

基于波动方程的 Ansys 模型黏弹性边界条件研究

林义^{1,2}, 王朝令^{1,3}, 刘争平¹, 牛东兴²

1. 西南交通大学地球科学与环境工程学院, 成都 610031

2. 中铁西北科学研究院有限公司, 兰州 730000

3. 四川农业大学土木工程学院, 成都 611830

摘要 研究了应用 Ansys 有限元软件进行地震波场数值模拟的边界条件问题, 提出一种基于波动方程的 Ansys 模型黏弹性边界条件构建方法。由波动方程推导并建立了黏弹性边界条件的理论基础, 在 Ansys 模型中选用带阻尼的 Combin14 单元作为加载有限元, 采用 APDL 代码成功地将黏弹性边界条件施加于 Ansys 模型中。对模型进行实例计算, 在模型边界设置虚拟检波器, 加载 Ricker 子波震源, 提取计算后的波场快照和时间记录进行对比, 结果显示, 所施加的黏弹性边界条件可以很好地吸收边界反射波, 表明了该方法所构建的 Ansys 模型黏弹性边界条件的有效性。

关键词 Ansys 模型; 黏弹性边界; 波动方程

中图分类号 P631.4⁺1; TU458⁺.3

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2014.22.003

Realization of the Viscoelastic Boundary Conditions Based on Wave Equations in Ansys Software

LIN Yi^{1,2}, WANG Zhaoling^{1,3}, LIU Zhengping¹, NIU Dongxing²

1. Faculty of Geoscience and Environmental Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China

2. Northwest Research Institute Co., Ltd. of CREC, Lanzhou 730000, China

3. College of Civil Engineering, Sichuan Agricultural University, Chengdu 611830, China

Abstract This paper researched boundary conditions of numerical simulation of seismic wave field in the application of finite element software Ansys. We propose a viscoelastic boundary conditions based on wave equation. Deduced from the wave equation and a viscoelastic boundary conditions theoretical foundation established, we selected damping Combin 14 unit as load finite element method, adopted APDL code successfully to apply viscoelastic boundary conditions in Ansys. The examples set up a virtual detector in the model boundaries, loaded Ricker wavelet source, extract wave field snapshot and time recording. Compared results demonstrate that viscoelastic boundary conditions imposed can well absorb boundary reflection, it shows the effectiveness of the viscoelastic model boundary conditions.

Keywords Ansys software; viscoelastic boundary; wave equation

波动方程在空间域中的计算中, 必须引入假定的边界以使计算量在计算机可承受的范围内, 若使波动在整个计算域传播而不加载边界, 将会使得结果中边界附近值包含出射波, 加载边界的另一点是模拟能量的向外扩散, 直接将位移

归零的齐次 Dirichlet 边界条件是不适用的, 当采用 Dirichlet 边界条件时, 边界处会产生实质的反射, 这种边界反射可使计算结果退化, 而采用吸收边界条件时极少会产生这种反射。

收稿日期: 2014-04-21; 修回日期: 2014-06-11

基金资助: 国家自然科学基金项目(40874051)

作者简介: 林义, 博士研究生, 工程师, 研究方向为隧道地震超前预报, 电子邮箱: 766708597@qq.com

引用格式: 林义, 王朝令, 刘争平, 等. 基于波动方程的 ANSYS 模型黏弹性边界条件研究[J]. 科技导报, 2014, 32(22): 29-33.

在吸收边界条件方面,标准的方法是 Clayton 等^[1]提出的二维空间弹性波动方程的二阶边界条件,这种边界是基于弹性波动方程的旁轴近似; Reynolds^[2]引入了声波方程的吸收边界条件,并扩展到弹性方程; Liao 等^[3]导出了声波方程和弹性波场的外推方法,该方法与时间-空间域外推密切相关,被包括 Higdon 等^[4]讨论过,但外推法计算的是点而非网格,因此必须引入内插方法才能实现; Scandrett 等^[5]在弹性介质的自由表面采用一阶边界条件吸收 Rayleigh 面波; Cerjan 等^[6]、Sochacki 等^[7]基于扩大计算区域并在扩大的部分上采用阻尼机理来施加边界; Randall^[8]开发的边界条件基于如下步骤:在每个时间步中应用 Fourier 变换于相切的空间变量,采用有线差分法将变形位移转换为满足声波方程的势函数,然后应用 Lindman^[9]的针对声波的吸收边界条件,将其转换到时间-空间域的位移中; Randall^[8,10]随后在速度-应力的弹性波动方程中采用了这种算法; Long 等^[11]分解波场为压缩应力和切应力,用梯度标识传播方向,然后对每个应力求得单向波动方程。

采用有限元模拟时,通常采用时间域的透射边界处理,这种边界由一维或二维的条件导出,并使得没有能量从边界反射,其中应用最广泛的是 Lysmer 等^[12]引入的黏弹性边界,采用黏弹性阻尼来代替远场边界。Novak 等^[13]提出了平面应变边界,主要用于嵌入基础和桩基中,但平面应变边界包含依赖于频率的项,这对于在加载瞬态载荷的瞬态响应分析中会变的比较复杂。相比之下黏弹性边界应用更广泛,加载简单,且对整个计算所增加的计算量可以忽略不计,在采用黏弹性边界时,极少会产生边界反射。本文提出一种利用波动方程构建 Ansys 模型黏弹性边界条件的实现方法。

1 边界条件的建立

当波穿过介质时,波前的应力产生在径向和横向两个分量上,假定为平面应力条件,径向位移的波动方程为^[14]

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = \frac{2G + \lambda}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{r^2} u_r \right) \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (2)$$

式中, u_r 为径向位移; λ 为 Lamé 常数; E 为杨氏模量; ν 是泊松比; t 为时间; G 为压缩模量; r 为径向半径; ρ 为密度。

将径向位移 u_r 用位移势函数 ϕ 表示,即

$$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (3)$$

则式(1)可表示为

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{2G + \lambda}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad (4)$$

两边都对 r 进行积分,则波动方程用 ϕ 表示为

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = v_p^2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad (5)$$

式中, v_p 为纵波速度

$$v_p = \sqrt{\frac{2G + \lambda}{\rho}} \quad (6)$$

则可得到估计表达式

$$\phi(r, t) = \frac{1}{\sqrt{r}} f \left(\frac{r}{v_p} - t \right) \quad (7)$$

用 f' 表示频率 f 的导数,则径向位移 u_r 、径向应力 σ_r 、径向应变 ε_r 、横向应变 ε_θ 可以用频率 f 和半径 r 表示为

$$u_r(r, t) = \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{-1}{2r^{3/2}} f + \frac{1}{v_p \sqrt{r}} f' \quad (8)$$

$$\varepsilon_r = \frac{f'}{v_p r^{3/2}} - \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{f}{2r^{3/2}} \quad (9)$$

$$\varepsilon_\theta = -\frac{u_r}{r} = \frac{1}{2r^{3/2}} f - \frac{1}{v_p r^{3/2}} f' \quad (10)$$

$$\sigma_r(r, t) = (2G + \lambda) \left(-\frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) - 2G \left(\frac{1}{2r^{3/2}} f - \frac{1}{v_p r^{3/2}} f' \right) \quad (11)$$

对于任意半径 r_b ,对于频率 f 的任意时刻导数都是其对幅角导数的相反值,在径向 r_b 处的位移、速度和加速度可表示为

$$u_r(r_b, t) = \frac{-1}{2r_b^{3/2}} f(r_b, t) + \frac{1}{v_p \sqrt{r_b}} f'(r_b, t) \quad (12)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t}(r_b, t) = \frac{1}{2r_b^{3/2}} f'(r_b, t) - \frac{1}{v_p \sqrt{r_b}} f''(r_b, t) \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}(r_b, t) = \frac{1}{2r_b^{3/2}} f''(r_b, t) - \frac{1}{v_p \sqrt{r_b}} f'''(r_b, t) \quad (14)$$

在径向 r_b 处的二阶时间导数为

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}(r_b, t) = \frac{1}{\sqrt{r_b}} f''(r_b, t) \quad (15)$$

将式(15)代入式(11)可得 $f(r_b, t)$ 在边界的应力为

$$\sigma_r(r_b, t) = (2G + \lambda) \left(\frac{-1}{v_p^2 \sqrt{r_b}} f' \right) - 2G \left(\frac{1}{2r_b^{3/2}} f - \frac{1}{v_p r_b^{3/2}} f' \right) \quad (16)$$

对式(16)进行时间微分,即

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial t}(r_b, t) = \frac{2G}{r_b} \left[\frac{\partial u_r}{\partial t}(r_b, t) + \frac{(2G + \lambda)r_b}{2G} \frac{1}{v_p^2 \sqrt{r_b}} f'' \right] \quad (17)$$

联立式(17)和式(18),可消去未知函数 f ,则在径向 r_b 处压缩波的量值为

$$\sigma_r + \frac{2r_b}{v_p} \frac{\partial \sigma_r}{\partial t} = \frac{2G}{r_b} \left(u_r + \frac{2r_b}{v_p} \frac{\partial u_r}{\partial t} + \frac{r_b^2}{v_p^2} \frac{2G + \lambda}{G} \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} \right) \quad (18)$$

对于在有限元中集合时间的边界,在实现中若采用弹簧形式将会非常方便。Wolf^[15]提供的弹簧模型如图1所示,其中 $f_i(t)$ 为随时间变化的力, k 为弹簧系数, c 为阻尼系数, m 为质量。

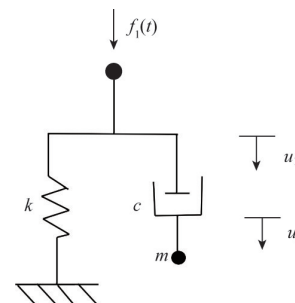


图1 弹簧模型

Fig.1 Spring model

上述弹簧模型的波动方程为

$$ku_1 + c(\dot{u}_1 - \dot{u}_2) = f_1 \quad (19)$$

$$m\ddot{u}_2 + c(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = 0 \quad (20)$$

由式(20)可得

$$\dot{u}_2 = \frac{1}{c}(ku_1 + c\dot{u}_1 - f_1) \quad (21)$$

式(21)对时间求导为

$$\ddot{u}_2 = \frac{1}{c}(k\dot{u}_1 + c\ddot{u}_1 - \dot{f}_1) \quad (22)$$

将式(21)和式(22)代入式(20)可得第一个自由度的波动方程

$$f_1 + \frac{m}{c}\dot{f}_1 = k\left(u_1 + \frac{m}{c}\dot{u}_1 + \frac{m}{k}\ddot{u}_1\right) \quad (23)$$

联立式(19)~(23)可以得到等价的质量、阻尼和分布刚度,即

$$m = 2\rho r_b \quad (24)$$

$$c = \rho v_p \quad (25)$$

$$k = \frac{2G}{r_b} u \quad (26)$$

2 边界条件的施加

将式(24)~(26)所得值赋予弹簧模型来确定黏弹性边界。

二维人工边界等效物理系统的弹簧系数 k 和阻尼系数 c ,在针对切向边界时为

$$k_{BT} = \alpha_T \frac{G}{r_b} \quad c_{BT} = \rho v_s \quad (27)$$

在针对法向边界时为

$$k_{BN} = \alpha_N \frac{G}{r_b} \quad c_{BN} = \rho v_p \quad (28)$$

式中, k_{BT} 、 k_{BN} 分别为弹簧的切向刚度和法向刚度; r_b 为波源至人工边界点的距离; v_s 、 v_p 分别为S波波速和P波波速; G 为介质剪切模量; ρ 为介质质量密度; α_T 、 α_N 分别为切向和法向的黏弹性人工边界参数, α_T 、 α_N 合理的取值范围分别为[0.35,0.65]和[0.8,1.2]^[16]。

在 Ansys 软件中,适合用来做黏弹性边界的单元选用 Combin14 边界加载方式(图2)。

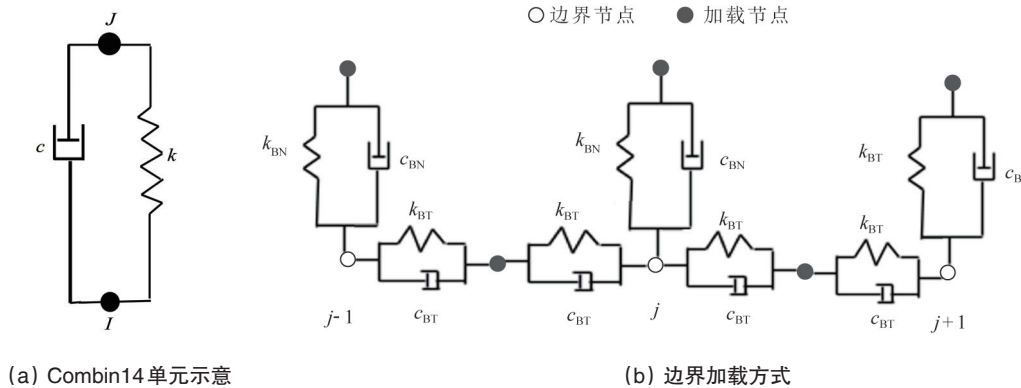


图2 Combin14单元及边界加载方式

Fig. 2 Combin14 unit schematic and boundary loading mode

Combin 14单元在一维、二维或三维应用中具有轴向或扭转的性能,纵向阻尼弹簧是单轴压缩张力的单元,在每个节点有3个自由度(x 、 y 、 z),不考虑扭转和弯曲,另外弹簧阻尼单元没有质量矩阵。

按照式(27)和式(28)将Combin14在模型周边布设,利用如图3所示的模型计算在四周是Dirichlet边界和黏弹性边界的数值模拟,震源为100 Hz的Ricker子波,加载方向竖直向下,网格划分长度0.5 m,其观测系统以震源为中心,两边等间距,道间距为2 m,道数为48道,分别取得震源两边的时间记录,如图4所示,图4中左边为直接将位移归零的Dirichlet边界在同样的模型中所得时间记录,右边为施加黏弹性边界后的时间记录。

模型右边界的Ansys代码为

```
*get,npmax,node,,num,maxd
*do,ip,0,150
npnum=node(xo,ip*dxy+yo,0)
```

```
x=nx(npnum)
y=ny(npnum)
R1y=sqrt(x*x+y*y)
KbN1yf=alphaN*G1/R1y*dxy
CbN1yf=mo*ao*dxy
r,3,KbN1yf,CbN1yf
KbT1yq=alphaT*G1/R1y*dxy
CbT1yq=mo*bo*dxy
r,4,KbT1yq,CbT1yq
npmax=npmax+1
n,npmax,x-1*dxy,y
type,2
real,3
e,npnum,npmax
d,npmax,all,0
npmax=npmax+1
```

```
n,npmax,x,y+0.5*dx
type,2
real,4
e,npnum,npmax
d,npmax,all,
*enddo
```

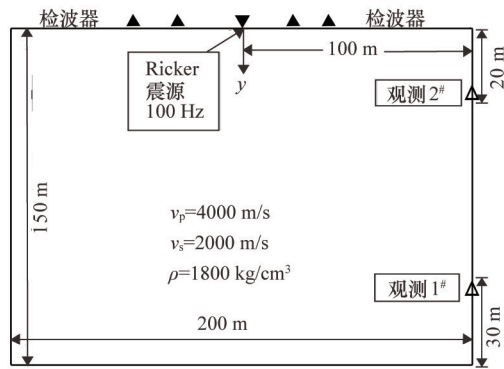


图3 模型图

Fig. 3 Model diagram

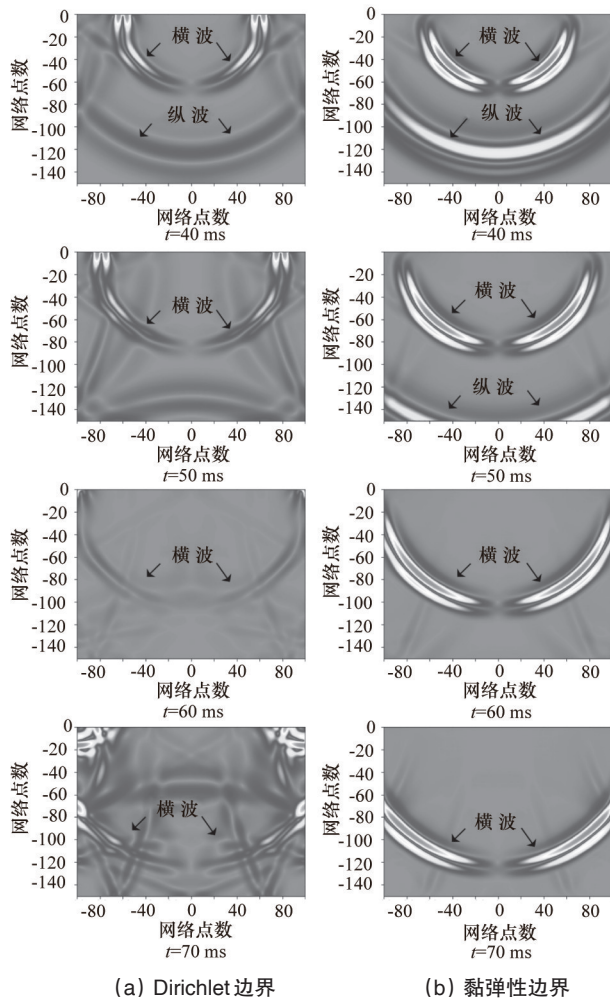


图4 两种边界的波场快照

Fig.4 Wavefield snapshot of two boundary

上述的APDL代码对模型右边界的黏弹性边界条件进行了定义,首先得到边界已经定义的最大结点数,存入参量npmax,然后定义循环,其中150与边界长度150 m相对应,然后由右下角坐标 (x_0, y_0) 开始获取节点编号并赋予npnum参量,再返回节点npnum的x坐标值,计算从震源到人工边界点的距离,由此定义新Combine14单元的切向刚度和阻尼系数,并将其定义为实常数,继续定义新Combine14单元的切向刚度和阻尼系数,并将其定义为实常数,然后定义左边界法向节点以便与边界上的节点形成新的法向单元,并定义单元的类型和实常数,切向单元与法向单元的定义相似,最后完成循环。若定义为Dirichlet边界条件,则不加任何边界APDL代码,直接采用默认值。

由于是在模型四周施加黏弹性边界,所以直达P波和直达S波都受到了压制,且相较之下S波受影响更大,原因是由于黏弹性边界的影响,除了直达P波、S波之外,没有其他的波反射到接收排列上,也从这个角度证明黏弹性边界可以有效地吸收反射,在默认边界位移归零的Dirichlet边界所得的记录中,各边界的反射波返回后,使得对波的辨识和同相轴的识别都变得比较困难。图3为加载黏弹性边界的模型和Dirichlet边界的模型,图4和图5分别为对应的波传播的波场快照和时间记录。比较相同时刻波场快照和时间记录,可以得出在Dirichlet边界的波场快照中各种反射波夹杂在一起,使得波场不易辨识,增加了波场识别的难度。

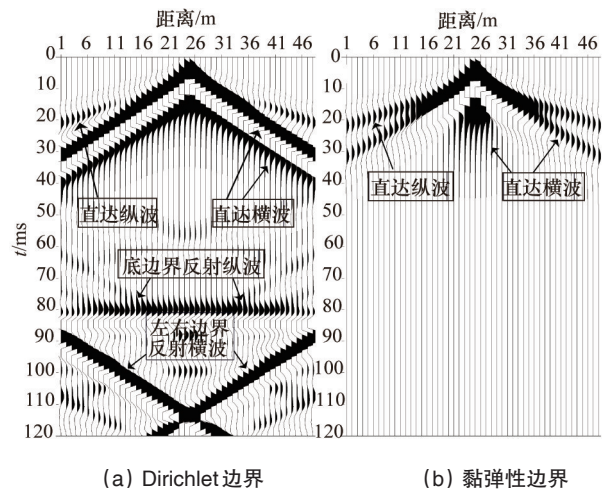


图5 两种边界的时间记录

Fig. 5 The two boundary time record

3 结论

通过波动方程,推导建立了采用弹簧模型的黏弹性边界条件,后将其引入到Ansys软件中,应用APDL代码,完成了以Combin14单元为基础黏弹性的边界条件施加,实例计算表明采用这种方法可以很好的吸收边界反射波,究其原因,黏弹性人工边界单元本质上是一种真正的有限元,它的收敛性和

精度等变化规律与普通有限单元相同,因此只要满足有限元的基本要求,则加载边界时的模拟计算结果就不会受太大影响。

黏弹性边界单元具有简便和参数稳定等特点,便于在大型有限元软件中使用,通过笔者的分析计算,实现了在Ansys中的黏弹性边界加载,为进一步的应用Ansys有限元软件进行弹性波场的模拟提供处理方法。

参考文献(References)

- [1] Clayton R, Engquist B. Absorbing boundary conditions for wave-equation migration[J]. Geophysics, 1980, 45(5): 895-904.
- [2] Reynolds A C. Boundary conditions for the numerical solution of wave propagation problems[J]. Geophysics, 1978, 43(6): 1099-1110.
- [3] Liao Z P. Extrapolation non-reflecting boundary conditions[J]. Wave Motion, 1996, 24(2): 117-138.
- [4] Higdon R L. Absorbing boundary-conditions for elastic-waves[J]. Geophysics, 1991, 56(2): 231-241.
- [5] Scandrett C L, Kriegsmann G A, Achenbach J D. Scattering of a pulse by a cavity in an elastic half-space[J]. Journal of Computational Physics, 1986, 65(2): 410-431.
- [6] Cerjan C, Kosloff D, Kosloff R, et al. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations[J]. Geophysics, 1985, 50(4): 705-708.
- [7] Sochacki J, Kubichek R, George J, et al. Absorbing boundary conditions and surface waves[J]. Geophysics, 1987, 52(1): 60-71.
- [8] Randall C J. Absorbing boundary-condition for the elastic wave-equation velocity-stress formulation[J]. Geophysics, 1989, 54(9): 1141-1152.
- [9] Lindman E L. Free-space boundary conditions for the time dependent wave equation[J]. Journal of Computational Physics, 1975, 18(1): 66-78.
- [10] Randall C J. Absorbing boundary condition for the elastic wave equation [J]. Geophysics, 1988, 53(5): 611-624.
- [11] Long L T, Liow J S. A transparent boundary for finite-difference wave simulation[J]. Geophysics, 1990, 55(2): 201-208.
- [12] Lysmer J, Kuhlemeyer R L. Finite dynamic model for infinite media [J]. Journal of engineering mechanics, 1969, 95(4): 859-877.
- [13] Novak M, Hindy A. Seismic analysis of underground tubular structures. Proceedings of the 7th World Conference on Earthquake Engineering. (1980)[C]. Istanbul, Turk: Turk Ankara Natl Common Earthquake Eng, 1980, 287-294.
- [14] Deeks A J, Randolph M F. Axisymmetrical time-domain transmitting boundaries[J]. Journal of Engineering Mechanics-Asce, 1994, 120(1): 25-42.
- [15] Wolf J P. A comparison of time-domain transmitting boundaries[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1986, 14(4): 655-673.
- [16] 刘晶波, 谷音, 杜义欣. 一致粘弹性人工边界及粘弹性边界单元[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(9): 1070-1076.
Liu Jingbo, GuYin, Du Yixin. Consistent viscous-spring artificial boundaries and viscous-spring boundary elements[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(9): 1070-1075.

(责任编辑 韩星明)

·学术动态·



中国科学技术协会

中国全面启动人类蛋白质组计划

2014年6月10日,“中国人类蛋白质组计划(CNHPP)”在北京召开第一次工作部署会,科学技术部、总后勤部相关领导及全国40多个科研单位的70余名院士、专家出席。

“人类蛋白质组计划(HPP)”是继“人类基因组计划”之后,人类全面探索自我奥秘征程中又一科技工程,是新世纪第一个国际大型科技合作计划。中国科学家率先倡导并领衔了人类第一个器官(肝脏)国际蛋白质组计划(HLPP),开中国引领国际大型科技合作计划之先河,所形成的理论框架、整体策略和技术标准被国际同行认可和应用,为人类蛋白质组计划的全面展开发挥了示范和指导作用。构建了人类第一个器官(肝脏)蛋白质组图谱,出版人类首个器官蛋白质组“百科全书”,相关数据得到国际著名专业机构等认同及广泛使用,成为人类蛋白质百科全书主体内容之一。近4年,中国在该领域国际核心期刊发文量直线上升,跃居世界第二。在乙酰化新的代谢通路调控机制、炎症诱发肿瘤、骨形成调节、疾病易感性等方面取得系列原创成果,被国际权威评述为重大突破性进展。

“中国人类蛋白质组计划”产生的大数据将全景式地揭示人体蛋白质组成及其调控规律,解读人类基因组这部“天书”。构建的人类蛋白质组生理和病理图谱,将准确呈现各种病理状态下蛋白质组的变化,揭示疾病的发病机制和病理过程,发现系列新型诊断标志物、治疗靶点和创新药物,为全面提高疾病防诊治水平提供新策略新手段。

详见中国新闻网 <http://www.chinanews.com/gn/2014/06-10/6265206.shtml>。