

Wiener过程在非线形退化建模中的应用

王浩伟¹, 徐廷学², 贺英政³

1. 海军航空工程学院研究生管理大队, 烟台 264001
2. 海军航空工程学院兵器科学与技术系, 烟台 264001
3. 海军航空工程学院训练部, 烟台 264001

摘要 针对Wiener过程为线性随机过程而产品性能退化为非线性的情况, 提出一种时间尺度转换方法, 首先通过时间尺度转换把非线性退化数据转换成线性退化数据, 采用Wiener过程对其进行建模分析, 然后通过时间尺度逆转换实现产品在原有时间尺度下的可靠性评估。给出了Wiener过程参数估计的步骤和方法, 并以某型导弹电连接器的加速退化数据为例, 阐述了基于时间尺度转换的Wiener过程在非线形退化建模中的应用。结果表明, 时间尺度转换方法成功实现了电连接器的可靠性评估, 从而拓展了Wiener过程的应用范围, 为非线形退化建模提供了一种有效途径, 并为退化型产品的可靠性评估提供了可行的思路。

关键词 Wiener过程; 非线形退化; 时间尺度转换; 电连接器

中图分类号 TB114.3

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2014.2.010

Application of Wiener Processes on Modeling Nonlinear Degradation

WANG Haowei¹, XU Tingxue², HE Yingzheng³

1. Graduate Students' Brigade, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China
2. Department of Ordnance Science and Technology, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China
3. Department of Discipline, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China

Abstract According to the situation that a Wiener process is linear stochastic process but performance degradation processes are nonlinear, an approach based on time scale transformations was proposed. Firstly, nonlinear degradation data was transformed to linear degradation data with time scale transformations. Then, the transformed linear degradation data was modeled by Wiener processes. Lastly, with inverse time scale transformations, reliability assessments of product were implemented at the former time scale. On the base of introducing Wiener processes, the method and processes of parameters estimation were presented. Taking accelerated degradation data of certain type missile electrical connectors as example, the application of Wiener processes on modeling nonlinear degradation processes with time scale transformations was detailed illustrated. Results show that the method of time scale transformations extends the applications of Wiener processes, and provides an effective approach for modeling nonlinear degradation. The method successfully realized reliability assessment of the electrical connector, and offers a feasible idea of assessing reliability for other degradation products.

Keywords Wiener process; nonlinear degradation; time scale transformation; electrical connector

近年来,越来越多的长寿命、高可靠性产品出现在军工、航空航天等领域。即使加速寿命试验也很难在可接受的时间内使这些产品发生失效,采用传统的基于失效寿命数据的

可靠性评估方法已难于对其寿命进行有效预测。由于很多长寿命、高可靠性产品的某些性能指标会随着时间产生退化,而且退化程度与产品寿命存在某种联系,所以可通过性

收稿日期: 2013-05-27; 修回日期: 2013-12-13

基金项目: 山东省自然科学基金项目(ZR2011FQ002)

作者简介: 王浩伟, 博士研究生, 研究方向为装备综合保障技术, 电子信箱: 13705355730@139.com; 徐廷学(通信作者), 教授, 研究方向为装备综合保障理论与技术, 电子信箱: xtx-yt@163.com

引用格式: 王浩伟, 徐廷学, 贺英政. Wiener过程在非线形退化建模中的应用[J]. 科技导报, 2014, 32(2): 64-67.

能退化分析的途径研究产品性能退化与寿命之间的关系,通过退化数据对产品进行可靠性评估与寿命预测。

Wiener 过程描述的是一种随机过程,可用于对具有平稳、独立高斯增量的性能退化过程进行建模。由于其良好的统计特性,Wiener 过程被广泛应用于退化数据的统计分析中。Whitmore^[1]在考虑测量误差情况下,采用 Wiener 过程对性能退化过程进行了建模。Whitmore 等^[2]利用时间尺度变换,采用 Wiener 模型对电缆退化数据进行了统计分析。周经伦等^[3]利用 Wiener 过程对航天机电产品进行可靠性建模并实现了寿命预测。王小林等^[4]利用 Wiener 过程对金属化膜电容器进行性能退化分析,提出了剩余寿命的估计方法。由于 Wiener 过程描述的是线性随机过程,所以无法对非线性退化过程进行建模。本文提出一种时间尺度转换方法,并研究基于时间尺度转换的 Wiener 过程在非线性退化建模中的应用。

1 Wiener 过程

设 $X(t)$ 表示样品在时刻 t 的性能退化量,如果满足以下 3 条性质,则随机过程 $X(t)$ 为 Wiener 过程^[5]。

1) $\Delta X(t)$ 为时刻 t 到时刻 $t+\Delta t$ 的退化增量,则有

$$\Delta X(t)=X(t+\Delta t)-X(t)\sim N(\mu\Delta t,\sigma^2\Delta t) \quad (1)$$

2) 在任意不相交的时间段 $[t_1,t_2],[t_3,t_4]$,退化增量 $X(t_2)-X(t_1)$ 与 $X(t_4)-X(t_3)$ 相互独立。

3) $X(0)=0$,且 $X(t)$ 在 $t=0$ 处连续。

Wiener 过程可由式(2)描述,即

$$X(t)=\mu\cdot t+\sigma\cdot W(t) \quad (2)$$

式中, μ 为漂移参数; σ 为扩散参数; $W(t)$ 为标准 Wiener 过程。

式(2)可用于对线性退化的产品进行建模,但许多产品的退化过程是非线性的。如果存在 t 的非负单调增函数 $\gamma(t)$,式(2)可写为

$$X(t)=\mu\cdot\gamma(t)+\sigma\cdot W(\gamma(t)) \quad (3)$$

设 $\tau=\gamma(t)$,通过对时间 t 进行尺度变换,可将非线性退化过程转化为线性退化过程。式(3)可转化为

$$Y(\tau)=\mu\cdot\tau+\sigma\cdot W(\tau) \quad (4)$$

此时式(4)为线性 Wiener 过程, $Y(\tau)$ 为相对于 $X(t)$ 的性能退化量,且 $Y(\tau)=X(t)$ 。设样品的失效阈值 l 为一常量,当退化量 $Y(\tau)$ 首次达到失效阈值时定义为样品失效,样品寿命 ξ 满足

$$\xi=\inf\{Y(\tau)\geq l\} \quad (5)$$

样品退化量首次达到失效阈值的时间分布服从逆高斯分布^[5,6],概率密度函数为

$$f(\tau|\mu,\sigma,l)=\frac{l}{\sqrt{2\pi\sigma^2\tau^3}}\exp\left[-\frac{(l-\mu\tau)^2}{2\sigma^2\tau}\right] \quad (6)$$

可靠度函数为

$$R(\tau)=\Phi\left(\frac{l-\mu\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}\right)-\exp\left(\frac{2\mu l}{\sigma^2}\right)\Phi\left(\frac{-l-\mu\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}\right) \quad (7)$$

式中, $\Phi(\cdot)$ 为标准正态函数。将 $\tau=\gamma(t)$ 分别代入式(6)、式(7)可得产品的概率密度函数和可靠度函数。

2 参数估计

假设 Y_{ijk} 为第 j 个样品在第 k 个加速应力下第 i 次测量值, t_{ijk} 为第 j 个样品在第 k 个加速应力下进行第 i 次测量的时间点, τ_{ijk} 为与 t_{ijk} 相对应的时间转化值。 $\Delta Y_{ijk}=Y_{ijk}-Y_{(i-1)jk}$ 为性能退化量的增量, $\Delta\tau_{ijk}=\tau_{ijk}-\tau_{(i-1)jk}$ 为时间增量。根据 Wiener 过程的特性可知

$$\Delta Y_{ijk}\sim N(\mu\Delta\tau_{ijk},\sigma^2\Delta\tau_{ijk}) \quad (8)$$

由性能退化数据得到似然函数为

$$L(\mu,\sigma)=\prod_{i=1}^{n_1}\prod_{j=1}^{n_2}\prod_{k=1}^{n_3}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\Delta\tau_{ijk}}}\exp\left[-\frac{(\Delta Y_{ijk}-\mu\Delta\tau_{ijk})^2}{2\sigma^2\Delta\tau_{ijk}}\right] \quad (9)$$

式中, n_1 、 n_2 、 n_3 分别为某个样品的测量次数、某个组合应力下的试验样品数和组合应力的个数。

目前加速试验中常用的加速应力有温度、湿度、电应力、振动等,常用的加速模型有阿伦尼斯模型、逆幂率模型、艾林模型等^[7,8]。对于温度加速应力,一般采用阿伦尼斯模型描述 Wiener 过程参数与加速应力之间的关系。根据之前的文献,一般假定在各组合应力下 μ 与加速应力有关且满足式(10), σ 不随加速应力的改变而变化^[9],即

$$\mu=a\exp\left(\frac{-b}{T_k}\right) \quad (10)$$

式中, a 和 b 为待估常数; T_k 为温度应力水平。

将式(10)代入式(9)可得似然函数为

$$L(a,b,\sigma)=\prod_{i=1}^{n_1}\prod_{j=1}^{n_2}\prod_{k=1}^{n_3}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\Delta\tau_{ijk}}}\cdot\exp\left\{-\left[\Delta Y_{ijk}-a\exp\left(\frac{-b}{T_k}\right)\Delta\tau_{ijk}\right]^2/2\sigma^2\Delta\tau_{ijk}\right\} \quad (11)$$

将 ΔY_{ijk} 、 $\Delta\tau_{ijk}$ 、 T_k 代入式(11),可解得未知参数 a 、 b 、 σ 估计值。

3 性能退化数据的统计分析

3.1 实例描述

实例为某型导弹电连接器。温度是促使电连接器发生接触失效的主要因素,它会加速电连接器的物理、化学变化过程^[10]。试验中选取温度作为加速应力,并采用恒定应力加速退化试验方法对电连接器进行性能退化研究。根据电连接器的技术文件规定,确定接触电阻的失效阈值为 5 m Ω 。

1) 抽取 24 个样品,选择 $T_1=80^\circ\text{C}$ 、 $T_2=100^\circ\text{C}$ 、 $T_3=125^\circ\text{C}$ 3 个温度应力水平进行性能退化试验,每个温度应力水平下投放 8 个样品。 $T_0=40^\circ\text{C}$ 为正常工作的温度应力水平。

2) 在 T_1 温度应力水平下,对样品的性能退化量进行 30 次测量,每次测量间隔 48 h;在 T_2 温度应力水平下进行 25 次测量,每次测量间隔 36 h;在 T_3 温度应力水平下进行 20 次测量,每次测量间隔 24 h。

3) 在 $T_0=40^\circ\text{C}$ 温度应力水平下,使用 Agilent 3458a 数字多用表对样品的性能退化量进行测量,要求样品在测量前冷却到 T_0 温度。

3.2 性能退化数据的时间尺度转换

样品在3个不同温度应力水平下的退化数据如图1所示,样品在各应力水平下的退化轨迹相似,且属于非线性退化。根据对电连接器接触电阻增长规律的分析^[11,12],退化量与时间之间满足

$$X(t|T) = \exp(\alpha + \beta/T) \cdot \sqrt{t} \quad (12)$$

式中, α, β 为常数; T_k 为温度应力水平。

通过对各温度应力水平下样品的性能退化数据进行拟合,验证了退化量与时间的关系满足式(12)。由于Wiener过程描述的是线性随机过程,需要进行时间尺度转换,把退化量与时间转换为线性关系。根据式(12),设 $\tau = \sqrt{t}$ 进行时间尺度转换,转换后退化量 $Y(\tau)$ 与 τ 呈线性关系,如图2所示。此时 $Y(\tau)$ 可用线性Wiener过程描述,即

$$Y(\tau) = \mu \cdot \tau + \sigma \cdot W(\tau) \quad (13)$$

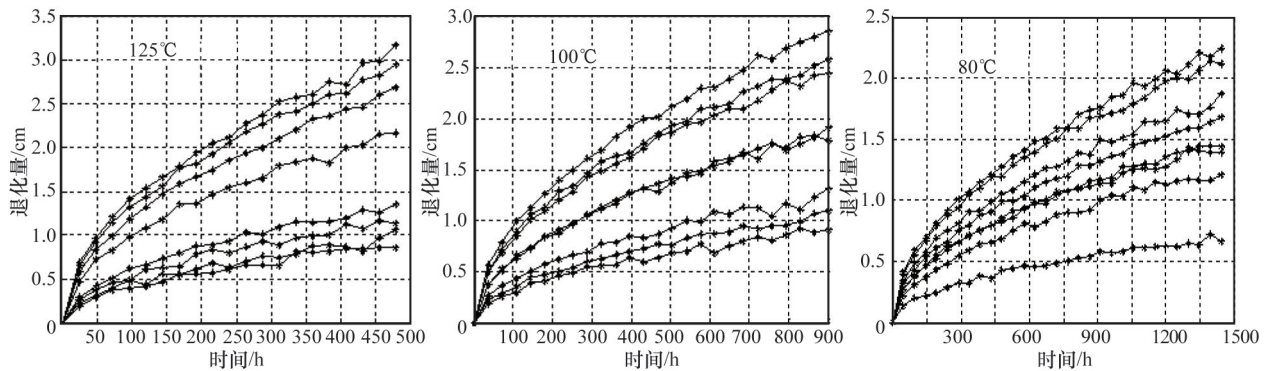


图1 样品在3个温度应力水平下的退化数据

Fig. 1 Degradation data of samples at 3 temperature stress levels

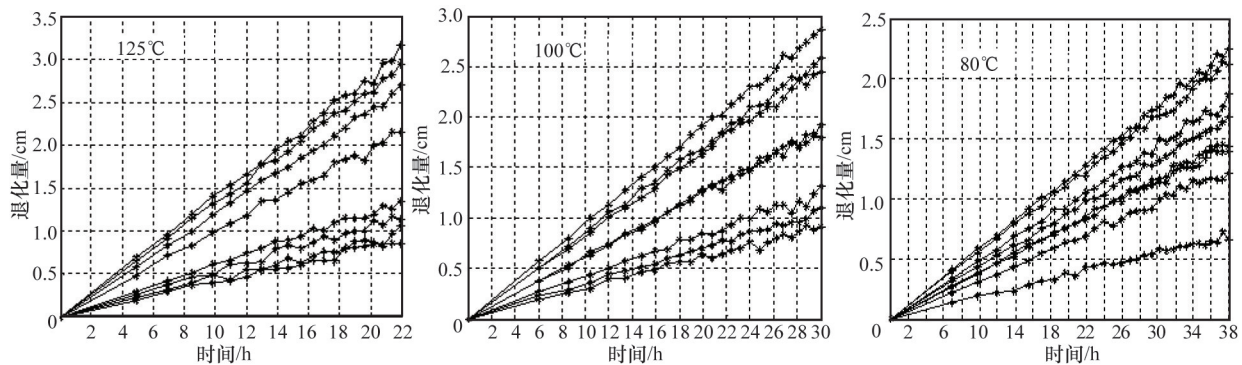


图2 时间尺度转换后的退化数据

Fig. 2 Degradation data after time scale transformations

3.3 可靠性评估与寿命预测

对测量数据 $(\Delta X_{ijk}, \Delta t_{ijk})$ 进行时间尺度转换,得到 $(\Delta Y_{ijk}, \Delta \tau_{ijk})$ 。将其代入式(11),通过极大似然估计可解得 $(\hat{a}, \hat{b}, \hat{\sigma})$ 为 (27.124, 2326.633, 0.050)。根据式(10),可解得在 T_0 下 $\hat{\mu}_0 = 1.609 \times 10^{-2}$ 。将 $\tau = \sqrt{t}$ 代入式(6),可得电连接器在 T_0 下的失效密度函数为

$$f(t) = \frac{40.010}{t^{3/4}} \exp\left[-\frac{(5 - 1.609 \times 10^{-2} \cdot t^{1/2})^2}{4.971 \times 10^{-3} \cdot t^{1/2}}\right] \quad (14)$$

由式(5)可得电连接器在 T_0 下的可靠度函数为

$$R(t) = \Phi\left(\frac{5 - 0.01609 \cdot t^{1/2}}{0.050 \cdot t^{1/4}}\right) - 9.045 \times 10^{27} \cdot \Phi\left(\frac{-5 - 0.01609 \cdot t^{1/2}}{0.050 \cdot t^{1/4}}\right) \quad (15)$$

电连接器在 T_0 下的概率密度曲线和可靠度曲线分别如图3、图4所示。

电连接器在 T_0 下各个时间点的可靠性如表1所示。

由逆高斯分布的性质可知,在时间尺度 τ 下,平均寿命 $\bar{\xi}_\tau = l/\mu$ 。根据时间尺度转换公式 $\tau = \sqrt{t}$,可得电连接器平均寿命的计算公式为

$$\bar{\xi}_t = \left(\frac{l}{\mu}\right)^2 \quad (16)$$

将式(10)代入式(16),可得

$$\bar{\xi}_t = \left[\frac{5}{27.124 \cdot \exp(-2326.633/T_k)}\right]^2 \quad (17)$$

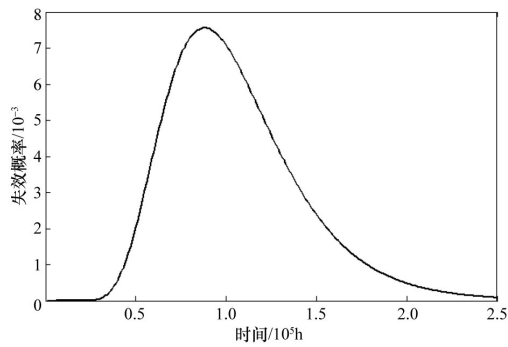


图3 T_0 下的概率密度曲线

Fig. 3 Probability density curve at T_0

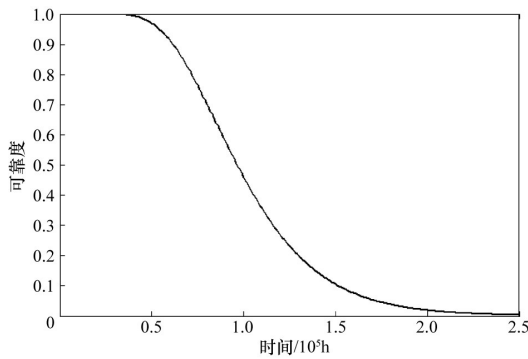


图4 T_0 下的可靠度曲线

Fig. 4 Reliability curve at T_0

表1 电连接器在 T_0 下的可靠度

Table 1 Reliability of electrical connector at T_0

时间/h	40000	50000	60000	70000	80000
可靠度	0.993	0.964	0.899	0.797	0.674

由式(17)可求得电连接器在 T_0 下的平均寿命为 96529 h。电连接器在各温度应力水平下的平均寿命变化趋势如图5所示。

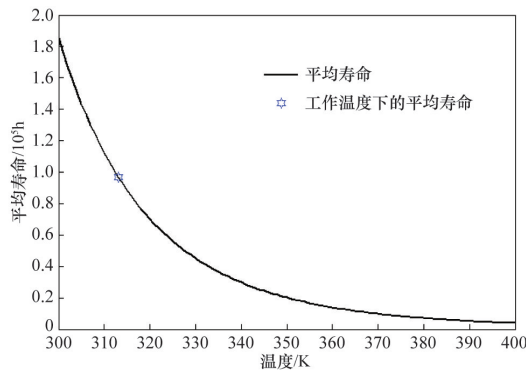


图5 电连接器平均寿命曲线

Fig. 5 Curve of electrical connector mean lifetimes

4 结论

很多高可靠性、长寿命产品具有非线性的退化过程,但对非线性的退化过程进行建模分析一直是个难题。传统的

Wiener 过程建模方法只适用于线性退化过程,基于时间尺度转换的 Wiener 过程为非线性退化过程的建模分析提供了新思路,拓展了 Wiener 过程的应用范围,为非线性退化建模提供了一种有效途径。

参考文献 (References)

- [1] Whitmore G A. Estimating degradation by a Wiener diffusion process subject to measurement error[J]. Lifetime Data Analysis, 1995, 1(3): 307-319.
- [2] Whitmore G A, Schenkelberg F. Modelling accelerated degradation data using Wiener diffusion with a time scale transformation[J]. Lifetime Data Analysis, 1997, 3(1): 27-45.
- [3] 周经伦, 厉海涛, 刘学敏, 等. 维纳过程寿命预测的一种自助法[J]. 系统工程理论与实践, 2011, 31(8): 1588-1592.
Zhou Jinglun, Li Haitao, Liu Xuemin, et al. A bootstrap method of life prediction based on Wiener process [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2011, 31(8): 1588-1592.
- [4] 王小林, 程志君, 郭波. 基于维纳过程金属化膜电容器的剩余寿命预测[J]. 国防科技大学学报, 2011, 33(4): 146-151.
Wang Xiaolin, Cheng Zhijun, Guo Bo. Residual life forecasting of metalized film capacitor based on Wiener process[J]. Journal of National University of Defence Technology, 2011, 33(4): 146-151.
- [5] Wang X. Wiener processes with random effects for degradation data[J]. Journal of Multivariate Analysis, 2010, 101(2): 340-351.
- [6] Seshadri V. The inverse Gaussian distribution[M]. Oxford: Oxford University Press, 1993.
- [7] 赵宇. 可靠性数据分析[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011.
Zhao Yu. Data analysis of reliability[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2011.
- [8] 周源泉, 翁朝曦, 叶喜涛. 论加速系数与失效机理不变的条件[J]. 系统工程与电子技术, 1996, 18(1): 55-66.
Zhou Yuanquan, Weng Chaoxi, Ye Xitao. Study on accelerated factor and condition for constant failure mechanism[J]. Systems Engineering and Electronics, 1996, 18(1): 55-66.
- [9] Si X-S, Wang W, Hu C-H, et al. A Wiener-process-based degradation model with a recursive filter algorithm for remaining useful life estimation[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 35(1-2): 219-237.
- [10] 杨奋为. 军用电连接器创新发展研讨[J]. 机电元件, 2012, 32(4): 52-61.
Yang Fenwei. Discuss on innovation and development of military electrical connector[J]. Electromechanical Components, 2012, 32(4): 52-61.
- [11] 林瑞进, 陈文华, 刘娟, 等. 航天电连接器加速性能退化试验可行性研究[J]. 工程设计学报, 2010, 17(4): 317-320.
Lin Ruijin, Chen Wenhua, Liu Juan, et al. Research on feasibility of accelerated degradation test for aerospace electrical connector[J]. Journal of Engineering Design, 2010, 17(4): 317-320.
- [12] 林思达, 潘骏, 陈文华, 等. 电连接器可靠性研究述评[J]. 机电元件, 2009, 29(4): 52-56.
Lin Sida, Pan Jun, Chen Wenhua, et al. An introductory review on reliability research of electrical connectors[J]. Electromechanical Components, 2009, 29(4): 52-56.

(责任编辑 韩星明)