

基于量纲分析的钉盘磨绕流阻力矩模型构建

赵冬梅¹, 黄鹏², 刁雄³

1. 西南科技大学制造科学与工程学院, 绵阳 621010
2. 四川省宜宾普什集团有限公司, 宜宾 644000
3. 博世包装技术(杭州)有限公司, 杭州 310018

摘要 利用计算流体力学(CFD)方法、正交试验和量纲分析,研究了钉盘磨齿钉所受绕流阻力矩的数学模型。以钉盘磨主要结构参数、操作参数为试验因素,以两圈齿钉所受绕流阻力矩为试验指标,对钉盘磨进行正交试验,并基于量纲分析将试验数据无量纲化,采用各无量纲参数多项式相乘的形式对数据进行拟合,建立了钉盘磨绕流阻力矩数学模型。实例计算结果显示,在两种工况条件下,该模型所计算的第1、2圈齿钉的绕流阻力矩与CFD计算值之间的相对误差分别为9.832%、28.914%和10.321%、5.442%,表明该模型的分析结果满足工程所需精度。

关键词 钉盘磨;绕流阻力矩模型;量纲分析

中图分类号 X712

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2014.14.010

Circumfluent Drag Torque Model for Pin Pulverizer Based on Dimensional Analysis

ZHAO Dongmei¹, HUANG Peng², DIAO Xiong³

1. School of Manufacturing Science and Engineering, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China
2. Sichuan Yibin PUSH Group Co. Ltd., Yibin 644000, China
3. Bosch Packaging Technology (Hangzhou) Co. Ltd., Hangzhou 310018, China

Abstract This paper investigates the mathematical model of circumfluent drag torque of pin pulverizers using computational fluid dynamics (CFD) method, orthogonal test method, and dimensional analysis. The drag torque of pins at two circles was studied based on validation of the computational model. The key structural parameters and operating parameters of the pin pulverizer were considered in the orthogonal test. The orthogonal test data were non-dimensionalized, and the dimensionless parameters' polynomials were used to fit the data, by which the mathematical model of drag torque of the pin pulverizer was established. The computational results show that errors between the predicted value and CFD calculations of the drag torque of pins at two circles under two different conditions were 9.832%, 28.914% and 10.321%, 5.442%, showing this model could satisfy engineering precision.

Keywords pin pulverizer; drag torque model; dimensional analysis

在粉体制备方法中,机械法具有结构简单、操作方便等优点而被广泛采用,该方法主要是通过机械结构的冲击、剪切等作用对物料进行粉碎。钉盘磨是机械法制备粉体的典

型设备,得到了大量研究^[1-3],尤其是随着计算机的发展,越来越多的研究者采用数值方法进行研究,但目前主要是对磨机内流场细节和物料颗粒微观运动轨迹的研究^[4-6],对磨机中齿

收稿日期:2013-09-13;修回日期:2014-03-25

基金项目:国家科技支撑计划项目(2011BAA04B04);国家火炬计划项目(09C2621502330)

作者简介:赵冬梅,讲师,研究方向为机械制造及其自动化,电子信箱:zdongmei@swust.edu.cn

引用格式:赵冬梅,黄鹏,刁雄. 基于量纲分析的钉盘磨绕流阻力矩模型构建[J]. 科技导报, 2014, 32(14): 64-68.

钉所受绕流阻力矩特性的研究还鲜见报道。本文将计算流体力学(CFD)方法、正交试验设计和量纲分析相结合,研究钉盘磨齿钉绕流阻力矩的数学模型。

1 钉盘磨主要参数

钉盘磨的参数主要包括两类:结构参数和操作参数。结构参数指钉盘磨在设计时确定的机械结构的尺寸参数;操作参数指钉盘磨在工作时的参数,如风量、转速等。钉盘磨最主要的结构是粉碎腔,它由2个钉盘相互啮合而成,物料在粉碎区内被粉碎。考虑到计算能力,按文献[5]将其简化为二维情况,如图1所示。考虑齿钉只有两圈,在入口圆周直径一定的情况下,粉碎腔中的主要结构参数和操作参数有:两圈齿钉的径向间隙 l, m ;第1圈齿钉相邻的两个之间的圆心角 $\theta, (^{\circ})$;气流入口速度 $v, m/s$;第1圈齿钉和第2圈齿钉的转速 $\omega_1, \omega_2, r/min$ 。这里假设两圈齿钉在圆周上均布,且第1圈齿钉数是第二圈齿钉数的2倍;第1圈齿钉、第2圈齿钉所在圆周与气流入口和气流出口的距离均为1倍齿钉直径。因此,当 l 和 θ 确定之后,整个粉碎腔的结构也随之确定。

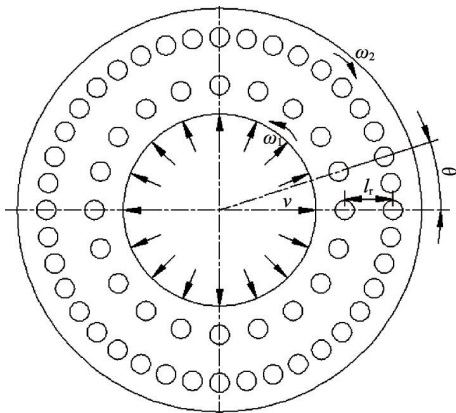


图1 钉盘磨二维模型及参数

Fig. 1 Two-dimensional model and parameters of pin pulverizer

2 正交试验设计与计算

2.1 主要参数正交试验设计

为了考察钉盘磨齿钉在旋转时受流体的阻力情况,对钉盘磨的结构参数和操作参数进行试验设计。流体在流过圆柱齿钉时,齿钉之间的间距对流场的流动状态和齿钉的受力有很大的影响^[6-9]。因此,表征齿钉之间间距的2个结构参数 l 和 θ 应该被纳入试验设计中;而操作参数 v, ω_1, ω_2 直接关系到齿钉周围的流动状态,对流场的雷诺数 Re 有较大的影响,故也应被纳入试验设计中。

根据以上分析,在入口圆周直径一定的情况下,以对齿钉受力情况有很大影响的2个结构参数和3个操作参数为试验因素,每个因素取5个水平进行正交试验设计(表1)。由于

齿钉均布在圆周上,且齿钉的个数只能取整数值,故表1中第1圈齿钉相邻齿钉间的角度不是连续取值。

表1 正交试验设计

Table 1 Levels of orthogonal test factors

水平	l/m	$\theta/ (^{\circ})$	$v/(m \cdot s^{-1})$	$\omega_1/(r \cdot min^{-1})$	$\omega_2/(r \cdot min^{-1})$
1	0.015	0.785	7.304	1000	1000
2	0.020	0.571	8.764	2000	2000
3	0.025	0.449	10.225	3000	3000
4	0.030	0.370	11.686	3500	3500
5	0.035	0.314	14.607	4000	4000

不考虑各个因素之间的交互作用,选择两圈齿钉在转动时所受流体的阻力矩作为试验指标,根据已选取的因素和水平,选取正交表 $L_{25}(5^6)$ 进行试验安排。

2.2 正交试验数值计算

此问题是忽略外力、不考虑传热的非定常、不可压缩湍流问题,其控制方程由连续性方程、雷诺时均N-S方程组成。采用Fluent软件,运用基于压力的求解器进行求解,求解方式为非定常分离式。湍流模型采用能较好预测旋转分离流的SST $k-\omega$ 湍流模型^[10]。时间项的离散采用二阶隐式格式,压力项的离散采用二阶格式,流项采用二阶迎风格式。对离散后的方程组采用基于有限体积法的非定常流场压力和速度耦合求解的Simple算法。收敛标准为最大残差小于0.001。

为了验证计算模型的准确性,在 $Re=29440$ 情况下,对均匀来流中的圆柱绕流问题进行验算。验算结果与文献对比如表2所示,表明用上述湍流模型进行计算是可行的。

表2 圆柱绕流验算结果与文献对比

Table 2 Comparison of key vortex shedding parameters of the forces acting on an isolated cylinder at $Re=29440$

计算方法	阻力系数均值 C_D	升力系数均方根值 C_L'
本文	0.946	0.737
文献[11]	1.150	0.499
文献[12]	—	0.577
文献[13]	—	0.596
文献[14]	1.142	0.842

由于将 l 和 θ 均作为试验设计的因素,因此对所安排的每个数值试验所对应的网格模型均不同,故需要对每个试验重新划分网格,所得到25组数值试验的网格数在 $5 \times 10^5 \sim 10 \times 10^5$ 之间。在联想工作站上,采用8个核进行并行计算,计算两圈齿钉中转速较小且旋转1.5圈所需要的CPU时间为16~82 h。计算得到的第1圈齿钉和第2圈齿钉单位长度所受流体的时均阻力矩 M_1, M_2 如表3所示。

表3 正交试验方案和计算结果
Table 3 Orthogonal test schemes and computational results

编号	l_1/m	$\theta/(^\circ)$	$v/(m \cdot s^{-1})$	$\omega_1/(r \cdot min^{-1})$	$\omega_2/(r \cdot min^{-1})$	空白	$M_1/(N \cdot m)$	$M_2/(N \cdot m)$
1	1	1	1	1	1	1	0.253	0.779
2	1	2	2	2	2	2	1.444	3.503
3	1	3	3	3	3	3	1.991	3.524
4	1	4	4	4	4	4	2.824	4.910
5	1	5	5	5	5	5	3.516	5.120
6	2	1	2	3	4	5	1.329	5.061
7	2	2	3	4	5	1	2.005	6.475
8	2	3	4	5	1	2	3.066	2.065
9	2	4	5	1	2	3	0.827	2.981
10	2	5	1	2	3	4	0.878	2.563
11	3	1	3	5	2	4	2.030	3.145
12	3	2	4	1	3	5	0.487	5.071
13	3	3	5	2	4	1	1.428	6.328
14	3	4	1	3	5	2	1.468	5.873
15	3	5	2	4	1	3	2.057	2.038
16	4	1	4	2	5	3	0.879	7.839
17	4	2	5	3	1	4	2.078	1.930
18	4	3	1	4	2	5	1.918	3.466
19	4	4	2	5	3	1	2.498	5.389
20	4	5	3	1	4	2	0.437	5.525
21	5	1	5	4	3	2	1.929	6.493
22	5	2	1	5	4	3	2.067	8.073
23	5	3	2	1	5	4	0.432	8.770
24	5	4	3	2	1	5	1.178	2.157
25	5	5	4	3	2	1	1.956	4.459

3 阻力矩模型构建

采用正交试验的方法得到建立齿钉阻力矩模型所需的数据。在此基础上,采用量纲分析的方法,分别对第1圈齿钉和第2圈齿钉所受的绕流阻力矩建立数学模型。其中,基本的自变量有:入口的来流速度 v ;圆柱齿钉直径 D ;第1圈齿钉所在圆周的直径 D_1 ;第1圈齿钉所在圆周距出口圆周的半径 l_1 ;第1圈齿钉和第2圈齿钉的径向间隙 l_2 ;第2圈齿钉所在圆周距出口圆周的半径 l_2 ;第1圈齿钉相邻两齿的圆心角 θ ;第1圈齿钉的转速 ω_1 ;第2圈齿钉的转速 ω_2 ;流体密度 ρ ;流体黏度 μ 。

两圈齿钉单位长度所受流体的阻力矩 M 应为上述参数的函数,即

$$M=f(D, D_1, l_1, l_2, l_r, \theta; v, \omega_1, \omega_2; \rho, \mu) \quad (1)$$

以L、M、T为基本量长度、质量和时间的量纲,则各个物理量的量纲为

$$[M]=MLT^{-2}, [D]=L, [D_1]=L, [l_1]=L, [l_2]=L, [\rho]=ML^{-3}, [l_r]=L, [\theta]=1, [v]=LT^{-1}, [\omega_1]=T^{-1}, [\omega_2]=T^{-1}, [\mu]=ML^{-1}T^{-1}$$

取 D, v, ρ 作为基本量,将式(1)无量纲化,则可得到无量纲关系式为

$$\frac{M}{\rho v^2 D^2}=f\left(\frac{D_1}{D}, \frac{l_1}{D}, \frac{l_2}{D}, \frac{l_r}{D}, \theta, \frac{D\omega_1}{v}, \frac{D\omega_2}{v}, \frac{\mu}{\rho v D}\right) \quad (2)$$

将 $D_1/D, l_1/D, l_2/D$ 取为定值,分别为 $D_1/D=10, l_1/D=1.5, l_2/D=1.5$ 。注意到无量纲参数 $\mu/(\rho v D)$ 的倒数为流场的雷诺数,则可将无量纲关系式写为

$$\frac{M}{\rho v^2 D^2}=f\left(\frac{l_r}{D}, \theta, \frac{D\omega_1}{v}, \frac{D\omega_2}{v}, \frac{\rho v D}{\mu}\right) \quad (3)$$

取无量纲关系式的具体形式为

$$\frac{M}{\rho v^2 D^2}=k \left[\sum_{n=0}^m a_n \left(\frac{l_r}{D}\right)^n \right] \left[\sum_{n=0}^m c_n \left(\frac{D\omega_1}{v}\right)^n \right] \left[\sum_{n=0}^m d_n \left(\frac{D\omega_2}{v}\right)^n \right] \left[\sum_{n=0}^m b_n \theta^n \right] \left[\sum_{n=0}^m e_n \left(\frac{\rho v D}{\mu}\right)^n \right] \quad (4)$$

对表3中的数据进行如上的无量纲化处理,得到表4的无量纲参数。分别对两圈齿钉阻力矩 M_1, M_2 按上述关系式进行拟合,取关系式中各无量纲参数多项式的项数 $m=1\sim 9$,得到每种情况下相对误差的平方和 ε ,如图2所示。从图2可以看出,根据数据拟合所得的第1圈齿钉受阻力矩的关系式在无量纲参数的最高次数达到5之后, ε 有小幅增加的趋势,可

以认为再增加次数已经不能再减小拟合误差。对于第2圈齿钉,当次数增大到3时, ε 达到最小,随着次数增加, ε 迅速增

大,因此对于第二圈齿钉受阻力矩的最终关系式,其最高次数取为3。

表4 无量纲化后的参数

Table 4 Dimensionless parameters

编号	l/D	$D\omega_1/v$	$D\omega_2/v$	θ	$\rho v D/\mu$	$M_1/\rho v^2 D^2$	$M_2/\rho v^2 D^2$
1	1.500	0.143	0.143	0.785	5000	38.714	119.201
2	1.500	0.239	0.239	0.571	6000	153.471	372.305
3	1.500	0.307	0.307	0.449	7000	155.456	275.152
4	1.500	0.314	0.314	0.370	8000	168.810	293.504
5	1.500	0.287	0.287	0.314	10000	134.521	195.890
6	2.000	0.358	0.418	0.785	6000	141.249	537.893
7	2.000	0.358	0.410	0.571	7000	156.550	505.565
8	2.000	0.358	0.090	0.449	8000	183.276	123.439
9	2.000	0.072	0.143	0.370	10000	31.641	114.052
10	2.000	0.287	0.430	0.314	5000	134.350	392.185
11	2.500	0.410	0.205	0.785	7000	158.502	245.560
12	2.500	0.090	0.269	0.571	8000	29.111	303.128
13	2.500	0.143	0.251	0.449	10000	54.635	242.108
14	2.500	0.430	0.573	0.370	5000	224.630	898.674
15	2.500	0.418	0.119	0.314	6000	218.622	216.602
16	3.000	0.179	0.358	0.785	8000	52.544	468.590
17	3.000	0.215	0.072	0.571	10000	79.504	73.841
18	3.000	0.502	0.287	0.449	5000	293.488	530.360
19	3.000	0.478	0.358	0.370	6000	265.492	572.753
20	3.000	0.102	0.358	0.314	7000	34.121	431.389
21	3.500	0.251	0.215	0.785	10000	73.803	248.420
22	3.500	0.573	0.502	0.571	5000	316.288	1235.314
23	3.500	0.119	0.478	0.449	6000	45.914	932.092
24	3.500	0.205	0.102	0.370	7000	91.978	168.418
25	3.500	0.269	0.179	0.314	8000	116.923	266.544

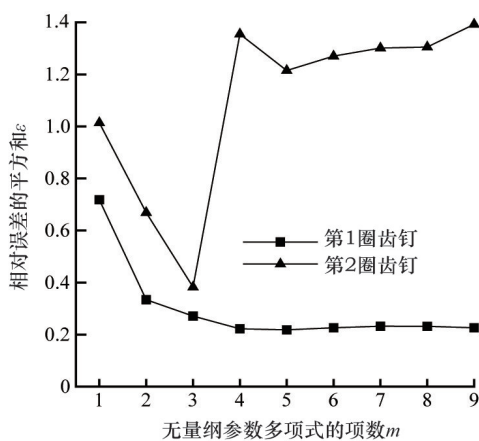


图2 相对误差随无量纲参数多项式项数的变化

Fig. 2 Errors varying with numbers of terms of polynomials

对于拟合得到第1圈齿钉的关系式,无量纲参数 $\rho v D/\mu$ 的次数在2及以上的项值约为0,故将其略去。最终得到两圈齿钉的绕流阻力矩预测模型为

$$\frac{M_1}{\rho v^2 D^2} = 1.782 \left[3.199 + 3.275 \left(\frac{l_r}{D} \right)^{-1} - 1.835 \left(\frac{l_r}{D} \right)^{-2} - 0.489 \left(\frac{l_r}{D} \right)^{-3} + 1.835 \left(\frac{l_r}{D} \right)^{-4} + 3.275 \left(\frac{l_r}{D} \right)^{-5} \right] \left[0.018 + 3.221 \left(\frac{D\omega_1}{v} \right) + 4.189 \left(\frac{D\omega_1}{v} \right)^2 + 2.570 \left(\frac{D\omega_1}{v} \right)^3 - 0.286 \left(\frac{D\omega_1}{v} \right)^4 - 2.189 \left(\frac{D\omega_1}{v} \right)^5 \right] \left[1.612 + 2.356 \left(\frac{D\omega_2}{v} \right) - 6.305 \left(\frac{D\omega_2}{v} \right)^2 + 0.094 \left(\frac{D\omega_2}{v} \right)^3 + 4.544 \left(\frac{D\omega_2}{v} \right)^4 + 5.637 \left(\frac{D\omega_2}{v} \right)^5 \right] \left[3.518 + 5.076\theta - 2.157\theta^2 - 3.737\theta^3 - 2.112\theta^4 + 0.060\theta^5 \right] \left[1.774 + 1.220 \left(\frac{\rho v D}{\mu} \right)^{-1} \right] \quad (5)$$

$$\frac{M_2}{\rho v^2 D^2} = 6.952 \left[3.696 + 3.473 \left(\frac{l_r}{D} \right)^{-1} - 26.473 \left(\frac{l_r}{D} \right)^{-2} + 25.826 \left(\frac{l_r}{D} \right)^{-3} \right] \left[2.906 + 18.744 \left(\frac{D\omega_1}{v} \right) - 60.581 \left(\frac{D\omega_1}{v} \right)^2 + 62.416 \left(\frac{D\omega_1}{v} \right)^3 \right] \left[-0.884 + 32.592 \left(\frac{D\omega_2}{v} \right) - 75.918 \left(\frac{D\omega_2}{v} \right)^2 + 94.829 \left(\frac{D\omega_2}{v} \right)^3 \right] \left[5.374 - 12.473\theta + 52.619\theta^2 - 45.812\theta^3 \right] \left[0.625 - 1.338 \times 10^4 \left(\frac{\rho v D}{\mu} \right)^{-1} + \right.$$

$$\left. 1.116 \times 10^8 \left(\frac{\rho v D}{\mu} \right)^{-2} - 2.790 \times 10^{11} \left(\frac{\rho v D}{\mu} \right)^{-3} \right] \quad (6)$$

为了验证预测模型的实用性,另安排2组工况进行CFD计算,并与预测模型的预测值对比,结果如表5所示。由表5可知,两组工况的计算值与预测值之间的相对误差,第1圈齿钉分别为9.823%和10.321%,第2圈齿钉分别为28.914%和5.442%,均在可接受的范围内,因此可以用该模型进行阻力矩的预测。

表5 模型预测值与CFD计算值的对比

Table 5 Comparison of results between model prediction and CFD calculation

工况	l_r/D	$D\omega_1/v$	$D\omega_2/v$	θ	$\rho v D/\mu$	$M_1/\rho v^2 D^2$ 计算值	$M_2/\rho v^2 D^2$ 计算值	$M_1/\rho v^2 D^2$ 预测值	$M_2/\rho v^2 D^2$ 预测值
1	2.000	0.262	0.262	0.628	6845.870	128.408	276.327	115.795	356.223
2	2.750	0.131	0.284	0.524	8215.044	46.599	344.898	51.408	363.667

4 结论

以钉盘磨的主要结构参数和操作参数为试验因素,以两圈齿钉在转动时所受流体阻力矩为指标进行了正交试验计算。在量纲分析的基础上,对正交试验计算结果进行无量纲处理,采用各个无量纲参数的多项式相乘的形式对无量纲数据进行数据拟合,得到了两圈齿钉的绕流阻力矩预测模型。应用该模型对两组工况进行预测,预测精度满足工程需要,可为钉盘磨的优化设计提供参考。

参考文献(References)

[1] 朱美玲, 颜景平, 刘志宏. 机械法制备超细粉机理和能耗的理论研究[J]. 东南大学学报: 自然科学版, 1994, 24(4): 1-7.
Zhu Meiling, Yan Jingping, Liu Zhihong. Theoretical research of mechanism and fracture energy of mechanical method about preparation of ultra-fine powder[J]. Journal of Southeast University: Natural Science Edition, 1994, 24(4): 1-7.

[2] Vogel L, Peukert W. From single particle impact behaviour to modeling of impact mills[J]. Chemical Engineering Science, 2005, 60(18): 5164-5176.

[3] Peukert W. Material properties in fine grinding[J]. International Journal of Mineral Processing, 2004, 74(S1): 3-17.

[4] 王晓峰, 王印泽, 张裕中. 超微细粉碎过程中气/固两相流场的数值模拟[J]. 现代制造工程, 2008(8): 71-76.
Wang Xiaofeng, Wang Yinze, Zhang Yuzhong. Numerical simulation of the gas-particle two-phase flow in a superfine pulverizer[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2008(8): 70-76.

[5] 吴浩. 高油脂物料微细粉碎技术及实验研究[D]. 无锡: 江南大学, 2008.
Wu Hao. Study on the micro comminuting technology and experiment on

the oiliness material[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2008.

[6] Takeuchi H, Nakamura H, Iwasaki T, et al. Numerical modeling of fluid and particle behaviors in impact pulverizer[J]. Powder Technology, 2012, 217(1): 148-156.

[7] Sumner D. Two circular cylinders in cross-flow: A review[J]. Journal of Fluids and Structures, 2010, 26(6): 849-899.

[8] Dehkordi B G, Moghaddam H S, Jafari H H. Numerical simulation of flow over two circular cylinders in tandem arrangement[J]. Journal of Hydrodynamics, 2011, 23(1): 114-126.

[9] Baranyi L. Simulation of a low-Reynolds number flow around a cylinder following a figure-8-path[J]. International Review of Applied Sciences and Engineering, 2012, 3(2): 133-146.

[10] 王凯, 刘厚林, 袁寿其, 等. 离心泵叶轮轴面图的全自动CFD优化[J]. 农业工程学报, 2011, 27(10): 39-43.
Wang Kai, Liu Honglin, Yuan Shouqi, et al. Automatic optimization of impeller meridional shape for centrifugal pumps based on CFD[J]. Transactions of the CSAE, 2011, 27(10): 39-43.

[11] West G S, Apelt C J. Measurements of fluctuating pressures and forces on a circular cylinder in the Reynolds number range 10^4 to 2.5×10^5 [J]. Journal of Fluids and Structures, 1993, 7(3): 227-244.

[12] Gerrard J H. An experimental investigation of the oscillating lift and drag of a circular cylinder shedding turbulent vortices[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1961, 11(2): 244-256.

[13] Norberg C. Turbulence and Reynolds number effects on the flow and fluid forces on a single cylinder in cross flow[J]. Journal of Fluids and Structures, 1987, 1(3): 337-357.

[14] 王颖. Spar平台涡激运动关键特性研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2010.
Wang Ying. Research on the key characteristics of spar vortex-induced motion[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2010.

(责任编辑 韩星明)