

# 经验模态分解的理论研究及应用

高静, 邓甲昊

北京理工大学机电学院; 机电工程与控制国家重点实验室, 北京 100081

**摘要** 经验模态分解(EMD)算法是一种崭新的能够自适应地处理非平稳信号的时频分析方法。在介绍EMD算法概念的基础上,总结了EMD算法理论方面的研究进展,比较了不同改进算法的优劣。介绍了EMD算法在工程中的应用,指出了EMD算法的研究趋势。

**关键词** 信号处理;经验模态分解(EMD);端点效应

**中图分类号** TN911.72

**文献标志码** A

**doi** 10.3981/j.issn.1000-7857.2015.02.016

## Empirical mode decomposition and analysis of its evaluation criteria

GAO Jing, DENG Jiahao

National Key Laboratory of Mechatronic Engineering and Control; School of Mechatronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

**Abstract** The empirical mode decomposition (EMD), that provides a multi-scale and highly adaptable method, scores a breakthrough in the signal processing field. This paper gives a brief review of research advances of the theoretical foundation of the EMD algorithm based on the concept of the EMD. Furthermore, a comparison of various improved EMD methods is made. The applications of the EMD and the directions for further research are discussed.

**Keywords** signal processing; empirical mode decomposition (EMD); end effect

在各种信号分析方法中傅里叶分析始终占据举足轻重的地位,但是傅里叶变换是一种整体的全局变换,不能展现不同频率分量信号出现的时刻及其相应的变化情况,因此不适用于分析非平稳信号<sup>[1]</sup>。为分析和处理现实世界工程技术领域中广泛存在的非平稳信号,人们多采用时频分析方法来描述此类信号,即用时间和频率2个参数共同描述信号的能量密度。现有的时频分析方法包括:短时Fourier变换、Wigner-Ville分布和小波变换等<sup>[2]</sup>。但上述方法均以Fourier变换为理论依据,只是在积分区间上进行了某种改进,因此没有摆脱Fourier的束缚而缺乏自适应性。为了彻底摆脱常规时频分析方法的局限性,更好地分析非线性非平稳信号的局部时间和频率特征,Huang等<sup>[3]</sup>于1998年提出了经验模态分解(empirical mode decomposition,EMD)方法。EMD算法是一种基于时域特征的信号处理方法,它仅仅基于假设:任何信号都是由不同的本征振动模式组成的<sup>[4]</sup>。不再认为信号是一组

正弦函数和余弦函数的加权和,而是基于信号自身的特征进行分解,与Fourier变换方法的最大不同是没有事先选定分解的基函数,因此具有很好的自适应性,特别适用于非平稳信号的分析处理。

EMD算法已广泛应用于气象、声学、生物学、地震和机械振动等领域<sup>[5]</sup>,已经成为分析非平稳信号的有力工具。但是EMD算法是基于经验的方法,仍然缺乏严格的理论基础<sup>[6,7]</sup>,在完善EMD算法的理论体系上并没有取得实质性突破。

针对EMD的研究进展,本文从EMD的基础理论研究、改进算法及在工程领域应用等方向对EMD的研究现状进行总结,并指出进一步的发展方向。

### 1 EMD算法

EMD的基本依据可概括为信号是由高频分量叠加低频分量组成,该算法就是不断地分离出信号的高频分量,并把

收稿日期:2014-03-19;修回日期:2014-04-17

作者简介:高静,博士研究生,研究方向为信号处理、激光探测,电子信箱:gaojing0913@gmail.com;邓甲昊(通信作者),教授,研究方向为

中近程目标探测、信号处理及感知与自适应控制,电子信箱:bitdjh@sohu.com

引用格式:高静,邓甲昊.经验模态分解的理论研究及应用[J].科技导报,2015,33(2):108-112.

剩下的低频分量作为新的信号的过程。其中被分离的高频分量称作本征模态函数(intrinsic mode function, IMF)。IMF 需要满足 2 个条件<sup>[3]</sup>: 1) 在整个数据区内,局部极大值(local maxima)和局部极小值(local minima)的数目之和与过零点数目必须相等或至多相差一个; 2) 在任意时间点,由局部极大值定义的上包络线(upper envelop)和局部极小值构成的下包络线(lower envelope)的平均值为零。因此 EMD 方法是依据局部特征时间尺度分解信号,更能体现 EMD 算法的自适应性。对于给定的离散信号  $x(n)$ ,要找出满足定义的 IMF,详细的筛分流程<sup>[3]</sup>为

- 1) 令  $x_{i,l}(n)=x(n)$ ,  $i=1, l=1$ ;
- 2) 找出  $x_{i,l}(n)$  的所有局部极值点;
- 3) 利用 3 次样条插值分别对局部极大值、极小值序列拟合,生成上包络线  $e_u(n)$  和下包络线  $e_l(n)$ ;
- 4) 计算包络线均值  $m_{i,l}(n)=(e_u(n)+e_l(n))/2$ ;
- 5) 取出分量  $h_{i,l}(n)=x_{i,l}(n)-m_{i,l}(n)$ ;
- 6) 如果满足筛分停止准则,则认为  $c_i(n)=h_{i,l}(n)$  是一个 IMF,  $i=i+1, l=1$ , 转入步骤 7); 若不满足,则  $x_{i,l}(n)=h_{i,l}(n)$ ,  $l=l+1$ , 重复步骤 2) 至 5);

7) 记残余值  $r_i(n)=x(n)-\sum_{i=1}^l c_i(n)$ , 令  $x_{i,l}(n)=r_i(n)$ , 重复步骤 2) 至 6) 得到下一个 IMF;

如果  $r_i(n)$  是一个趋势分量, 算法停止; 否则重复以上步骤直到满足结束条件。由上述流程可以将原始信号表示为  $l$  个 IMF 分量与 1 个趋势分量的和, 其表达式<sup>[3]</sup>为

$$x(n) = \sum_{i=1}^l c_i(n) + r_i(n) \quad (1)$$

其算法流程如图 1 所示, 由局部极值点确定的上、下包络线中

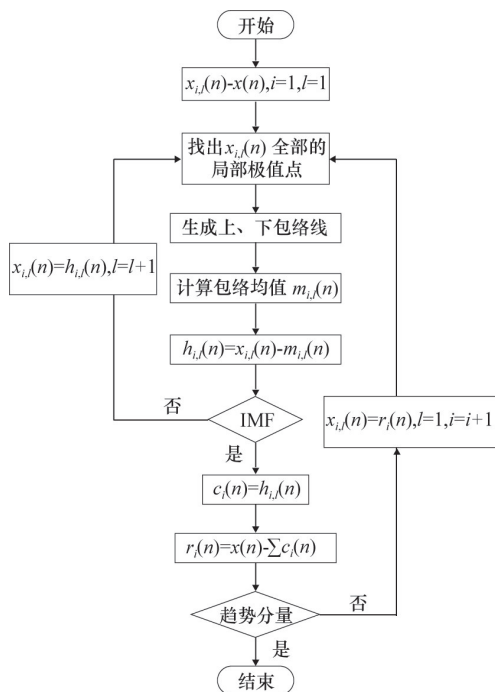


图 1 EMD 筛分过程流程

Fig. 1 Flow chart of the EMD algorithm

包含了信号的低频成分, 不包含高频成分。这样筛分过程就是一个不断的将代表低频成分的包络线均值从原信号中剔除出去的过程, 最终将信号的高频分量提取出来。整个筛分过程会出现消除低频载波和信号波形逐渐趋于对称两种效应<sup>[8]</sup>。

## 2 EMD 算法的理论研究

经验模态分解已被证实许多应用领域是有效的, 但它毕竟是基于经验的方法, 还缺乏较统一的理论依据, 故针对 EMD 的理论研究<sup>[9-28]</sup>十分活跃。对于 EMD 的理论研究包括对算法的数学解释和数学证明, 对分解算法频率分辨率特性的分析, 对 EMD 方法中各个步骤数值算法的改进, 抑制端点效应的方法等。

### 2.1 EMD 算法的数学解释

钟佑明等<sup>[9,10]</sup>在 Hilbert 变换的 Bedrosian 乘积定理基础上提出 Hilbert 变换的局部乘积定理, 试图为 Hilbert-Huang transform (HHT) 中 IMF 的定义、瞬时频率的计算、EMD 算法的收敛性等问题提供统一的理论依据。

另一种解决 EMD 算法缺乏理论基础的方式是借助偏微分方程 (partial differential equation, PDE)。该算法是通过 PDE 从局部极值中直接估计包络线均值, 被证实复合信号的数值分析中有效。文献[11]首先给出了 PDE-based EMD 算法的解析表达式。文献[12]试图用 PDE 的解表示筛分过程, 并提出解决插值问题的途径。但是通过 PDE 方法得到的均值也不一定是信号的成分, 也会在 IMF 子带中引入新频率成分。

虽然国内外学者在 EMD 算法的理论基础方面做了很多工作, 也取得了一定的进展, 但仍不能像 Fourier 变换那样, 给出算法的解析表达式。目前还没有较统一的方法从数学上论证 EMD 的有效性。因此, 为了进一步改善 EMD 算法并将算法应用到更多的工程领域, 还需在理论基础方面进行更加深入的研究。

### 2.2 EMD 算法的分辨率特性分析

徐冠雷等<sup>[13]</sup>以 2 个分量的信号为例, 通过大量的实验提出了 EMD 的几乎完全分解条件 (almost fully decomposed by EMD, AFDE)。Rilling 等<sup>[14]</sup>对于 EMD 算法的频率分辨特性给出了初步解答。在假设极值均匀分布的情况下, 研究了两成分的幅度比、频率比与分辨特性的关系, 指出在不同的幅度比和频率比下, EMD 算法的分解结果存在 3 种可能: 一是完全区分开 2 个频率成分, 即得到 2 个单频的 IMF 子带信号; 二是将两频率成分分解到一个 IMF 子带中; 第三种情况是介于前两种之间或是引入新频率成分。

上述文献都是以 2 个分量的线性信号为例, 通过仿真实验得到的统计结论, 要想得到更复杂信号的 EMD 算法分辨率的解析表达, 还需要结合 EMD 的理论基础进行更加深入的分析。

### 2.3 EMD 算法的改进

针对 EMD 算法改进的研究<sup>[15-28]</sup>主要集中在 3 个方面: 1)

改进EMD算法的筛分停止准则;2)改进EMD算法的包络线生成方法;3)抑制端点效应(也称边界效应)。

### 2.3.1 停止准则

在EMD的算法流程中,需用停止准则判断筛分过程结束。想要快速得到IMF,同时又要保证IMF物理意义,选取合适的停止准则就显得尤为重要。文献[3]提出EMD算法时,以连续2次筛分结果的分量标准差(standard deviation,SD)作为停止准则。文献[5]提出S数准则,即自定连续S次的筛分过程,当极值数目与跨零点相等时停止筛分。Rilling等<sup>[15]</sup>提出用2个阈值作为停止准则的三参数法。程军圣等<sup>[16]</sup>提出能量差异追踪作为停止准则。文献[17]根据IMF子带信号在任意时刻的单一频率特性,设计了带宽准则(bandwidth criterion),通过限制IMF子带信号局部带宽的大小来判断IMF。

对上述准则在效率性和正交性方面进行比较,标准差在2个方面表现一般,S数准则和三参数法则具有更好的正交性,而能量差异追踪法和带宽准则在效率性方面表现更突出。显然,这些判断IMF的筛分停止准则与IMF定义的相关性并不大,导致依据这些准则的EMD算法分解的子带信号不一定满足IMF的定义。因此设计更有效的停止准则,需要从IMF的定义出发。

### 2.3.2 包络线

包络线的生成是EMD方法的重要环节,标准的EMD算法采用3次样条插值(cubic spline)计算信号的上、下包络线,但该方法存在过冲(overshoot)和欠冲(undershoot)的问题<sup>[1]</sup>,会导致得到的IMF不严格对称。文献[18]提出用B样条插值代替3次样条插值。B样条插值具有局部控制特点,该方法可降低过冲对分解结果的影响。Kopsinis等<sup>[7]</sup>提出基于基因算法的最优化分段多项式(genetic algorithm-based optimization of the piecewise polynomials)寻找除极值点外最佳的插值点。三角内插法(trigonometric interpolation)<sup>[6]</sup>、极值点精确位置法(exact location of extrema)<sup>[19]</sup>、二次多项式内插法<sup>[20]</sup>等方法也被用来生成包络线。

针对特定信号上述方法都具有一定的改进效果,有些甚至有明显优势。但这些方法只是针对3次样条插值的改进,最终的改进效果还要结合停止准则和实际信号的特点确定。

### 2.3.3 端点效应

应用EMD算法处理信号时,由于信号的端部可能不是信号的极值点,在筛分过程中3次样条插值时就会在信号的两端出现发散,造成信号震荡、扭曲,而且发散会随着筛分过程影响整个数据。

Huang等<sup>[13]</sup>提出在信号的两端根据2个连续极值定义特征子波(characteristic wave)。赵进平提出的镜像延拓方法<sup>[21]</sup>,其以端点为对称中心直接向外延拓,该方法虽然操作简单,但对于缺乏对称性的信号处理效果不甚理想。邵晨曦等<sup>[22]</sup>提出采用波形特征匹配延拓法,该方法在信号内部找到最能反映端点处信号变化规律的曲线段对端点进行延拓,该方法对于波形较规则的信号(尤其是周期性信号)特别适用,能取得

上佳效果。邓拥军等<sup>[23]</sup>提出的基于神经网络预测的方法,其利用神经网络方法对给定信号进行训练并预测两端的2个极大值和极小值,该方法精度高,但实时性差。程军圣等<sup>[24]</sup>将时变参数ARMA模型(auto-regressive and moving average model)方法引入到对时间序列的预测上。该方法在处理平稳信号时表现出良好的性能,但对于非平稳信号,效果一般。文献[25]给出了基于多项式拟合的端点预测方法,基于最小二乘法拟合数据,对准周期信号延拓效果比较好,对随机信号等变化规律不强的信号效果不甚理想。胡劲松等<sup>[26]</sup>将基于径向神经网络预测的技术引入经验模态分解中,由于径向神经网络比BP(back propagation)网络有更快的学习速度和局部逼近特性,使得该方法较邓拥军的方法有更好的性能,在保持高精度预测结果的同时,降低了运行时间。

上述方法的基本思想都是在数据以外设置某些虚拟极值点,让端点效应发生在延拓数据上,插值完成后舍弃延拓部分,以降低数据区端点效应的影响。虽然都具有一定的抑制效果,但也都在抑制效果或者抑制效率上表现出局限性。目前也没有一种改进算法适用于所有类型的信号,因此应针对信号自身的特性和计算效率的需要选取适当的端点效应抑制方法。

## 3 EMD算法的应用领域

EMD算法以优良的自适应特性以及独特的处理非平稳信号的能力,在许多工程领域中得到了应用。其中应用较多的领域有:雷达信号处理、生物信号处理和机械设备故障诊断等。除此之外,EMD算法还被应用于趋势项提取、信号去噪、海洋数据分析、降雨量时间序列分析、原油价格和宏观经济关系分析、金融数据分析以及生理信号处理,甚至用于化工过程操纵台的振动分析、永磁同步电机的故障检测等。

### 3.1 EMD在雷达信号处理中的应用

多普勒信号是雷达识别目标的一类重要信号,EMD算法也可以用来提取多普勒信号。文献[27]用EMD算法提取植被掩盖下目标的瞬时多普勒信息,以实现目标的探测。文献[28]将EMD算法用于分析穿墙噪声雷达得到的人体或人体某部位运动而产生的多普勒信号。文献[29]则用EMD算法提取混有管壁搏动成分的超声多普勒血流信号。另外,EMD算法还被用于火星探测器中提取微尘粒子运动的多普勒信号<sup>[30]</sup>。

雷达回波中含有目标的信息,有效的信号处理方法则会大大改善雷达的探测性能。在合成孔径雷达(synthetic aperture radar,SAR)上,EMD算法可以被用于干涉图的相干斑噪声抑制和窄带干涉抑制,及对图像边缘的检测,EMD滤波技术还被用于对SAR图像的海浪参数提取。文献[31]将复数域EMD算法应用于逆合成孔径雷达(inverse synthetic aperture radar,ISAR)对微动目标的成像上。EMD算法还可用来对雷达信号降噪,另外还可利用EMD算法设计的IMF乘积探测器识别超宽带雷达回波信号。

EMD算法还应用于不同雷达目标的分析和识别,文献

[32]借助仿真手段,对比分析了EMD和小波变换在对空、对地两种引信目标的多普勒信号的提取。结果表明,EMD更适合于对地目标多普勒信号提取,而在对空目标的多普勒信号提取上不如小波变换。文献[33]基于EMD算法研究了常规窄带雷达体制下喷气式飞机、螺旋桨飞机和直升机目标的分类问题,结果表明EMD方法较现有方法在较高信噪比条件下具有更好的分类性能。

### 3.2 EMD在生物信号处理中的应用

由于Fourier变换的积分区间的要求的局限性,小波变换成为处理心电等生物医学信号的一种行之有效的办法。同样,EMD由于其在分析非线性和非平稳性信号时所表现出的良好的适应性也已经开始被应用到生物医学的处理领域。如在心电图信号分析、血压信号去噪、心跳信号分析等领域都已得到成功应用。文献[34]利用EMD的频率区分特性,对生物雷达回波信号进行处理,提取出人体呼吸信号,提高生物雷达对生命信息的识别能力。与传统傅里叶去噪方法相比,EMD能保留更多细节特征,为生命体目标的识别提供更多信息。

### 3.3 EMD在机械故障诊断中的应用

在以振动信号为状态参量的机械设备检测和故障诊断中,由于设备运转速度不稳定、设备故障产生的冲击等使振动信号呈现非线性、非平稳性的特征。EMD方法适用于分析非平稳、非线性的信号,决定其在设备监测和故障诊断领域中的适应性。国内外很多研究者都很好地将EMD方法应用到解决各种故障诊断及故障设备状态分析。其中湖南大学于德介教授所带领的团队在EMD应用于故障诊断方面的研究取得了一系列的成果<sup>[35]</sup>。

文献[36]提出自适应集成经验模态分解(adaptive ensemble empirical mode decomposition, AEEMD)算法,该算法应用于转子油膜涡动的故障监测诊断中,较EMD算法能够更加精确地提取油膜涡动信号的故障特征。文献[37]提出基于聚合经验模态分解的高速列车转向架故障诊断方法,在列车行驶速度200 km/h的情况下达到95%以上故障识别正确率。

## 4 结论

EMD算法已经发展了10余年,虽然EMD算法和希尔伯特变换的组合在非平稳信号处理中有明显的优势,但其自身存在的问题却不容忽视。通过分析EMD算法的研究进展,总结出该算法仍存在以下问题:1) 缺乏严格的理论基础;2) 虚假频率成分问题;3) 实时性差;4) IMF的判定准则问题;5) 最优EMD算法分解及EMD的唯一分解;6) 端点效应问题。另外,目前还缺乏对EMD算法分解性能的判定准则,不利于EMD算法的应用推广。

尽管针对EMD算法的改进算法,尤其是在包络线生成方法和抑制端点效应问题上取得了一些进展,但并没有从根本上解决EMD算法的上述问题。目前分析和认识EMD算法的主要方法是针对特定信号的实验研究和数值仿真,如此得出

的结论也就缺乏普遍的适用性。对EMD理论基础的探索成为EMD算法研究中的关键问题。由于对EMD算法缺乏严格的数学表达,因此对其理论基础的探索还缺乏明确的方向。在某些特殊的工程应用领域,EMD算法能够获得良好的处理结果,自适应性也得到了充分的认可,更进一步说明了完善EMD理论体系的紧迫性。

由于非平稳信号的复杂多样性,期望用一个改进的EMD算法分析所有的非平稳信号也是不现实的。因此,完善EMD算法的基本理论,揭示EMD算法自身的内在机理,并针对具体的应用领域来改进EMD算法,将是研究EMD算法的主要方向和发展趋势。可以肯定,随着研究的不断深入和完善,其应用领域会更加广泛。

总之,虽然国内外的学者对EMD算法在理论体系完善、改进算法和应用研究方面进行了有益的探索,也取得了一定成果,但仍没有建立EMD算法的理论基础,对EMD算法的应用研究和改进也就缺乏相应理论支柱。因此,完善EMD算法的基本理论将是研究EMD算法的主要方向和发展趋势。另外,与小波变换等方法相结合,也是改进算法发展趋势之一。

### 参考文献(References)

- [1] 张贤达, 保铮. 非平稳信号分析与处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998.  
Zhang Xianda, Bao Zheng. Non-stationary signal analysis and processing[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1998.
- [2] 邹红星, 周小波, 李衍达. 时频分析: 回顾与前瞻[J]. 电子学报, 2000, 28(9): 78-84.  
Zou Hongxing, Zhou Xiaobo, Li Yanda. Which time-frequency analysis: A survey[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(9): 78-84.
- [3] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1998, 454(1971): 903-995.
- [4] Huang N E, Shen Z, Long S R. A new view of nonlinear water waves: The Hilbert spectrum[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1999, 31: 417-457.
- [5] Huang N E, Wu M-L C, Long S R, et al. A confidence limit for the empirical mode decomposition and Hilbert spectral analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical Physical and Engineering Sciences, 2003, 459(2037): 2317-2345.
- [6] Kopsinis Y, McLaughlin S. Investigation and performance enhancement of the empirical mode decomposition method based on a heuristic search optimization approach[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2008, 56(1): 1-13.
- [7] Hawley S D, Atlas L E, Chizeck H J. Some properties of an empirical mode type signal decomposition algorithm[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(1): 24-27.
- [8] 吴顺德, 陈思予, 陈虹伯. 经验模态分解法之研究趋势探讨[J]. 台北科技大学学报, 2009, 42(1): 1-20.  
Wu Shunde, Chen Siyu, Chen Hongbo. Survey on the recent developments of empirical mode decomposition[J]. Journal of Taipei University of Science and Technology, 2009, 42(1): 1-20.
- [9] 钟佑明, 秦树人. 希尔伯特-黄变换的统一理论依据研究[J]. 振动与冲击, 2006, 25(3): 40-43.

- Zhong Youming, Qin Shuren. Research on the uniform theoretical basis for Hilbert-Huang transform (HHT)[J]. Journal of Vibration and Shock, 2006, 25(3): 40-43.
- [10] 钟佑明, 秦树人. HHT的理论依据探讨——Hilbert变换的局部乘积定理[J]. 振动与冲击, 2006, 25(2): 12-15.  
Zhong Youming, Qin Shuren. Local product theorem of Hilbert transform-theoretical base of HHT[J]. Journal of Vibration and Shock, 2006, 25(2): 12-15.
- [11] Delechelle E, Lemoine J, Oumar N. Empirical mode decomposition: An analytical approach for sifting process[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005(12): 764-767.
- [12] Diop E H S, Alexandre R, Boudraa A O. Analysis of intrinsic mode functions: A PDE approach[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17: 398-401.
- [13] 徐冠雷, 王孝通, 徐晓刚, 等. 多分量到单分量可用EMD分解的条件及判据[J]. 自然科学进展, 2006(10): 1356-1360.  
Xu Guanlei, Wang Xiaotong, Xu Xiaogang, et al. Conditions and criteria of multi-component into monocomponent using EMD method [J]. Progress in Natural Science, 2006(10): 1356-1360.
- [14] Rilling G, Flandrin P. One or two frequencies? The empirical mode decomposition answers[J]. Signal Processing, IEEE Transactions on, 2008, 56(1): 85-95.
- [15] Rilling G, Flandrin P, Gonçalvès P. On empirical mode decomposition and its algorithms[C]//IEEE-IURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing (NSIP-03). Grado, Italy: IEEE, 2003.
- [16] Cheng J S, Yu D J, Yang Y. Research on the intrinsic mode function (IMF) criterion in EMD method[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2006, 20(4): 817-822.
- [17] Xuan B, Xie Q W, Peng S L. EMD sifting based on bandwidth[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14(8): 537-540.
- [18] Chen Q H, Huang N, Riemenschneider S, et al. A B-spline approach for empirical mode decompositions[J]. Advances in Computational Mathematics, 2006(24): 171-195.
- [19] Xu Z, Huang B, Xu S. Exact location of extrema for empirical mode decomposition[J]. Electronics Letters, 2008, 44(8): 551-552.
- [20] Xu Z G, Huang B X, Li K W. An alternative envelope approach for empirical mode decomposition[J]. Digital Signal Processing, 2010, 20 (1): 77-84
- [21] Zhao J P, Huang D J. Mirror extending and circular spline function for empirical mode decomposition method[J]. Journal of Zhejiang University Science, 2001, 2(3): 247-252.
- [22] 邵晨曦, 王剑, 范金锋, 等. 一种自适应的EMD端点延拓方法[J]. 电子学报, 2007, 35(10): 1944-1948.  
Shao Chenxi, Wang Jian, Fan Jinfeng, et al. A self-adaptive method dealing with the end issue of EMD[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(10): 1944-1948.
- [23] 邓拥军, 王伟, 钱成春, 等. EMD方法及Hilbert变换中边界问题的处理[J]. 科学通报, 2001, 46(3): 257-263.  
Deng Yongyun, Wang Wei, Qian Chengchun, et al. The bound processing problem of EMD and Hilbert transform[J]. Chinese Science Bulletin, 2001, 46(3) : 257- 263.
- [24] 程军圣, 于德介, 杨宇. Hilbert-Huang变换端点效应问题的探讨[J]. 振动与冲击, 2005, 24(6): 40-42.  
Chen Junsheng, Yu Dejie, Yang Yu. Discussion of the end effects in Hilbert-Huang transform[J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24 (6): 40-42.
- [25] 刘慧婷, 张旻, 程家兴. 基于多项式拟合算法的EMD端点问题的处理[J]. 计算机工程与应用, 2004(16): 84-86.  
Liu Huiting, Zhang Min, Cheng Jiaying. Dealing with the end issue of EMD based on polynomial fitting algorithm[J]. Computer Engineering and Applications, 2004(16): 84-86.
- [26] 胡劲松, 杨世锡. EMD方法基于径向神经网络预测的数据延拓与应用[J]. 机械强度, 2007, 29(6): 894-899.  
Hu Jinsong, Yang Shixi. Application of EMD method with data extension technique based on Rbf neural network to time-frequency analysis[J]. Journal of Mechanical Strength, 2007, 29(6): 894-899.
- [27] Cai C J, Liu W X, Fu J S, et al. A new approach for ground moving target indication in foliage environment[J]. Signal Processing, 2006 (86): 84-97.
- [28] Lai C P, Narayanan R M, Ruan Q, et al. Hilbert-Huang transform analysis of human activities using through-wall noise and noise-like radar[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2008, 2: 244-255.
- [29] 张翰锋, 丁坤, 章克信, 等. 超声多普勒管壁搏动和血流信号的分离研究[J]. 中国生物医学工程学报, 2007, 26(5): 641-646.  
Zhang Yufeng, Ding Kun, Zhang Kexin, et al. The separation in real-time of the Doppler blood flow and moving wall signals using EMD algorithm[J]. Chinese Journal of Biomedical Engineering, 2007, 26(5): 641-646.
- [30] Jing Z, Srirama P K, Mazumder M K. E-SPART analyzer for Mars mission: A new approach in signal processing and sampling[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2007(43): 1084-1090.
- [31] Bai X R, Xing M D, Zhou F, et al. Imaging of micromotion targets with rotating parts based on Empirical Mode Decomposition[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2008, 46: 3514-3523.
- [32] 杨彦利, 邓甲昊. 基于经验模态分解的多普勒信号提取[J]. 制导与引信, 2010, 31(3): 1-5.  
Yang Yanli, Deng Jiahao. Extraction of Doppler signal based on empirical mode decomposition[J]. Guidance & Fuze, 2010, 31(3): 1-5.
- [33] 王宝帅, 杜兰, 刘宏伟, 等. 基于经验模态分解的空中飞机目标分类[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(9): 2116-2121.  
Wang Baoshuai, Du Lan, Liu Hongwei, et al. Aircraft classification based on empirical mode decomposition[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(9): 2116-2121.
- [34] 张洋, 王健琪, 荆西京, 等. HHT在生物雷达回波信号噪声抑制中的应用[J]. 医疗卫生装备, 2012, 33(5): 14-17.  
Zhang Yang, Wang Jianqi, Jing Xijing, et al. Application of Hilbert-Huang transformation for noise suppression in ultra wideband bio-radar echo signal[J]. Chinese Medical Equipment Journal, 2012, 33 (5): 14-17.
- [35] 于德介, 程军圣, 杨宇. 机械故障诊断的Hilbert-Huang变换方法[M]. 北京: 科学出版社, 2006.  
Yu Dejie, Cheng Junsheng, Yang Yu. Mechanical fault diagnosis using Hilbert-Huang transform[M]. Beijing: Science Press, 2006.
- [36] 蔡艳平, 李艾华, 徐斌, 等. 集成经验模态分解中加入白噪声的自适应准则[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(6): 709-714.  
Cai Yanping, Li Aihua, Xu Bin, et al. Adaptive guideline of ensemble empirical mode decomposition with gauss white noise[J]. Journal of Vibration Measurement & Diagnosis, 2011, 31(6): 709-714.
- [37] 秦娜, 金炜东, 黄进, 等. 基于EEMD的高速列车转向架故障诊断[J]. 计算机工程, 2013, 39(12): 1-4.  
Qin Na, Jin Weidong, Huang Jin, et al. Fault diagnosis of high speed train bogie based on ensemble empirical mode decomposition[J]. Computer Engineering, 2013, 39(12): 1-4. (编辑 陈华姣)