_i \Delta u_i = \beta_i (u_i^I - u_i^{II}) \quad (1)$$

式中,  $\tau$  为界面剪切应力,  $u$  为界面位移;  $\beta$  为滑移面方向的界面参数;下标  $i$  分别为  $x, y$  方向;上标 I 和 II 表示材料 I 和材料 II。

### 1.2 VCCT 法计算能量释放率

VCCT 法基于 Irwin<sup>[13]</sup> 裂纹闭合积分公式,它假设裂纹扩展  $\Delta a$  时能量释放率等于裂纹从  $a+\Delta a$  闭合到  $a$  所需的能量。基于这种观点,裂纹尖端能量释放率的计算公式为

$$G = G^I + G^{II} + G^{III} \quad (2)$$

文献[14]中应变能释放率的计算公式:

$$G^I = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta a} \int_{\Delta} \sigma_{yy}^{(I)}(\Delta a - r, 0) \Delta v^{(2)}(r, \pi) dx dz \quad (3)$$

$$G^{II} = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta a} \int_{\Delta} \tau_{xy}^{(II)}(\Delta a - r, 0) \Delta u^{(2)}(r, \pi) dx dz \quad (4)$$

$$G^{III} = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta a} \int_{\Delta} \tau_{zy}^{(III)}(\Delta a - r, 0) \Delta w^{(2)}(r, \pi) dx dz \quad (5)$$

式中,  $\sigma_{yy}^{(I)}(\Delta a - r, 0)$ 、 $\tau_{xy}^{(II)}(\Delta a - r, 0)$ 、 $\tau_{zy}^{(III)}(\Delta a - r, 0)$  为实际裂纹尖端前沿在虚拟裂纹扩展线上的应力分量;  $\Delta v^{(2)}(r, \pi)$ 、 $\Delta u^{(2)}(r, \pi)$ 、 $\Delta w^{(2)}(r, \pi)$  分别为虚拟裂纹尖端后部在虚拟裂纹扩展线上的张开位移分量;  $G^I$ 、 $G^{II}$ 、 $G^{III}$  分别表示 I 型、II 型、III 型裂纹的能量释放率。

VCCT 法基本假设虚拟裂纹尖端后部的张开位移与实际裂纹尖端后部的张开位移近似相等,根据图 1 所示断裂单元的定义,应变能分量可用有限元方法写为

$$G^I \cong \frac{F_{y1} \Delta v_{3,4}}{2\Delta A} \quad (6)$$

$$G^{II} \cong \frac{F_{x1} \Delta u_{3,4}}{2\Delta A} \quad (7)$$

$$G^{III} \cong \frac{F_{z1} \Delta w_{3,4}}{2\Delta A} \quad (8)$$

式中,  $\Delta u_{3,4} = u_3 - u_4$ 、 $\Delta v_{3,4} = v_3 - v_4$ 、 $\Delta w_{3,4} = w_3 - w_4$  为局部坐标系下节点 3 和节点 4 的相对位移;  $F_{x1}$ 、 $F_{y1}$ 、 $F_{z1}$  为裂纹尖端处的节点力;相对位移与节点力均由以上建立的计算模型得到;  $\Delta A$  为虚拟裂纹扩展面积,可根据节点 2、5、6、7、8、9 的节点坐标由高斯积分法求得。

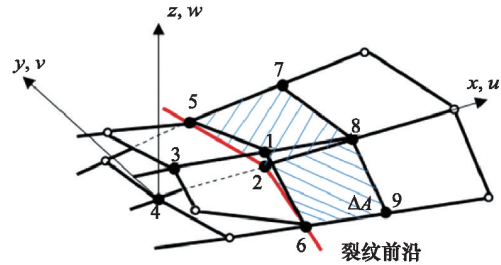


图 1 三维虚拟裂纹闭合技术断裂单元

Fig. 1 Fracture unit of 3D VCCT

### 1.3 裂纹路径选择判断准则

关于垂直裂纹在材料界面路径选择的判断准则,董宇光等<sup>[14]</sup>利用能量释放率原理,得到了裂纹垂直界面扩展路径选择模型,认为当  $G^m < G^{lc}$  时,裂纹沿界面扩展,否则,裂纹穿透界面,但并未考虑界面效应和裂纹在界面处停止扩展的可能; Anthony 等<sup>[10]</sup>考虑两种材料间的界面效应,认为当界面剪切应力大于界面剪切强度时,界面发生剪切滑移。本研究综合以上两种观点,认为裂纹在材料界面的扩展有 3 种: 1) 当  $\tau_m > \sigma_c$  时,两种材料产生剪切滑移,裂纹沿界面扩展; 2) 当  $\tau_m < \sigma_c$  且  $G^m > G^{lc}$  时,裂纹穿透界面; 3) 当  $\tau_m < \sigma_c$  且  $G^m < G^{lc}$  时,裂纹在界面处停止扩展。其中,  $\tau_m$  为裂纹在界面处的剪切应力,  $\sigma_c$  为界面剪切强度,  $G^m$  为裂纹在界面处的能量释放率,  $G^{lc}$  为材料 II 断裂的临界能量释放率。

### 1.4 力学模型及有限元模型

考虑材料 II 分为上下两部分,且两部分关于中间的夹层(材料 I)对称分布,垂直裂纹在材料 I 中产生,如图 2 所示。裂纹面在  $x-z$  平面内,  $ABCD$  面在外载荷  $\sigma$  作用下,垂直裂纹将向两个方向扩展:沿  $x$  方向在材料 I 内部扩展及沿  $z$  方向穿透材料 I 与材料 II 的界面进入材料 II 内。假设构件厚度( $z$  方向)为 300 mm,长度( $x$  方向)为 900 mm,宽度( $y$  方向)为 400 mm,材料 I 厚度为 60 mm,即材料 II 上下部分的厚度各为 120 mm,材料 I 与材料 II 的弹性模量分别为  $E_I$  和  $E_{II}$ ,泊松比分别为  $\nu_I$  和  $\nu_{II}$ 。由于对称性,取模型的 1/4 进行分析。

由于模型涉及两种材料的三维裂纹扩展,且两种材料间存在不完美界面,难以用解析法计算裂纹处的能量释放率和界面剪切位移,因此,本研究采用有限元方法计算能量释放率及界面剪切位移。根据虚功原理建立实体单元的平衡方程,再经坐标变换及组合拼装,得到整体的平衡方程。基于 Abaqus 有限元软件计算平台,求解方程即可得到裂纹边缘的节点力、节点位移及材料 II 与材料 I 间界面的相对位移。利用公式(1)可求得界面剪切应力,根据第 1.2 节理论,实现对

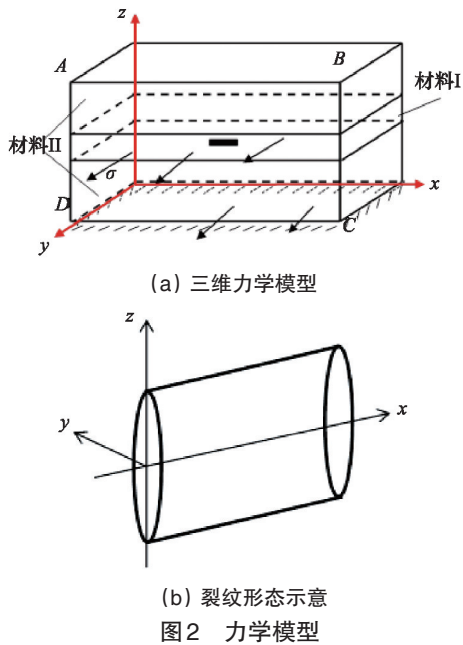


图2 力学模型

Fig. 2 Mechanical models

能量释放率计算的二次开发,并导入到Abaqus计算软件中即可计算裂纹边缘能量释放率。

网格划分时,采用计算精度高的六面体网格对计算模型进行离散,因为裂纹边缘是应力分布集中区域,因此,在裂纹边缘处进行了网格加密,如图3所示。

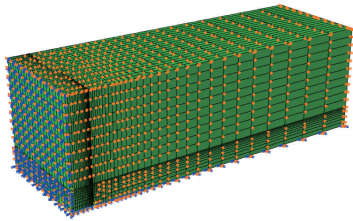


图3 有限元模型

Fig. 3 Finite element model

## 2 实例计算

建立三维垂直裂纹在材料界面扩展的计算模型,当 $E_I = E_{II}, \beta \rightarrow \infty$ ,忽略 $x$ 方向,此时三维问题等同为文献[14]中所示的平面应力状态。取 $E_I = E_{II} = 40 \times 10^3$  MPa,  $\nu_I = \nu_{II} = 0.25$ ,  $c = 30$  mm,承受的均匀应力为 $\sigma = 10$  MPa,根据建立的模型可计算得能量释放率为 $G = 0.082$  N/mm;根据文献[14]计算得到的应力强度因子为 $K = 56.3$  MPa $\cdot$ mm $^{1/2}$ ,根据应力强度因子与能量释放率的关系,得到能量释放率 $J = 0.079$  N/mm,误差仅为3.7%,表明建立的模型准确可靠。

为分析裂纹在双材料非完美界面的扩展路径,取 $E_{II} = 200 \times 10^3$  MPa,  $E_I = 40 \times 10^3$  MPa,  $\nu_I = \nu_{II} = 0.25$ ,  $c = 30$  mm,该模型承受均匀应力 $\sigma = 10$  MPa,裂纹在高度方向上扩展至界面处,界面参数 $\beta = 1 \times 10^{10}$  Pa/m,用无因次界面参数代替界面参数,即 $\lambda = c\beta/E_I = 1.5 \times 10^{-3}$ 。根据建立的有限元模型计算得到的应力及位移分布云图如图4所示。

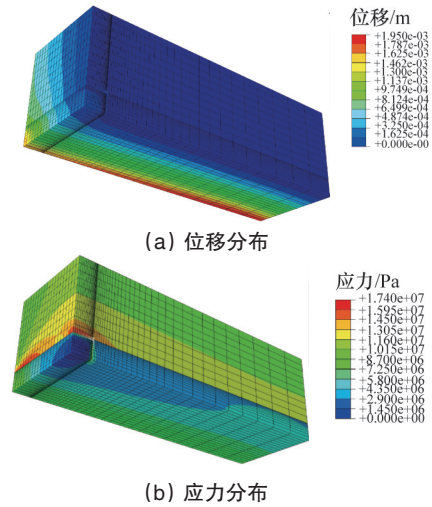


图4 位移及应力分布

Fig. 4 Displacement and stress distribution

由于剪切滑移发生在界面处,因此关注沿界面的裂纹剪切位移( $y=0, z=3$ ),如图5所示;同时,以 $x$ 方向和 $z$ 方向裂纹的能量释放率分布研究裂纹边缘能量释放率的变化规律(图6)。

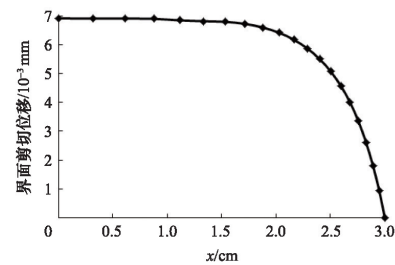


图5 沿界面裂纹的剪切位移 ( $y=0, z=3$ )

Fig. 5 Shear displacement along interface crack ( $y=0, z=3$ )

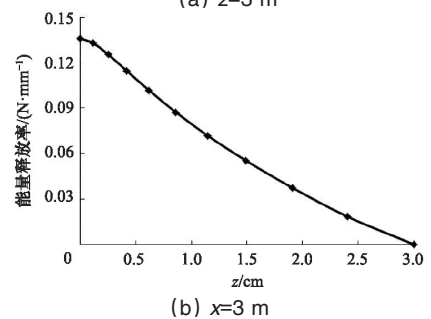
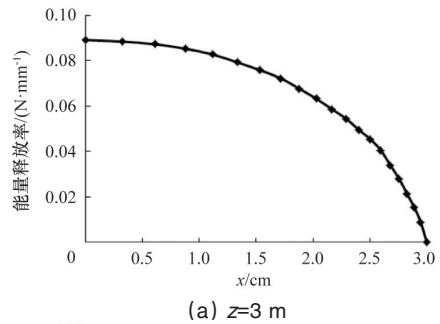


图6 裂纹边缘能量释放率

Fig. 6 Energy release rate along crack edge

由图5可以看出,  $x=0$ 时的剪切位移最大,即点(0,0,3)处的剪切位移最大,由式(1)可得,该点处的剪切应力最大,因此,点(0,0,3)处可能最早出现剪切滑移现象。图6(a)所示,沿  $x$  方向的裂纹边缘,点(0,0,3)处的能量释放率最大,同时,由图6(b)可见,沿  $z$  方向的裂纹边缘,点(3,0,0)处的能量释放率最大,即裂纹在点(0,0,3)或(3,0,0)处最早开始扩展。因此,只需对点(0,0,3)及(3,0,0)进行裂纹扩展的研究,记  $x$  方向与  $z$  方向的最大能量释放率分别为  $G_{x-\max}$  和  $G_{z-\max}$ 。

### 3 裂纹扩展影响因素

材料II的弹性模量  $E_{II}=200 \times 10^3$  MPa,接近于钢铁,断裂韧性为70 MPa/m,则临界能量释放率为24.5 N/mm;材料I的弹性模量  $E_I=40 \times 10^3$  MPa,断裂韧性为1.5 MPa·m<sup>1/2</sup>,则临界能量释放率为0.056 N/mm。

#### 3.1 裂纹长度的影响

由图6(b)可以看出,  $G_{z-\max}=0.136$  N/mm,大于材料I的临界能量释放率,却远未达到材料II的临界能量释放率,因此,裂纹不会穿透界面。其他参数不变,仅改变初始裂纹长度,根据第1.4节建立的有限元模型计算界面剪切位移,又由式(6)~式(8)开发的能量释放率计算用户子程序,可计算  $G_{x-\max}$  和  $G_{z-\max}$ ,结果如表1所示。

表1 裂纹长度对计算结果的影响

Table 1 Effect of crack length on calculation results

裂纹长度/cm	剪切位移/ $10^{-3}$ mm	能量释放率/(N·mm <sup>-1</sup> )	
		$G_{x-\max}$	$G_{z-\max}$
3	6.91	0.089	0.136
6	11.38	0.141	0.215
9	14.82	0.172	0.263
12	17.75	0.194	0.296
15	20.06	0.208	0.318

由表1中数据可以看出,随着初始裂纹长度增大,  $G_{x-\max}$  和  $G_{z-\max}$  均增大,但均远小于材料II的临界能量释放率,同时,随着裂纹长度的增大,界面剪切位移逐渐增大,因此,界面容易发生剪切滑移。不同裂纹长度的位移分布如图7所示。

#### 3.2 界面参数的影响

其他因素不变,只改变界面参数,无因次界面参数  $\lambda=c\beta/E_I$  分别取  $0.015 \times 10^{-3}$ 、 $0.15 \times 10^{-3}$ 、 $1.5 \times 10^{-3}$ 、 $15 \times 10^{-3}$ 、 $150 \times 10^{-3}$ ,计算得到不同界面参数条件下的界面剪切位移及能量释放率如表2所示。

由表2可以看出,随着界面参数的增大,  $G_{x-\max}$  及  $G_{z-\max}$  都减小,当  $\lambda \geq 15$  时,  $G_{x-\max}$  小于材料I的临界能量释放率;同时,剪切位移随着界面参数的增大而急剧减小,说明界面参数的增大对阻止裂纹穿透界面或沿界面扩展具有明显作用。

#### 3.3 两种材料弹性模量的影响

当裂纹在较硬材料内,取  $E_{II}$  为  $40 \times 10^3$ 、 $80 \times 10^3$ 、 $120 \times 10^3$ 、 $160 \times 10^3$ 、 $200 \times 10^3$  MPa,  $E_I=200 \times 10^3$  MPa,无因次界面参数  $\lambda=1.5 \times 10^{-3}$ ,计算所得界面剪切位移及能量释放率见图8。

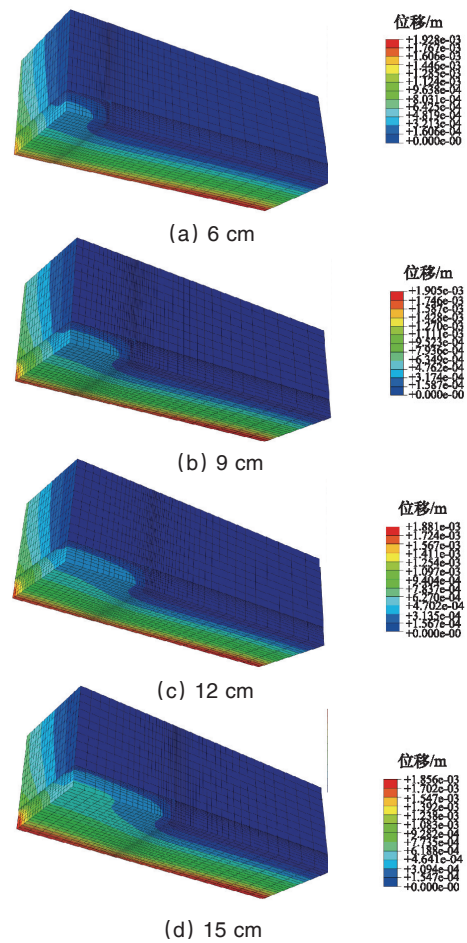


图7 不同裂纹长度的位移分布

Fig. 7 Displacement distribution of different crack lengths

表2 界面参数对计算结果的影响

Table 2 Effect of interface parameters on calculation results

无因次界面参数	剪切位移/ $10^{-3}$ mm	能量释放率/(N·mm <sup>-1</sup> )	
		$G_{x-\max}$	$G_{z-\max}$
$\lambda/10^{-3}$			
0.015	54.74	0.216	0.301
0.150	19.68	0.142	0.212
1.5	6.91	0.089	0.136
15	1.28	0.047	0.084
150	0.36	0.024	0.039

当裂纹在较软材料内,取  $E_{II}$  为  $40 \times 10^3$ 、 $80 \times 10^3$ 、 $120 \times 10^3$ 、 $160 \times 10^3$ 、 $200 \times 10^3$  MPa,  $E_I=40 \times 10^3$  MPa,无因次界面参数  $\lambda=1.5 \times 10^{-3}$ ,计算得到的界面剪切位移及能量释放率如图9所示。

由图8和图9可知,随着材料II弹性模量的增大,  $G_{x-\max}$  及  $G_{z-\max}$  都减小,说明材料II弹性模量的增大具有明显的止裂作用;同时可以看出,裂纹由硬界面到软界面剪切位移是由软到硬的46%,而由硬到软的能量释放率却是由软到硬的1.35倍,且较软材料的临界能量释放率较低,因此,裂纹容易穿透界面由较硬材料扩展至较软材料内。

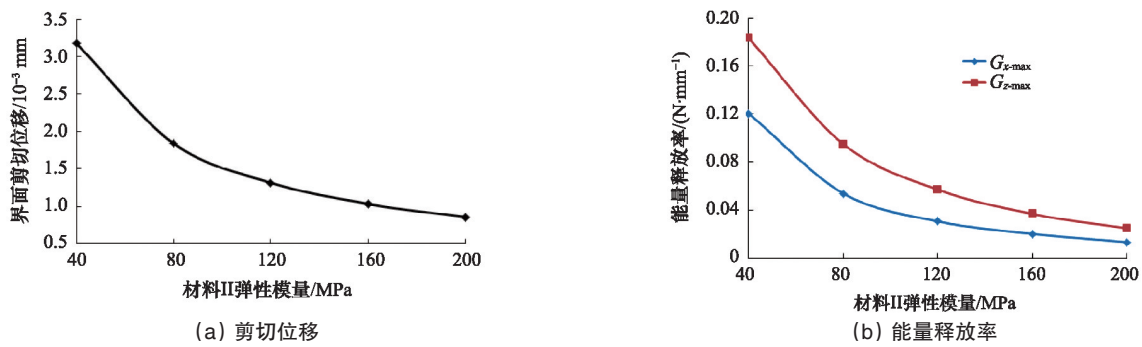


图8 弹性模量对计算结果的影响( $E_I > E_{II}$ )

Fig. 8 Effect of elasticity modulus on calculation results ( $E_I > E_{II}$ )

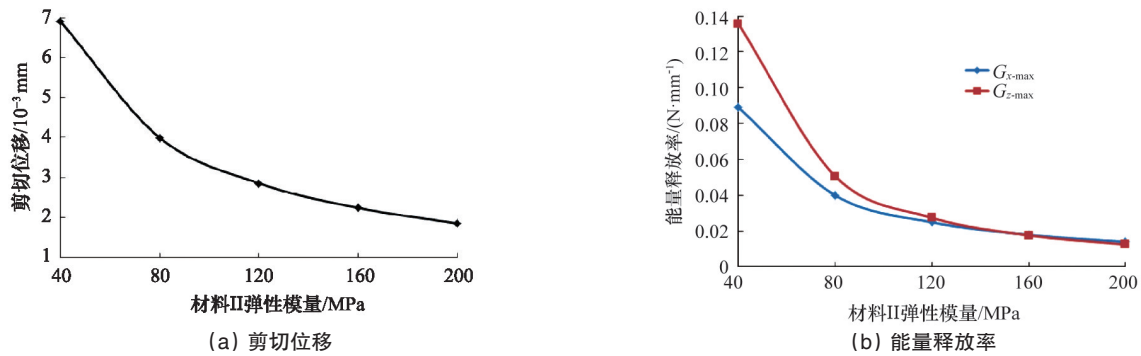


图9 弹性模量对计算结果的影响( $E_I < E_{II}$ )

Fig. 9 Effect of elasticity modulus on calculation results ( $E_I < E_{II}$ )

#### 4 结论

1) 随着初始裂纹长度的增大,界面剪切位移急剧增大,界面容易发生剪切滑移。

2) 随着界面参数的增大,界面能量释放率减小,同时,剪切位移也随之急剧减小,说明界面参数的增大对阻止裂纹穿透界面及沿界面扩展具有明显作用。

3) 当裂纹在较硬材料内时,裂纹容易穿透界面进入较软材料内。

#### 参考文献(References)

[1] Li X F, Fan T Y. The asymptotic stress field for a rigid circular inclusion at the interface of two bonded dissimilar elastic half space materials[J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, 38: 44-45.

[2] Shin K C, Liu H, Lee J J, et al. Interfacial crack tip field in anisotropic isotropic bimetals[J]. Composite Structures, 2004, 66: 1-4.

[3] 宋鸣, 李有堂, 魏兴春. 双材料垂直于界面裂纹应力强度因子的有限元法[J]. 科学技术与工程, 2008, 8(28): 5544-5548.

Song Ming, Li Youtang, Wei Xingchun. Finite element method for stress intensity factor of a crack perpendicular to bimaterial interface [J]. Science Technology and Engineering, 2008, 8(28): 5544-5548.

[4] 董宇光, 李慧剑, 严小丽. 四点剪切加载下混凝土裂纹扩展路径研究[J]. 固体力学学报, 2004, 25(2): 198-202.

Dong Yuguang, Li Huijian, Yan Xiaoli. Analysis of the crack propagation path of concretes under four-point shear load[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2004, 25(2): 198-202.

[5] Wang X, Pan E, Chung P W. Some basic problems in anisotropic bimetals with a viscoelastic interface[J]. International Journal of Solids and Structures, 2009, 46(20): 3725-3733.

[6] Benveniste Y, Miloh T. Imperfect soft and stiff interfaces in two-

dimensional elasticity[J]. Mechanics of Materials. 2001, 33(6): 309-323.

[7] Chen W Q, Zhou Y Y, Lu C F, et al. Bending of multiferroic laminated rectangular plates with imperfect interlaminar bonding[J]. European Journal of Mechanics A /Solids, 2009, 28(4): 720-727.

[8] Antipov Y A, Avila-Pozos O, Kolaczowski S T, et al. Mathematical model of delamination cracks on imperfect interfaces[J]. International Journal of Solids and Structures, 2001, 38(36-37): 6665-6697.

[9] Zhong X C, Li X F, Lee K Y. Analysis of a mode-I crack perpendicular to an imperfect interface[J]. International Journal of Solids and Structures, 2009, 46(6): 1456-1463.

[10] Peirce A P, Gu H R, Siebrits E. Uniform asymptotic Green's functions for efficient modeling of cracks in elastic layers with relative shear deformation controlled by linear springs[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2009, 33: 285-308.

[11] 钟献词, 张克实. 垂直于双材料非完美界面II型裂纹的断裂分析[J]. 应用数学和力学, 2012, 33(3): 342-352.

Zhong Xianci, Zhang Keshi. Fracture analysis of a mode-II crack perpendicular to an imperfect bimaterial interface[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2012, 33(3): 342-352.

[12] 杨焕强, 王瑞和, 周卫东. 垂直于双材料非完美界面的裂纹断裂分析[J]. 科学技术与工程, 2013, 13(35): 10450-10454.

Yang Huanqiang, Wang Ruihe, Zhou Weidong. Fracture analysis of crack perpendicular to an imperfect bimaterial interface[J]. Science Technology and Engineering 2013, 13(35): 10450-10454.

[13] Irwin G R. Onset of fast crack propagation in high strength steel and aluminum alloys[C]. Sagamore: Research Conference Proceedings, 1956, 2: 289-305.

[14] 解德, 钱勤, 李长安. 断裂力学中的数值计算方法及工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009.

Xie De, Qian Qin, Li Chang'an. Fracture mechanics of numerical method and its engineering application[M]. Beijing: Science Press, 2009.

(编辑 陈华姣)