

带损伤平面桁架结构位移解析

杨怡, 杨超, 徐赫

华南理工大学土木与交通学院, 广州 510640

摘要 采用解析方法,研究了带损伤平面桁架结构的静力问题。对于含有 n 个子结构的平面桁架结构,建立一个与理想桁架结构等价的循环周期结构体系,对其中一个子结构建立控制方程,将杆件损伤处理为方程的荷载项,运用 U 变换法对静力学方程组进行解耦,推导出各个节点位移的解析表达式。应用解析表达式分析带一个杆件损伤桁架结构的节点位移,并与无损伤时结构的解相比较,结果显示,有损伤时相关节点位移较无损伤时有所增大,且其位移变化合理,验证了解析表达式的可行性。

关键词 平面桁架结构; 损伤; 位移; 解析

中图分类号 TU323.4

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2015.08.008

Analytical study of the plane truss structure with damage

YANG Yi, YANG Chao, XU He

School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China

Abstract This paper presents an analytical static study of the plane truss with rigidity damage. Firstly, an equivalent structure with cyclic periodicity is built. The rigidity damage of the bar can be expressed as an additional loading in the governing equations of a substructure. Then, by using the U-transformation technique, the equations may be uncoupled into independent equations. The nodal displacements are solved in the analytical form. Lastly, a calculation example is taken, and the obtained nodal displacements are compared to the those of a perfect structure. It is shown that the variations of the displacements are reasonable. This paper provides a means for analyzing the influence of the rigidity damage on the plane truss structure.

Keywords plane truss structure; damage; displacement; analytical

桁架结构由于其重量轻,材料使用率高,在超高层建筑、大跨桥梁、大型厂房、大型网架等结构中被广泛应用,一旦因损伤而导致坍塌等恶性结果,会造成不可估量的损失。因此,准确分析有损伤情况下桁架结构的静力、动力特性对其安全性及耐久性的影响,具有重要的实际应用意义。目前对于平面桁架的静力、动力特性已有许多研究。Nakahira 等^[1]用 Newmark 数值方法研究了平面桁架结构的振动。Beskos 等^[2]研究了平面桁架节点板自由、受迫振动对结构稳定性的影响。刘福寿等^[3]针对大型空间环形天线桁架结构的周期特征,提出了基于等效梁模型的动特性分析方法。陈建军等^[4]研究了基于概率的桁架结构动力分析方法;马娟等^[5]研究了基于模糊因子的桁架结构动力特性分析方法;林立广等^[6]基于区间因子法研究了不确定性桁架结构的动力响应。对于有损伤桁架结构的动力特性分析,大都采用有限元等数值方

法求解。方辉等^[7]用有限元法计算了桁架结构的固有频率及振型,研究了点阵结构损伤诊断方法。史涌泉等^[8]利用 ANSYS 仿真模拟,研究了大型桥梁桁架结构的损伤识别方法。邵云飞^[9]在桁架结构损伤识别中采用编写 ANSYS 二次开发语言 APDL 程序的方法,求解不同损伤工况下结构的模态。此类方法过程较为繁琐,且难以得到精确的结果。U 变换法是一种对循环周期结构进行精确分析的方法^[10,11],可大大减少结构的计算量,并可更加清晰地反映各个参数的几何性质及物理性质。Cai 等^[12]用 U 变换方法对平面桁架结构的横向振动进行了解析研究,得出了平面桁架结构在横向振动情况下各节点位移及结构固有频率的精确理论解表达式。Cheng 等^[13]、Cai 等^[14]分别采用双 U 变换法研究工程中常见的网架、斜网架结构的固有振动,得到了固有频率和固有模态的精确解。本文将 U 变换法推广到对带损伤平面桁架结构

收稿日期:2015-01-06;修回日期:2015-03-15

作者简介:杨怡,副教授,研究方向为结构振动与分析控制,电子信箱:yiyang@suct.edu.cn

引用格式:杨怡,杨超,徐赫.带损伤平面桁架结构位移解析[J].科技导报,2015,33(8):53-57.

进行静力分析,并推导各结点位移的解析解。

1 等价结构模型

如图1所示的平面桁架结构,杆件的质量集中于节点,顶端节点、底部节点的集中质量分别为 M_2 和 M_1 ; 上弦杆、下弦杆的拉压刚度均为 E_1A_1 , 腹杆的拉压刚度为 E_2A_2 , 杆长分别为 L_1 及 L_2 。该平面桁架结构的典型子结构如图2所示,它包括2个节点和4根杆件。

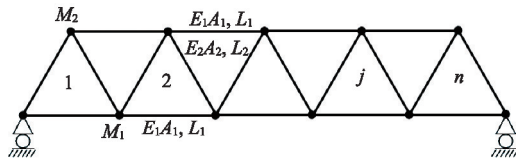


图1 平面桁架结构
Fig. 1 Plane truss structure

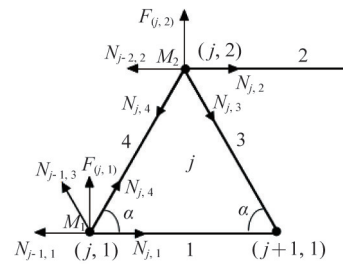


图2 第j个子结构
Fig. 2 The j-th substructure

在节点 $(j, 1)$ 、 $(j, 2)$ 上分别施加荷载 $F_{(j,1)}$ 、 $F_{(j,2)}$ 作为实际结构体系,在右端进行结构延拓,并在对称位置分别施加反对称的荷载,于是原结构可以等价替换为一个有 $2n$ 个子结构的体系,如图3所示。这是一个与原结构等价的循环周期结构。

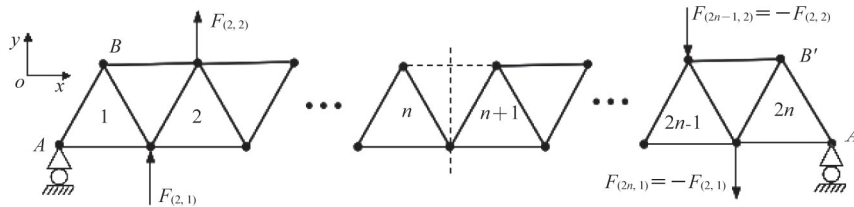


图3 等价结构
Fig. 3 Equivalent structure

2 控制方程

建立等价结构的 xOy 直角坐标系,节点 (j, k) 在 x 、 y 方向的位移分别用 $u_{(j,k)}$ 、 $v_{(j,k)}$ 表示。当桁架水平方向尺寸远大于横截面方向尺寸时,结构主要发生横向振动,可以忽略水平方向的振动。取第 j 个子结构进行分析,设第 j_1 个子结构杆1发生刚度损伤 ΔK , 不计质量损伤,则有动力方程为

$$\begin{aligned} N_{j,1} - N_{j-1,1} + N_{j,4} \cos \alpha - N_{j-1,3} \cos \alpha &= 0 \\ N_{j,4} \sin \alpha - N_{j-1,3} \sin \alpha + F_{(j,1)} &= M_1 \ddot{v}_{(j,1)} \\ N_{j,2} - N_{j-1,2} + N_{j,3} \cos \alpha - N_{j,4} \cos \alpha &= 0 \\ -N_{j,3} \sin \alpha - N_{j,4} \sin \alpha + F_{(j,2)} &= M_2 \ddot{v}_{(j,2)} \end{aligned} \quad (1)$$

$(j = 1, 2, \dots, N)$

式中, $N = 2n$; $N_{0,k} = N_{2n,k}$; $N_{j,k}$ 为第 j 个子结构中第 k 杆的内力, $k=1,2,3,4$; α 为斜杆的倾斜角度(图2)。

力与位移的关系表达式为

$$\begin{aligned} N_{j,1} &= K_1(u_{(j+1,1)} - u_{(j,1)}) \\ N_{j,1} &= (K_1 + \Delta K)(u_{(j+1,1)} - u_{(j,1)}) \\ N_{j,2} &= K_1(u_{(j+1,2)} - u_{(j,2)}) \\ N_{j,3} &= K_2(u_{(j+1,1)} \cos \alpha - v_{(j+1,1)} \sin \alpha - u_{(j,2)} \cos \alpha + v_{(j,2)} \sin \alpha) \\ N_{j,4} &= K_2(u_{(j,2)} \cos \alpha + v_{(j,2)} \sin \alpha - u_{(j,1)} \cos \alpha - v_{(j,1)} \sin \alpha) \end{aligned} \quad (2)$$

式中

$$\begin{aligned} K_1 &= E_1A_1/L_1 & K_2 &= E_2A_2/L_2 \\ u_{(N+1,k)} &\equiv u_{(1,k)} & v_{(N+1,k)} &\equiv v_{(1,k)} \end{aligned} \quad (k = 1, 2)$$

对式(2)应用U变换,即将下列公式

$$\begin{aligned} u_{(j,1)} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=1}^N e^{i(j-1)m\phi} q_{m,1} \\ v_{(j,1)} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=1}^N e^{i(j-1)m\phi} q_{m,2} \\ u_{(j,2)} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=1}^N e^{i(j-1)m\phi} q_{m,3} \\ v_{(j,2)} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=1}^N e^{i(j-1)m\phi} q_{m,4} \\ N_{j,k} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=1}^N e^{i(j-1)m\phi} \sigma_{m,k} \end{aligned} \quad (3)$$

$(k = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, \dots, N)$

代入式(2),则有

$$\begin{aligned} \sigma_{m,1} - e^{-im\phi} \sigma_{m,1} + \sigma_{m,4} \cos \alpha - e^{-im\phi} \sigma_{m,3} \cos \alpha &= f_{m,\Delta} \\ \sigma_{m,4} \sin \alpha + e^{-im\phi} \sigma_{m,3} \sin \alpha + f_{m,1} &= M_1 \ddot{q}_{m,2} \\ \sigma_{m,2} - e^{-im\phi} \sigma_{m,2} + \sigma_{m,3} \cos \alpha - \sigma_{m,4} \cos \alpha &= 0 \\ -\sigma_{m,3} \sin \alpha - \sigma_{m,4} \sin \alpha + f_{m,2} &= M_2 \ddot{q}_{m,4} \end{aligned} \quad (4)$$

$(m = 1, 2, \dots, N)$

且有

$$\begin{aligned} \sigma_{m,1} &= K_1(e^{im\psi} q_{m,1} - q_{m,1}) \\ \sigma_{m,2} &= K_1(e^{im\psi} q_{m,3} - q_{m,3}) \\ \sigma_{m,3} &= K_2(e^{im\psi} q_{m,1} \cos \alpha - e^{-im\psi} q_{m,2} \sin \alpha - q_{m,3} \cos \alpha + q_{m,4} \sin \alpha) \\ \sigma_{m,4} &= K_2(q_{m,3} \cos \alpha + q_{m,4} \sin \alpha - q_{m,1} \cos \alpha - q_{m,2} \sin \alpha) \end{aligned} \quad (5)$$

式中

$$\begin{aligned} f_{m,\Delta} &= \frac{-\Delta K}{\sqrt{N}}(e^{-i(j-1)m\psi} - e^{-ijm\psi})(u_{(j+1,1)} - u_{(j,1)}) \\ f_{m,k} &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=1}^N e^{-i(j-1)m\psi} F_{(j,k)} \end{aligned} \quad (6)$$

利用荷载的反对称性,并将式(5)代入式(4),则有

$$\begin{aligned} [2K_1(\cos m\psi - 1) - 2K_2 \cos^2 \alpha]q_{m,1} + K_2 \cos \alpha^2(1 + e^{-im\psi})q_{m,3} \\ + K_2 \cos \alpha \sin \alpha(1 - e^{-im\psi})q_{m,4} = f_{m,\Delta} \\ -2K_2 \sin^2 \alpha q_{m,2} + K_2 \cos \alpha \sin \alpha(1 - e^{-im\psi})q_{m,3} \\ + K_2 \sin^2 \alpha(1 + e^{-im\psi})q_{m,4} + f_{m,1} = M_1 \ddot{q}_{m,2} \\ K_2 \cos \alpha^2(1 + e^{im\psi})q_{m,1} + K_2 \cos \alpha \sin \alpha(1 - e^{im\psi})q_{m,2} \\ + [2K_1(\cos m\psi - 1) - 2K_2 \cos^2 \alpha]q_{m,3} = 0 \\ K_2 \cos \alpha \sin \alpha(1 - e^{im\psi})q_{m,1} + K_2 \sin^2 \alpha(1 + e^{im\psi})q_{m,2} \\ - 2K_2 \sin^2 \alpha q_{m,4} + f_{m,2} = M_2 \ddot{q}_{m,4} \end{aligned} \quad (7)$$

式中

$$\begin{aligned} f_{m,1} &= \frac{-2i}{\sqrt{N}} \sum_{j=2}^n \sin(j-1)m\psi F_{(j,1)} \\ f_{m,2} &= \frac{-2i}{\sqrt{N}} e^{im\psi/2} \sum_{j=2}^n \sin(j-1/2)m\psi F_{(j,2)} \end{aligned} \quad (8)$$

当 $m=N(m\psi=2\pi)$ 时,方程(7)是奇次的。解 $q_{N,k}$ ($k=1,2,3,4$) 代表刚体位移,而实际结构体系中刚体位移为0,因此相应于刚体位移的解可以忽略不计,令 $q_{N,k}=0$ 。

$$\begin{aligned} u_{(j,1)} &= \frac{\cos \alpha}{2K_1 \sin \alpha} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{2n-1} \frac{\cos(j-1)m\psi}{(1-\cos m\psi)^2} A_1 + \frac{1}{4n} \sum_{m=1}^{2n-1} [\cos(j-j_1)m\psi - \cos(j+j_1-1)m\psi] A_{11} (u_{(j,1)} - u_{(j+1,1)}) \\ u_{(j,2)} &= \frac{-\cos \alpha}{2K_1 \sin \alpha} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{2n-1} \frac{\cos(j-\frac{1}{2})m\psi}{(1-\cos m\psi)^2} A_2 + \frac{1}{4n} \sum_{m=1}^{2n-1} [\cos(j-j_1)m\psi - \cos(j+j_1-1)m\psi] A_{22} (u_{(j,1)} - u_{(j+1,1)}) \\ &\quad + \frac{1}{4n} \sum_{m=1}^{2n-1} [\sin(j-j_1)m\psi - \sin(j+j_1-1)m\psi] A_{222} (u_{(j,1)} - u_{(j+1,1)}) \\ v_{(j,1)} &= \frac{1}{2K_1 \sin^2 \alpha} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{2n-1} \frac{\sin(j-1)m\psi}{(1-\cos m\psi)^2} (B_1 + B_2) \\ &\quad + \frac{1}{4n} \sum_{m=1}^{2n-1} [\sin(j-j_1)m\psi - \sin(j+j_1-1)m\psi] \frac{\sqrt{3}(11-7\cos m\psi)\sin m\psi + 16\sqrt{3}(3-2\cos m\psi)(\cos m\psi - \frac{5}{4})\sin m\psi}{3(1-\cos m\psi)^2 [64(\cos m\psi - \frac{5}{4})^2 - 2(1+\cos m\psi)]} (u_{(j,1)} - u_{(j+1,1)}) \end{aligned} \quad (12)$$

方程(7)消去 $q_{m,1}$ 及 $q_{m,3}$,则有

$$M \begin{Bmatrix} \ddot{q}_{m,2} \\ \ddot{q}_{m,4} \end{Bmatrix} + K \begin{Bmatrix} q_{m,2} \\ q_{m,4} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{m,1}^* \\ f_{m,2}^* \end{Bmatrix} \quad (m=1,2,\dots,N-1) \quad (9)$$

式中, $f_{m,1}^* = f_{m,1} + \xi f_{m,\Delta}$, $f_{m,2}^* = f_{m,2} + \eta f_{m,\Delta}$,且

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} & K &= \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \\ K_{11} = K_{22} &= \frac{2K_1 \sin^2 \alpha [(1 - \cos m\psi)(2\beta - \cos^2 \alpha) + 4 \cos^2 \alpha]}{2\beta^2 (1 - \cos m\psi) + 4\beta \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha} \\ K_{12} = K_{21} &= \frac{-2K_1 \sin^2 \alpha (1 + e^{-im\psi}) [2 \cos^2 \alpha + \beta(1 - \cos m\psi)]}{2\beta(1 - \cos m\psi) + 4\beta \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha} \\ \beta &= K_1 / K_2 \end{aligned}$$

3 位移分析

消去式(9)中的惯性力,平衡方程可改写为

$$K \begin{Bmatrix} q_{m,2} \\ q_{m,4} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{m,1}^* \\ f_{m,2}^* \end{Bmatrix} \quad (m=1,2,\dots,N-1) \quad (10)$$

在式(10)中可以解出广义位移 $q_{m,2}$ 和 $q_{m,4}$,将其代入方程(7)的第一、第三式中,得到 $q_{m,1}$ 和 $q_{m,3}$ 的解为

$$\begin{aligned} q_{m,1} &= \frac{\cos \alpha}{2K_1 \sin \alpha (1 - \cos m\psi)^2} [(1 - e^{-im\psi}) f_{m,2}^* + i \sin m\psi f_{m,1}^*] \\ &\quad + \frac{[2K_1(\cos m\psi - 1) - 2K_2 \cos^2 \alpha]}{[2K_1(\cos m\psi - 1) - 2K_2 \cos^2 \alpha]^2 - K_2^2 \cos^4 \alpha (1 + e^{-im\psi})(1 + e^{im\psi})} f_{m,\Delta} \\ q_{m,3} &= \frac{\cos \alpha}{2K_1 \sin \alpha (1 - \cos m\psi)^2} [(1 - e^{im\psi}) f_{m,1}^* - i \sin m\psi f_{m,2}^*] \\ &\quad + \frac{-2K_2 \cos \alpha^2 (1 + e^{im\psi})}{[2K_1(\cos m\psi - 1) - 2K_2 \cos^2 \alpha]^2 - K_2^2 \cos^4 \alpha (1 + e^{-im\psi})(1 + e^{im\psi})} f_{m,\Delta} \end{aligned} \quad (11)$$

将方程(11)、方程(8)以及 $q_{m,2}$ 和 $q_{m,4}$ 代入方程(3),可求出节点位移表达式,并令 $\alpha=\pi/3, K_1=K_2, \Delta K_1=-0.5K_1$,化简可得

$$v_{(j,2)} = \frac{1}{2K_1 \sin^2 \alpha} \frac{1}{n} \sum_{m=1}^{2n-1} \frac{\sin(j - \frac{1}{2})m\psi}{(1 - \cos m\psi)^2} (C_1 + C_2)$$

$$+ \frac{1}{4n} \sum_{m=1}^{2n-1} [\sin(j-j_1)m\psi - \sin(j+j_1-1)m\psi] \frac{4\sqrt{3}(11-7\cos m\psi)(\cos m\psi - \frac{5}{4})\sin m\psi + 2\sqrt{3}(3-2\cos m\psi)(\cos m\psi + 1)\sin m\psi}{3(1-\cos m\psi)^2 [64(\cos m\psi - \frac{5}{4})^2 - 2(1+\cos m\psi)]} (u_{(j,1)} - u_{(j+1,1)})$$

$$+ \frac{1}{4n} \sum_{m=1}^{2n-1} [\cos(j-j_1)m\psi - \cos(j+j_1-1)m\psi] \frac{4\sqrt{3}(11-7\cos m\psi)(1-\cos m\psi)(\cos m\psi - \frac{5}{4})\sin m\psi + 2\sqrt{3}(3-2\cos m\psi)\sin^2 m\psi}{3(1-\cos m\psi)^2 [64(\cos m\psi - \frac{5}{4})^2 - 2(1+\cos m\psi)]} (u_{(j,1)} - u_{(j+1,1)})$$

式中

$$A_1 = 2 \sin \frac{1}{2} m\psi \sum_{s=1}^n \sin(s - \frac{1}{2})m\psi F_{(s,2)} + \sin m\psi \sum_{s=2}^n \sin(s-1)m\psi F_{(s,1)}$$

$$A_2 = 2 \sin \frac{1}{2} m\psi \sum_{s=1}^n \sin(s-1)m\psi F_{(s,1)} + \sin m\psi \sum_{s=2}^n \sin(s - \frac{1}{2})m\psi F_{(s,2)}$$

$$B_1 = [(1 - \cos m\psi)(2\beta - \cos^2 \alpha) + 4 \cos^2 \alpha] \sum_{s=2}^n \sin(s-1)m\psi F_{(s,1)}$$

$$B_2 = 2 \cos \frac{m\psi}{2} [\beta(1 - \cos m\psi) + 2 \cos^2 \alpha] \sum_{s=1}^n \sin(s - \frac{1}{2})m\psi F_{(s,2)}$$

$$C_1 = [(1 - \cos m\psi)(2\beta - \cos^2 \alpha) + 4 \cos^2 \alpha] \sum_{s=1}^n \sin(s - \frac{1}{2})m\psi F_{(s,2)}$$

$$C_2 = 2 \cos \frac{m\psi}{2} [\beta(1 - \cos m\psi) + 2 \cos^2 \alpha] \sum_{s=2}^n \sin(s - \frac{1}{2})m\psi F_{(s,1)}$$

$$A_{11} = \left\{ \frac{1}{2\sqrt{3}(1-\cos m\psi)^2} \frac{16\sqrt{3}(\cos m\psi - \frac{5}{4})(1-\cos m\psi) + 2\sqrt{3}\sin^2 m\psi}{64(\cos m\psi - \frac{5}{4})^2 - 2(1+\cos m\psi)} + \frac{32(\cos m\psi - \frac{5}{4})}{64(\cos m\psi - \frac{5}{4})^2 - 2(1+\cos m\psi)} \right\}$$

$$A_{22} = \left\{ \frac{1}{2\sqrt{3}(1-\cos m\psi)^2} \frac{-\sqrt{3}(\cos m\psi + 1) - 8\sqrt{3}(\cos m\psi - \frac{5}{4})^2 \sin^2 m\psi}{64(\cos m\psi - \frac{5}{4})^2 - 2(1+\cos m\psi)} + \frac{-4(1+\cos m\psi)}{64(\cos m\psi - \frac{5}{4})^2 - 2(1+\cos m\psi)} \right\}$$

$$A_{222} = \left\{ \frac{1}{2\sqrt{3}(1-\cos m\psi)^2} \frac{\sqrt{3}(2\sin m\psi + \sin 2m\psi) + 8\sqrt{3}(\cos m\psi - \frac{5}{4})(1-\cos m\psi)\sin m\psi}{64(\cos m\psi - \frac{5}{4})^2 - 2(1+\cos m\psi)} + \frac{4\sin m\psi}{64(\cos m\psi - \frac{5}{4})^2 - 2(1+\cos m\psi)} \right\}$$

式(12)的节点位移解还包含有损伤杆件的位移 $u_{(i,1)}$ 和 $u_{(i+1,1)}$, 只要令 $j=j_1$, 即可解出这两个位移, 进而解出其他所有节点的位移。

4 实例计算

作为算例, 取一个含有两个子结构的简单体系分别计算有损伤及无损伤时各节点的位移, 如图4所示, 其中在节点(1,2)施加集中荷载 P 。

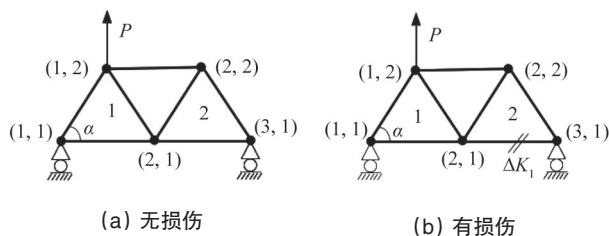


图4 含有两个子结构的桁架结构
Fig. 4 Truss with two substructures

令 $\alpha = \frac{\pi}{3}$, $\psi = \frac{\pi}{2}$, $n=2$, $\beta=1$, $K_1=K_2$, $\Delta K_1 = -\frac{K_1}{2}$, $j_1=2$, $F_{(1,2)}=P$, 应用上述解析式进行计算, 得到各节点的位移如表1所示。

分析表1的计算结果, 发现节点(3,1)的水平位移和节点(2,2)的竖向位移变化最大, 其他各节点位移变化符合结构整体变形情况, 说明了位移解析式的合理性。

5 结论

采用解析方法对带损伤的平面桁架结构的静力问题进行了分析。首先建立一个等价的循环周期结构体系, 并建立控制方程, 然后运用U变换方法进行求解分析, 推导出各个节点位移的解析解。举例对比分析了有无损伤时各节点位移的大小, 在有损伤时相关节点位移较无损伤时有所增大, 其变形比较合理, 表明了解析表达式的合理性。

研究方法及其结果, 可为分析结构损伤对其位移的影响提供理论参考。这种方法同样适用于研究平面桁架结构的动力问题。

表1 节点位移计算结果

Table 1 Calculation results of the nodal displacements

节点位移	$u_{(1,1)}$	$u_{(2,1)}$	$u_{(3,1)}$	$u_{(1,2)}$	$u_{(2,2)}$	$v_{(1,1)}$	$v_{(2,1)}$	$v_{(3,1)}$	$v_{(1,2)}$	$v_{(2,2)}$
无损伤时	$\frac{5\sqrt{3} P}{24 K_1}$	$-\frac{\sqrt{3} P}{24 K_1}$	$-\frac{\sqrt{3} P}{8 K_1}$	$-\frac{\sqrt{3} P}{12 K_1}$	$\frac{\sqrt{3} P}{12 K_1}$	0	$\frac{P}{K_1}$	0	$\frac{31 P}{24 K_1}$	$\frac{13 P}{24 K_1}$
有损伤时	$\frac{13\sqrt{3} P}{60 K_1}$	$-\frac{\sqrt{3} P}{60 K_1}$	$-\frac{3\sqrt{3} P}{20 K_1}$	$-\frac{491\sqrt{3} P}{5880 K_1}$	$\frac{489\sqrt{3} P}{5880 K_1}$	0	$\frac{121 P}{120 K_1}$	0	$\frac{79 P}{60 K_1}$	$\frac{7 P}{12 K_1}$

参考文献 (References)

- [1] Nakahira N, Ozawa K, Naruoka M. Vibration of plane trusses by the Newmark method[J]. Computers & Structures, 1990, 37(4): 515-520.
- [2] Beskos D E. Dynamics and stability of plane trusses with gusset plates[J]. Computers & Structures, 1979, 10(5): 785-795.
- [3] 刘福寿, 金栋平, 陈辉. 环形桁架结构动力分析的等效力学模型[J]. 振动工程学报, 2013, 26(4): 516-521.
Liu Fushou, Jin Dongping, Chen Hui. An equivalent mechanics model for the dynamic analysis of hoop truss structures[J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(4): 516-521.
- [4] 陈建军, 车建文, 陈勇, 等. 基于概率的桁架结构动力分析[J]. 振动与冲击, 2000, 19(1): 64-67.
Chen Jianjun, Che Jianwen, Chen Yong, et al. Dynamic characteristic analysis of truss structures based on probability[J]. Vibration and Shock, 2000, 19(1): 64-67.
- [5] 马娟, 陈建军, 高伟, 等. 基于模糊因子法的模糊桁架结构动力特性分析[J]. 振动与冲击, 2005, 24(1): 64-67.
Ma Juan, Chen Jianjun, Gao Wei, et al. Dynamic characteristic analysis of fuzzy truss structure based on fuzzy factor method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24(1): 64-67.
- [6] 林立广, 陈建军, 马娟, 等. 基于区间因子法的不确定性桁架结构动力响应分析[J]. 应用力学学报, 2008, 25(4): 612-615.
Lin Liguang, Chen Jianjun, Ma Juan, et al. Dynamic response analysis for uncertainty truss structures with interval factor method[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2008, 25(4): 612-615.
- [7] 方辉. 基于子结构能量的点阵结构损伤诊断方法研究[J]. 振动与冲击, 2011, 30(8): 12-18.
Fanghui. Substructure energy based nondestructive evaluation approach for lattice structures [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(8): 12-18.
- [8] 史涌泉. 大型桥梁结构的损伤识别方法研究[D]. 江西: 南昌大学, 2012.
Shi Yongquan. Damage identification research for large-scale bridge structures [D]. Jiangxi: Nanchang University, 2012.
- [9] 邵云飞. 桁架结构损伤识别方法研究[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2007.
Shao Yunfei. The research on truss structure damage identification[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2007.
- [10] Chan H C, Cai C W, Cheung Y K. Exact analysis of structures with periodicity using U- transformation[M]. Singapore: World Scientific, 1998.
- [11] 蔡承武. 旋转周期结构的分析解[J]. 中山大学学报: 自然科学版, 1986, 25(2): 64-72.
Cai Chengwu. On analytical solution of rotationally periodic structures [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Sunyatseni, 1986, 25(2): 64-72.
- [12] Cai C W, Cheung Y K, Chan H C. Transverse vibration analysis of plane trusses by analytical method[J]. Journal of Sound and Vibration, 1989, 133(1): 139-150.
- [13] Cheung Y K, Chan H C, Cai C W. Natural vibration analysis of rectangular networks[J]. International Journal of Space Structures, 1988, 3(3): 139-152.
- [14] Cai W S, Li Y, Chan H C. Natural vibration analysis of diagonal networks [J]. Structural Engineering and Mechanics, 1998, 6(5): 517-527.

(责任编辑 韩星明)



 科技导报
 SCIENCE & TECHNOLOGY REVIEW

《科技导报》“卷首语”栏目征稿

“卷首语”栏目每期邀请一位中国科学院院士和中国工程院院士就重大科技现象、事件,以及学科发展趋势、科学研究热点和前沿问题等,撰文发表个人的见解、意见和评论。本栏目欢迎院士投稿,每篇文章约2000字,同时请提供作者学术简历、工作照和签名电子文档。投稿邮箱:kjdbbjb@cast.org.cn。