

# 高斯涡旋光束在 ABCD 光学系统中的传输

王洵, 黄克林

华东交通大学应用物理系, 南昌 330013

**摘要** 为了研究高斯涡旋光束在 ABCD 光学系统的传输演化规律, 基于广义惠更斯菲涅耳积分公式, 推导了拓扑荷为+1的高斯涡旋光束经 ABCD 傍轴光学系统传输的解析表达式, 并数值模拟和分析高斯涡旋光束在自由空间传输中 4 个观察平面上的光强分布和相位分布的特点。结果表明: 随着传输距离的增加, 高斯涡旋光束的光斑尺度明显增大, 但光强也随之减小; 同时从相位奇异点发出的等相位线由射线变成弧线, 最终形成螺旋线结构。

**关键词** 高斯涡旋光束; 光学系统; 自由空间; 传输

**中图分类号** O436.1

**文献标志码** A

**doi** 10.3981/j.issn.1000-7857.2014.31.005

## Propagation of Gaussian Vortex Beams in an ABCD Optical System

WANG Xun, HUANG Kelin

Department of Applied Physics, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China

**Abstract** In order to study propagation of Gaussian vortex beams in an ABCD optical system, an analytical propagation equation of Gaussian vortex beams with a unit topological charge through a paraxial ABCD optical system is derived based on the generalized Huygens-fresnel integral formulae. According to the obtained analytical representation, the light intensity distributions and the phase distributions of a Gaussian vortex beam in several observation planes in the free space are illustrated and analyzed by numerical examples. The results show that with the increase of propagation distance, the beam spot is enlarged obviously, but its intensity decreases. Meanwhile, it is also found that the isophase line of a Gaussian vortex beam is a ray emanating from the singularity in the original input plane, but with the increase of the propagation distance, the isophase line changes from radial to arc and finally takes on a spiral shape.

**Keywords** Gaussian vortex beam; optical system; free space; propagation

涡旋是较为常见的一种自然现象, 无论是水中的漩涡还是大气云图中的龙卷风都呈现出涡旋的表现形式, 而对光学涡旋现象的认识可追溯到 19 世纪 30 年代, Airy 首次发现在透镜的焦面上会形成一种反常的光环<sup>[1]</sup>, 之后激光的产生才使得对光学涡旋的认识更加清晰。光学涡旋是一种点相位缺陷的光场, 由于该点的实部和虚部都为零, 所以其相位不确定, 相位缺陷处的振幅为零, 被称为相位奇异点<sup>[2]</sup>, 过奇异点的传播方向即为涡旋轴, 因此涡旋光束会形成围绕涡旋轴的螺旋型波前相位结构。光学涡旋作为一种特殊的光场, 它不

仅拥有螺旋型波前相位结构, 而且在传播的过程中还具有确定的光子轨道角动量<sup>[3-5]</sup>, 这为光学涡旋的应用提供了重要的理论依据。研究发现, 在相同的激光参数条件下光学涡旋光摄系统的轴向束缚力是聚焦的高斯光束的几倍<sup>[6]</sup>, 这不仅可以在较低的激光功率条件下对生物细胞的非接触式捕获和操纵, 而且可以极大程度地减小对生物活性细胞的损伤; 而涡旋光束利用携带的轨道角动量传递信息, 与传统技术的编码方式不同, 可以具有更强的保密性。因此光学涡旋光束的暗中空结构、无加热效应、确定的光子轨道角动量等

收稿日期: 2014-06-10; 修回日期: 2014-07-10

基金项目: 江西省自然科学基金项目(20142BAB212003); 江西省教育厅科学基金项目(GJJ14397)

作者简介: 王洵, 副教授, 研究方向为激光光学, 电子邮箱: wangxecjtu@126.com

引用格式: 王洵, 黄克林. 高斯涡旋光束在 ABCD 光学系统中的传输[J]. 科技导报, 2014, 32(31): 46-49.

特点有望在光学微操控、光波导、光学数据处理以及自由空间光通信等方面得到应用<sup>[7-14]</sup>。

本文基于广义惠更斯—菲涅耳衍射的积分公式,推导拓扑荷为+1的高斯涡旋光束在ABCD光学系统中的传输公式,通过数值模拟,分析高斯涡旋光束在自由空间的传输演化规律。

## 1 高斯涡旋光束的数学描述

在直角坐标系下,高斯涡旋光束在 $z=0$ 的源平面上的场分布为

$$E(x_0, y_0, 0) = E_0 [x_0 + i \operatorname{sgn}(m) y_0]^{|m|} \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{\omega_0^2}\right) \quad (1)$$

式中, $E_0$ 为常量, $\operatorname{sgn}$ 为符号函数, $\omega_0$ 为高斯光束的束腰宽度, $m$ 为涡旋光束的拓扑荷数, $[x_0 + i \operatorname{sgn}(m) y_0]^{|m|}$ 表示相位因子,

它决定了光束的相位分布。图1显示了在 $z=0$ 源平面上取不同的拓扑荷 $m$ 值的高斯涡旋光束的强度分布。

从图1可以看出,在初始入射平面,高斯涡旋光束的光斑是中心为暗核的圆环形,围绕暗核的是强度较大的环形带;光斑的大小与拓扑荷 $m$ 的取值有关,当拓扑荷 $m$ 的绝对值增大时,不仅光斑的尺度增加,而且中心暗核的区域也增大,而拓扑荷 $m$ 的绝对值相同时,光斑的大小和形态均相同。图2显示的是在 $z=0$ 源平面上拓扑荷 $m$ 取值与图1相对应的的高斯涡旋光束的相位分布。

图2表明受相位因子的影响,环绕涡旋中心一周,涡旋场的相位改变 $2\pi m$ ,光学涡旋场中的每个光子具有的轨道角动量为 $m\hbar$ 。涡旋中心处形成相位不确定的点,所有的光线在该处干涉相消,所以相位奇异点的光强为零,涡旋光束形成暗中空的结构。

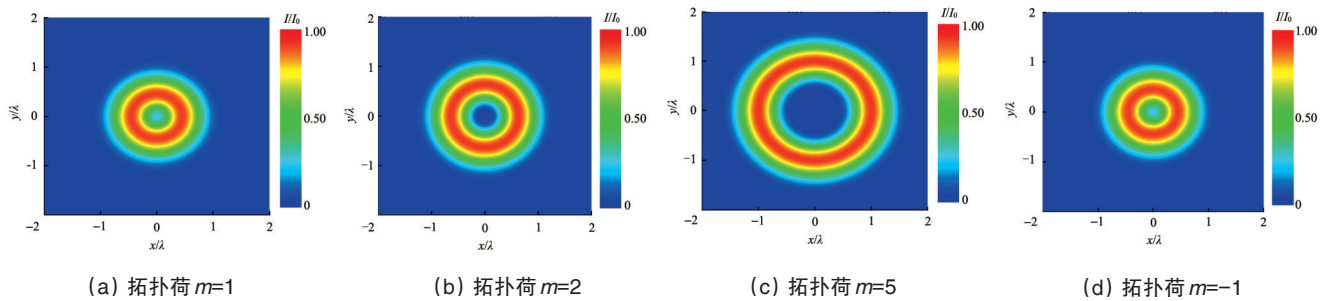


图1 拓扑荷 $m$ 取不同值的高斯涡旋光束在 $z=0$ 平面的强度分布

Fig. 1  $z=0$  Gaussian vortex beam intensity distributions under different values of  $m$

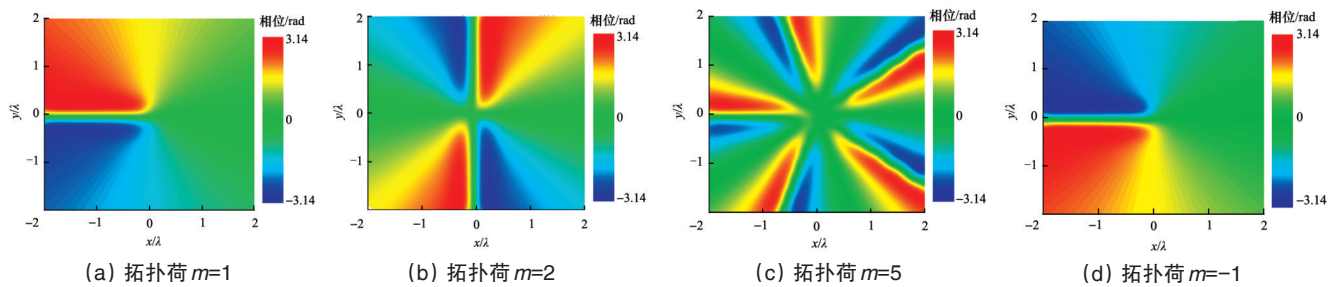


图2 拓扑荷 $m$ 取不同值的高斯涡旋光束在 $z=0$ 平面的相位分布

Fig. 2  $z=0$  Gaussian vortex beam phase distributions under different values of  $m$

## 2 高斯涡旋光束在傍轴ABCD光学系统中的传输

在傍轴近似下,由柯林斯公式得到高斯涡旋光束经ABCD光学系统的传输表示<sup>[15]</sup>,为简单起见,取 $m=+1$ :

$$E(x, y, z) = \frac{i}{\lambda B} \exp(-ikz) \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x_0, y_0, 0) \times \exp\left\{-\frac{ik}{2B} [A(x_0^2 + y_0^2) - 2(xx_0 + yy_0) + D(x^2 + y^2)]\right\} dx_0 dy_0 \quad (2)$$

式中, $k=2\pi/\lambda$ 表示波数, $\lambda$ 为光束的波长,坐标 $(x_0, y_0)$ ,  $(x, y)$

分别代表源平面和观察平面的横向坐标。将式(1)代入式(2),得

$$E(x, y, z) = \frac{iE_0}{\lambda B} \exp\left[-ikz - \frac{ikD}{2B}(x^2 + y^2)\right] \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x_0 + iy_0) \times \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{\omega_0^2}\right) \times \exp\left\{-\frac{ik}{2B} [A(x_0^2 + y_0^2) - 2(xx_0 + yy_0)]\right\} dx_0 dy_0 \quad (3)$$

进一步得

$$E(x,y,z) = \frac{iE_0}{\lambda B} \exp\left[-ikz - \frac{ikD}{2B}(x^2 + y^2)\right] \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x_0 \exp\left(-px_0^2 + \frac{ik}{B}xx_0\right) dx_0 \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-py_0^2 + \frac{ik}{B}yy_0\right) dy_0 + \right. \\ \left. i \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-px_0^2 + \frac{ik}{B}xx_0\right) dx_0 \int_{-\infty}^{\infty} y_0 \exp\left(-py_0^2 + \frac{ik}{B}yy_0\right) dy_0 \right\} \quad (4)$$

其中

$$p = \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{ikA}{2B} \quad (5)$$

利用公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} x \exp(-\mu x^2 + 2\nu x) dx = \frac{\nu}{\mu} \sqrt{\frac{\pi}{\mu}} \exp\left(\frac{\nu^2}{\mu}\right), \quad [\operatorname{Re} \mu > 0] \quad (6)$$

得

$$E(x,y,z) = -\frac{E_0 k \pi}{2\lambda B^2 p^2} \exp[-ikz - \left(\frac{k^2}{4pB^2} + \frac{ikD}{2B}\right)(x^2 + y^2)](x + iy) \quad (7)$$

式(7)为高斯涡旋光束在傍轴 ABCD 光学系统中传输的解析表达式。

在自由空间下,变换系统的传输矩阵为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

代入(7)式,得

$$E(x,y,z) = -\frac{E_0 k \pi}{2\lambda z^2 p^2} \times \exp\left[-ikz - \left(\frac{k^2}{4pz^2} + \frac{ik}{2z}\right)(x^2 + y^2)\right](x + iy) \quad (9)$$

式(9)为拓扑荷为+1的高斯涡旋光束在傍轴 ABCD 光学系统中自由空间传输的解析表达式。

### 3 数值模拟和分析

基于式(9),数值模拟高斯涡旋光束在自由空间的4个观察平面上的光强分布和相应的相位分布,为便于分析比较其光强的大小,令入射平面  $z=0$  的峰值强度为1,在数值计算中令计算参数光波波长  $\lambda=0.6328 \mu\text{m}$ ,光束束腰宽度  $\omega_0=\lambda$ ,4个观察平面分别为  $z=0$ ,  $z=0.5z_r$ ,  $z=z_r$ ,  $z=3z_r$ ,其中  $z_r=k\omega_0^2/2$  为瑞利距离。

图3表明高斯涡旋光束在自由空间的4个观察平面的强度分布。在初始的入射平面高斯涡旋光束的光斑是中心为暗核的圆环形,中心暗核处的光强为零,光斑的强度峰值处于围绕暗核的环形带上,见图3(a)。随着传输距离的增加,光斑的尺度明显增大,中心暗核也随之变大,但光束的峰值强度明显减小。

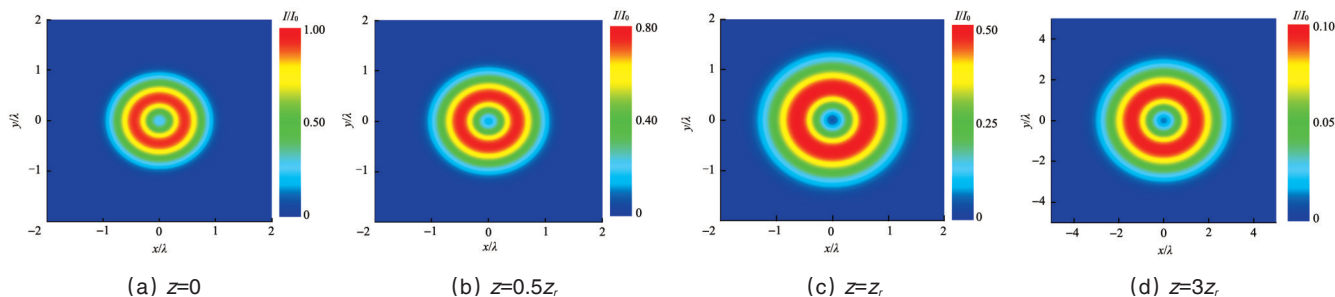


图3 高斯涡旋光束在自由空间的4个观察平面的强度分布

Fig. 3 Strength distributions in four observation planes for Gauss vortex beams in free space

图4为高斯涡旋光束在自由空间的4个相应的观察平面的相位分布。从图4(a)可以看出,在初始入射平面,等相位线是由相位奇点发出的射线,但随着传输距离的增加,相位分布发生了明显地变化,横截面上的等相位线逐渐由射线

变成了以相位奇点为对称中心的弧线,且由于拓扑荷数  $m$  取+1,因此弧线向顺时针的方向弯曲,当传输距离进一步增加时,等相位线由弧线变成了螺旋线。

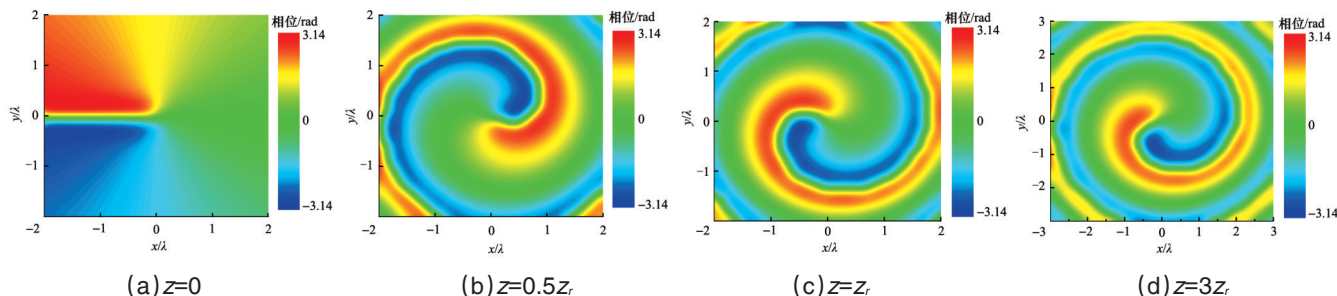


图4 高斯涡旋光束在自由空间的4个观察平面的相位分布

Fig. 4 Phase distributions in four observation planes for Gauss vortex beams in free space

#### 4 结论

基于广义惠更斯菲涅耳积分的柯林斯公式推导了拓扑荷为+1的高斯涡旋光束经ABCD傍轴光学系统传输的解析表达式,通过数值模拟分析高斯涡旋光束在自由空间传输中4个观察平面上的光强分布及相应平面上的相位分布的特点。结果表明:随着传输距离的增加,高斯涡旋光束的光斑尺度明显增大,暗核区域也随之变大,但同时光强也明显减小;从相位奇异点发出的等相位线由射线变成了弧线,拓扑荷取正值时弧线向顺时针的方向弯曲,当传输距离进一步地增加,等相位线最终形成螺旋线的结构。

#### 参考文献(References)

- [1] Bron M, Wolf E. Principle of optics[M]. 7th edition. New York: Cambridge University Press, 1999.
- [2] Nye J F, Berry M V. Dislocations in wave trains[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A, 1974, 336: 165-190.
- [3] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes[J]. Physical Review A, 1992, 45(11): 8185-8190.
- [4] Barnett S M, Allen L. Orbital angular momentum and nonparaxial light beams[J]. Optics Communications, 1994, 110(5/6): 670-678.
- [5] Curtis J E, Grier D G. Structure of optical vortices[J]. Physical Review Letters, 2003, 90(13): 133901(1-4).
- [6] Simpson N B, McGloin D, Dholakia K, et al. Optical tweezers with increased axial trapping efficiency[J]. Journal of Modern Optics, 1998, 45(9): 1943-1949.
- [7] Curtis J E, Koss B A, Grier D G. Dynamic holographic optical tweezers[J]. Optics Communications, 2002, 207: 169-175.
- [8] Gibson G, Courtical J, Padgett M, et al. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. Optics Express, 2004, 12 (22): 5448-5456.
- [9] Ladavac K, Grier D. Microoptomechanical pumps assembled and driven by holographic optical vortex arrays[J]. Optics Express, 2004, 12(6): 1144-1149.
- [10] Ng J, Lin Z F, Chan C T. Theory of optical trapping by an optical vortex beam[J]. Physical Review Letters, 2010, 104(10): 103601(1-4).
- [11] Bouchal Z, Celechovsky R. Mixed vortex states of light as information carriers[J]. New Journal of Physics, 2004(6): 131.
- [12] Salgueiro J R, Carlsson A H, Ostrovskaya E, et al. Second-harmonic generation in vortex-induced waveguides[J]. Optics Letters, 2004, 29 (6): 593-595.
- [13] Sato S, Harada Y, Waseda Y. Optical trapping of microscopic metal particles[J]. Optics Letters, 1994, 19(22): 1807-1809.
- [14] Friese M E J, Rubinsztein-Dunlop H, Gold J, et al. Optically driven micromachine elements[J]. Applied Physics Letters, 2001, 78(4): 547-549.
- [15] Sturta A, Collins J R. Lens-System diffraction Integral written in terms of matrix optics[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1970, 60(9): 1168-1177.

(编辑 陈华蛟)

#### ·学术动态·



中国科学技术协会

### 中国科协第90期“新观点新学说学术沙龙”研讨 “结核病新型诊断技术的应用”

2014年9月25—26日,主题为“结核病新型诊断技术的应用”的中国科协第90期“新观点新学说学术沙龙”在贵阳举行。近30位国内专家与会研讨,围绕“结核病常规诊断方法的局限性和现行结核病诊断工作的重点难点”、“结核病新型诊断技术的发展趋势及运用前景”、“结核病耐多药快速诊断技术发展趋势及运用前景”等议题展开观点阐述和激烈争论。

经过本次沙龙讨论,提出以下建议:1)组建国家新型结核病诊断技术科研团队,整合资源,尽可能避免各自为政和重复研究。2)既要不断推出结核病新型诊断技术,还要高度重视涂片、培养等传统诊断技术的应用,加强传统诊断技术的改良探讨和研究,力争研发出适合广大基层推广应用的诊断技术。3)积极开展结核病的转化医学研究,建立跨学科、跨专业的结核病产学研用的创新体系。4)在对现行各种结核病诊断技术进行充分评估的基础上,尽快制定符合中国国情且统一、科学、高效的结核病临床诊断路径,规范结核病诊断流程。5)加大应用免疫学技术防治结核病的研究力度,积极开展结核病分子生物学研究,为快速准确的耐多药结核病诊断试剂和新型耐多药结核病治疗药物的开发提供方法学基础。

详见中国科协网<http://www.cast.org.cn/n35081/n35533/n38560/16005154.html>。