

基于改进 K-SVD 的磁共振图像去噪算法

蒋行国,覃阳,韦保林

桂林电子科技大学信息与通信学院,桂林 541004

摘要 磁共振图像的降噪处理一直是医学图像处理中重要的研究领域。图像中存在噪声会降低图像质量从而影响临床诊断。现有 K-SVD 算法虽然能达到良好的去噪效果,但却在字典训练中消耗大量时间。本文针对时间消耗问题,提出利用改进的 K-SVD 算法进行医学图像去噪。首先根据已知的字典原子的可稀疏性,提出一种高效、灵活的稀疏字典结构,该字典能够提供高效的前向和伴随算子,并具有紧凑的表示形式,同时可以有效地训练图像信号;然后在现有 K-SVD 算法的基本框架下,结合字典的稀疏表示特点使用改进 K-SVD 算法训练稀疏字典,改进的 K-SVD 算法能够对更大的字典进行训练,特别是对高维数据的处理更具有优势。实验结果表明,该算法相对基于离散余弦变换字典的磁共振图像去噪以及基于传统 K-SVD 算法的磁共振图像去噪,不仅能够更加有效地滤除图像中的高斯白噪声,更好地保留原图像的细节信息,而且有效降低了字典训练所消耗的时间;在相同的噪声标准差下,改进 K-SVD 算法的峰值信噪比提高了约 1~3 dB。

关键词 磁共振图像;稀疏去噪;K-SVD;稀疏字典

中图分类号 TP391.4

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2014.08.010

A Magnetic Resonance Image De-noising Approach Based on Improved K-SVD

JIANG Xingguo, QIN Yang, WEI Baolin

School of Information and Communication, Guilin University of Electronic Technology, Guilin, 541004, China

Abstract Magnetic resonance image is an important research field in medical image processing. Because it can degrade the image quality, the signal noises have a negative impact on clinical diagnosis. The K-SVD algorithm can obtain better de-noising results, but the time-consuming problem of the dictionary training still exists. A medical image denoising algorithm based on improved K-SVD is studied to solve this problem. First of all, an efficient and flexible dictionary structure is proposed based on a sparsity model of the dictionary atoms over a known dictionary. The sparse dictionary provides efficient forward and adjoint operators, has a compact representation, and can be effectively trained from given example data. Then the basic framework of the existing K-SVD algorithm, combined with the dictionary sparse representation, can improve K-SVD training algorithm, and the improved K-SVD algorithm can be trained for greater dictionary, especially for high-dimensional data. Therefore, it can be used to remove the noise of magnetic resonance images. The experimental results show that the algorithm, in comparison with the discrete cosine transform dictionary and conventional K-SVD algorithm, can effectively filter Gaussian white noise of the image to retain image details, and reduce the time of dictionary training. It is found that the peak signal-to-noise ratio is increased by about 1~3db with the proposed method.

Keywords magnetic resonance image; sparse de-noising; K-SVD; sparse dictionary

收稿日期:2013-10-26;修回日期:2014-02-12

项目基金:国家自然科学基金项目(61166004)

作者简介:蒋行国,副教授,研究方向为医学图像处理、信号与信息处理,电子邮箱:tonny_jiang@126.com;覃阳(共同第一作者),硕士研究生,研究方向为医学图像处理,电子邮箱:279554880@qq.com;

引用格式:蒋行国,覃阳,韦保林.基于改进 K-SVD 的磁共振图像去噪算法[J].科技导报,2014,32(8):64-69.

磁共振成像是目前广泛使用的医学成像技术之一,它能准确显示身体的内在结构特点,有效帮助医生诊断患者的病情。但图像获取过程中伴随的随机噪声往往使磁共振图像质量降低,不利于医生对患者病情的诊断。因此,对磁共振图像噪声消除的研究显得非常重要。目前,广泛使用的磁共振图像去噪方法是自适应滤波去噪^[1,2]和小波去噪^[3,4]。然而,自适应滤波的方法只能在低噪声水平下产生良好的去噪效果,在高噪声水平下其对比度严重下降;小波去噪虽然可以改善磁共振图像的质量,但在重建过程中会产生显著的伪影。

近年来,随着压缩感知理论^[5,6]的发展,稀疏表示^[7,8]也可以作为图像去噪的一种新方法,并给图像处理带来了新的思路。稀疏性可用于图像信号去噪,主要是由于稀疏性具有以下几个特征:1) 自适应性:待稀疏信号可以直接在过完备原子库(也称字典)上分解,用以表示信号基,可自适应地根据图像信号本身特点灵活选取;分解的结果将是一个非常简捷的表达。2) 不相关性:噪声的分布是孤立、随机、离散的,所以原始真实图像信号与噪声图像信号之间是不相关的,并且真实图像信号元素间也存在某种内在的联系。3) 原子化:借助原子能量特性,对图像信号进行稀疏分解;通过形成大小两类原子,分别提取时域上分布比较长的信息成分与时域比较短的信息成分(信号的细节),然后利用过完备原子库稀疏表示图像信号,常用贪婪算法实现快速计算,提取有用信息。

在图像稀疏去噪中字典的设计和产生是重要而且关键的研究内容之一。自 1993 年 Malla 等^[9]首次提出超完备字典的概念以来,字典的研究主要集中在其生成设计上,产生了多尺度 Gabor 字典、多尺度脊波字典以及级联字典等研究成果^[10-12]。在信号稀疏表示领域,基于超完备字典稀疏表示的快速算法是超完备稀疏表示的另一研究热点。研究者提出了许多获取信号稀疏表示的逼近方法,其中匹配追踪算法因其复杂度较低而被广泛应用。此外,通过学习、训练来获得超完备字典的方法近几年也得到了发展。2006 年, Aharon 等^[13]提出了 K-SVD 算法,用于字典的自适应更新,其在图像去噪、压缩等领域取得了不错的效果。然而,自适应字典虽然能达到比超完备字典更好的去噪效果,但是图像在训练的过程需要占用大量时间。

本文根据磁共振图像的特点,并结合文献[13]、[14]的思想,提出一种简单、灵活的字典结构,并通过改进的 K-SVD 算法训练此字典,实现磁共振图像的稀疏去噪。

1 K-SVD 字典训练算法

最优的字典设计在很大程度上决定了信号特征能否被有效地表示。K-SVD 算法能够自适应更新字典原子,所以可以更好地表示图像信号的特性。K-SVD 算法可以分两步来实现。设

$$D \in R^{n \times k}, \mathbf{y} \in R^n, \mathbf{x} \in R^k, Y = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^N, X = \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^N \quad (1)$$

式中 D 为超完备字典; \mathbf{y} 为训练信号向量; \mathbf{x} 为训练信号的稀疏表示系数向量; $Y = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^N$ 为 N 个训练样本的集合; $X = \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^N$ 为 Y 的解向量集合; R^n 为 n 维信号集。

K-SVD 算法第一步要达到的目标是

$$\min \|\|\mathbf{y}_i - D\mathbf{x}_i\|_2\|_2^2 \\ \text{s.t. } \|\mathbf{x}_i\|_0 \leq T_0, i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

式中, T_0 为稀疏表示系数中非零分量个数的上限。

第二步,字典更新。首先对字典 D 进行迭代训练。设 \mathbf{d}_k 为要更新的字典 D 的第 k 列向量,此时信号的分解形式可表示为

$$\|Y - DX\|_F^2 = \left\| Y - \sum_{j \neq k} \mathbf{d}_j \mathbf{x}_j^T - \mathbf{d}_k \mathbf{x}_k^T \right\|_F^2 = \left\| E_k - \mathbf{d}_k \mathbf{x}_k^T \right\|_F^2 \quad (3)$$

式中, \mathbf{x}_k^T 为 \mathbf{d}_k 对应的系数矩阵 X 中的第 k 行向量; E_k 代表去掉 \mathbf{d}_k 后信号 Y 的分解误差。为能进行 SVD 分解,这里引入如下集合:

$$\omega_k = \{i | 1 \leq i \leq k, \mathbf{x}_i^T \neq 0\} \\ \mathbf{x}_k^R = \mathbf{x}_k^T \Omega_k; Y_k = Y \Omega_k; E_k^R = E_k \Omega_k \quad (4)$$

其中,集合 ω_k 为信号 $\{\mathbf{y}_i\}$ 分解中用到 \mathbf{d}_k 时所有 \mathbf{y}_i 的索引所构成的集合; Ω_k 为 $N \times |\omega_k|$ 矩阵,它在 $(\omega_k(i), i)$ 上元素都为 1,其他位置上元素为 0; \mathbf{x}_k^R 、 Y_k 、 E_k^R 分别为 \mathbf{x}_k^T 、 Y 、 E_k 去掉零输入后的收缩结果, Y_k 为当前原子 \mathbf{d}_k 的样本集合, E_k^R 为去掉不受原子 \mathbf{d}_k 影响的样本后所带来的误差。此时,(3)式可转化为

$$\|E_k \Omega_k - \mathbf{d}_k \mathbf{x}_k^T \Omega_k\|_F^2 = \|E_k^R - \mathbf{d}_k \mathbf{x}_k^R\|_F^2 \quad (5)$$

将 E_k 进行 SVD 分解得到 $E_k = U\Delta V^T$,其中 U 的第一列 $\hat{\mathbf{d}}_k$ 为 \mathbf{d}_k 的优化结果。此时, D 中的一列更新完毕,按照此方式将 D 的列逐个更新至最后一列,产生新的字典 \hat{D} 。

2 K-SVD 算法的改进

2.1 稀疏字典

正确选择字典是图像稀疏表示非常重要的一步,一般需要考虑字典的复杂性和适应性。固定字典是高效且结构简单的,而自适应字典是经过训练形成的,所以其具有适应性。为了平衡字典的复杂性和自适应性,本文结合两种字典的优点提出了稀疏字典结构。该字典结构基于已知固定字典原子的稀疏模型,且同时具有自适应性和高效性。稀疏字典结构可表示为

$$D = \Phi A \quad (6)$$

假设 A 矩阵每列具有固定数量的非零个数,即对于任意值 p , $\|A\|_0 \leq p$ 。这个结构表明每一个字典原子本身能够被预先设定的某个基字典 Φ 稀疏表示。相对于固定字典,稀疏字典能够通过修改矩阵 A 来达到自适应性,而且能够通过样本进行有效训练。此外,基字典 Φ 既可以是固定字典也可以是任意字典,因此稀疏字典也可以看成是在现有固定字典基

基础上增加了自适应性的一种新的字典结构。通过稀疏字典结构,我们能够对更密集的信号进行稀疏表示,而且通过训练能够得到该字典原子之间的表达式。

2.2 算法改进

根据K-SVD算法的思路,本文将改进K-SVD算法去训练更新稀疏字典。为训练更新稀疏字典,以下使用与文献[12]相同的K-SVD算法框架。与经典的K-SVD算法相同,改进的算法也是通过迭代更新字典求解最小值。由式(3)和式(6)可得

$$\min_{A, X} \|Y - \Phi AX\|_F^2 \quad (7)$$

$$\text{s.t. } \forall \|X\|_0 \leq t, \forall \|A\|_0 \leq p, \|\Phi a\|_2 = 1$$

其中, t 和 p 分别为矩阵中非零元素的个数上限。

改进K-SVD算法在稀疏编码阶段与经典的K-SVD相同,最主要的改进之处是在字典更新阶段,即相对于传统的K-SVD算法,由于字典原子的形式表示为 $d = \Phi a$, 其中 $\|A\|_0 \leq p$, 所以由(7)式改进的字典原子更新阶段可表示为

$$\|Y - \Phi AX\|_F^2 = \left\| Y - \sum_{j=1}^k \phi_j a_j^T x_j \right\|_F^2 = \left\| \left(Y - \sum_{j \neq k} \phi_j a_j^T x_j \right) - \phi_k a_k^T x_k \right\|_F^2$$

$$= \left\| E_k - \phi_k a_k^T x_k \right\|_F^2 \quad (8)$$

式(8)也可简化为

$$\{a, x\} := \arg \min_{a, x} \|E - \Phi a x^T\|_F^2 \quad (9)$$

$$\text{s.t. } \|A\|_0 \leq p, \|\Phi a\|_2 = 1$$

当 $E \neq 0$ 时,式(9)有解。

通过式(9)进行SVD分解即可求出简化了的 x 和 a 的最优解

$$x = \frac{E^T \Phi a}{\|\Phi a\|_2} \quad (10)$$

$$a := \arg \min_a \|E - \Phi a x^T\|_F^2 \quad \text{s.t. } \|A\|_0 \leq p \quad (11)$$

其中, a 为稀疏字典 A 中的更新列,按照此方式将 A 的列逐个更新至最后一列,产生新的稀疏字典 \hat{A} , 并且通过求解式(7)得到图像信号的稀疏表示 \hat{X} 。所以最终字典更新要求是: 1) 令 x 归一化到单位长度; 2) 解决式(11)中求解 a 的问题; 3) 令 a 归一化到 $\|\Phi a\|_2 = 1$; 4) 更新 $x := E^T \Phi a$ 。完整的改进K-SVD算法流程图如图1所示。

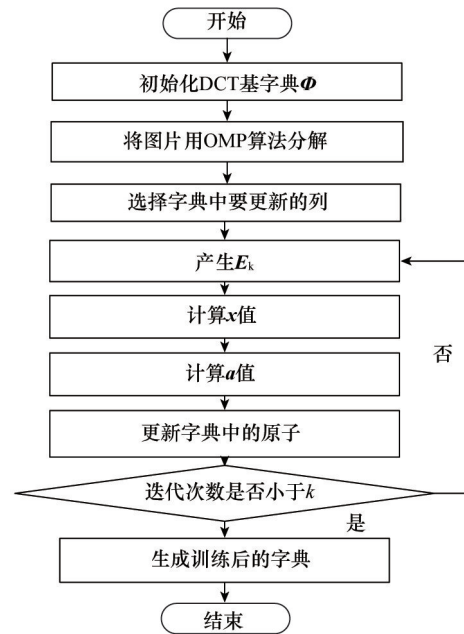
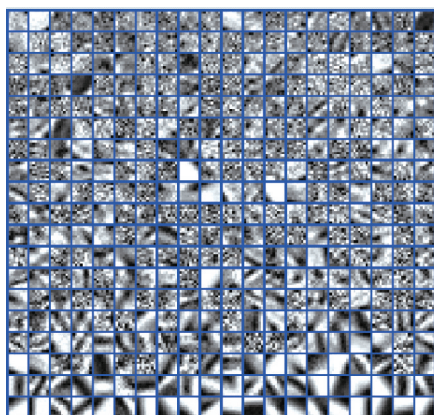


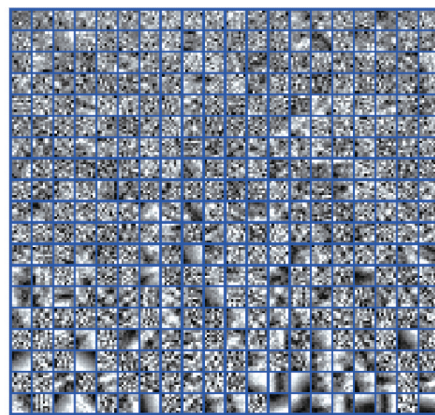
图1 改进K-SVD算法流程

Fig. 1 Improved K-SVD algorithm flowchart

最后分别使用K-SVD算法和改进的K-SVD算法对过完备DCT字典进行训练,被训练成的新字典结构如图2所示。从字典结构上可以看出,图2(b)的字典结构更加稀疏,说明新算法有效改进了字典结构。



(a) K-SVD算法训练的字典



(b) 改进K-SVD算法训练的字典

图2 K-SVD算法训练的字典以及改进K-SVD算法训练的字典

Fig. 2 Dictionary trained by K-SVD algorithm and improved K-SVD

3 磁共振图像去噪方法

在医学图像中,病变往往体现在图像的细节变化上,因此在去噪过程中尽量减少边缘的细节损失是非常重要的。磁共振图像中的噪声可以近似地认为是加性噪声,且此噪声不具备特定的结构特征,其特点非常符合稀疏去噪的理论,因此可以利用稀疏去噪的方法对磁共振噪声图像进行去噪。磁共振图像稀疏去噪就是根据噪声图像中的特定结构提取原子,构成图像有用信息,对提取出的稀疏部分进行重

建。由于磁共振图像中的噪声没有结构,所以不能用原子来表示。当原子模型及其参数与待分解的图像信号的有用部分结构完全匹配时,即能最优表示图像信息。磁共振图像中 有用信息部分包含了丰富的边缘细节信息,因而重构磁共振图像就可以得到含有更多细节信息的去噪图像。根据改进 K-SVD 算法对磁共振图像进行去噪处理,整个磁共振图像去噪过程方案如图 3 所示。对磁共振图像进行稀疏去噪的具体步骤为:

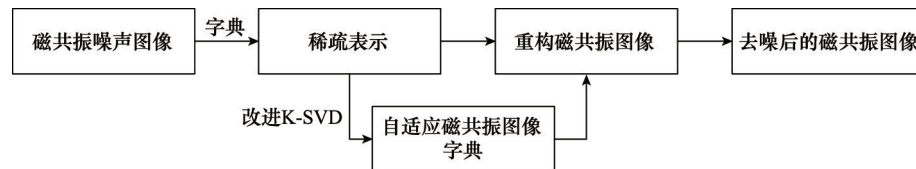


图3 磁共振去噪方案

Fig. 3 Denoising scheme of magnetic resonance images

1) 求解稀疏系数。使用过完备 DCT 字典作为基字典,对含有噪声的磁共振图像用正交匹配追踪(orthogonal matching pursuit, OMP)算法进行稀疏表示,在此过程中,将 ε 作为 OMP 算法迭代的终止条件,即当分解残余小于 ε 时,迭代终止。此时(2)式可转化为

$$\begin{aligned} & \min \|\mathbf{x}_i\|_0 \\ \text{s.t. } & \|\mathbf{Y} - \mathbf{D}\mathbf{X}\|_0 \leq \varepsilon \end{aligned} \quad (12)$$

求解最终输出改进 K-SVD 算法所需的稀疏系数矩阵 \mathbf{X} 。

2) 字典的训练。首先根据稀疏字典模型,使用改进的 K-SVD 算法对磁共振图像进行训练,求解 \mathbf{a} 值即稀疏字典 \mathbf{A} 中的更新列,经过 k 次迭代更新之后,将 \mathbf{A} 的列逐个更新至最后一列,产生新的稀疏字典 $\hat{\mathbf{A}}$,此字典就是磁共振图像的自适应字典。

3) 稀疏去噪。考虑一个噪声图像,假设 \mathbf{Y} 是观测到的图像, \mathbf{X} 是未知的原图像, \mathbf{N} 是叠加的零均值高斯白噪声,即

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} + \mathbf{N} \quad (13)$$

本文的目标就是设计一个算法从 \mathbf{Y} 中删除噪声,使其尽可能地接近原图像 \mathbf{X} 。对于叠加零均值高斯白噪声图像块 \mathbf{y} ,噪声的标准方差为 δ ,对应的原图像 \mathbf{x} 采用式(12)进行稀疏表示。采用贝叶斯最大后验概率去求解原图像,则去除图像块噪声的最大后验(maximum a posteriori, MAP)估计为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}} &= \arg \min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{X}\|_0 \\ \text{s.t. } & \|\mathbf{Y} - \mathbf{D}\mathbf{X}\|_2^2 \leq T \end{aligned} \quad (14)$$

其中, T 为阈值,与 ε 和 δ 相关。求解(14)式即可得到去噪后的磁共振图像稀疏表示系数 $\hat{\mathbf{X}}$ 。

4) 图像重建。通过改进的 K-SVD 算法,可以输出磁共振自适应字典 $\hat{\mathbf{A}}$ 和磁共振图像的稀疏表示 $\hat{\mathbf{X}}$,利用输出值和自适应字典 $\hat{\mathbf{A}}$ 可以对磁共振图像进行重构获得去噪后的

图像 $\hat{\mathbf{Y}}$,即 $\hat{\mathbf{Y}} = \hat{\Phi} \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{X}}$,重构后的磁共振图像即为去噪后的磁共振图像。

4 结果与分析

使用人类的磁共振序列图像进行实验,比较磁共振图像在固定字典、自适应字典和自适应稀疏字典下的去噪性能。结果表明,自适应稀疏字典的性能优于其他两种,同时去噪时间相比自适应字典有了很大的提高。

从磁共振序列图像中选取一组脑部的磁共振图像作为测试图像。噪声图像由磁共振图像加上标准差为 δ 的高斯白噪声获得,采用峰值信噪比,作为衡量图像去噪好坏的标准。

为验证基于改进 K-SVD 的磁共振图像去噪效果和去噪时间,本文设定 $p=6$ 为字典原子稀疏系数,目的是保证稀疏的可靠性(即不能过度稀疏),迭代次数为 $k=15$ 。所选用的磁共振序列图像大小为 $512 \times 512 \times 20$,并把原图像分为 8×8 个图像块。为了便于比较,本文对整个图像上去噪算法选用 30000 原子重建。改进 K-SVD 算法所使用的基字典为 DCT 字典且初始 \mathbf{A} 是固定的。在不同噪声标准差下,磁共振测试图像在过完备 DCT 字典、K-SVD、改进 K-SVD 3 种不同的方法下的峰值信噪比(即 PSNR 值)如表 1 所示,去噪时间如表 2 所示。

由表 1 的实验数据可知,本文算法对医学图像去噪有一定的效果,在相同的噪声标准差下,改进 K-SVD 的去噪性能要明显优于过完备 DCT 字典和 K-SVD 算法。这是因为在 K-SVD 算法下,训练的超完备字典可以包含图像的信息并求解各子图像在该字典上的稀疏表示,通过重构算法恢复原始图像。与传统的过完备 DCT 字典去噪方法比较,K-SVD 算法去噪能够很好地恢复原始图像的细节部分,并且去除高斯白噪声,提高去噪图像的 PSNR 值。而改进 K-SVD 算法在原 K-

SVD算法基础上,由于训练的字典本身就是稀疏的,所以改进的K-SVD算法大大降低了字典本身的复杂性,提高字典的自适应能力,从而进一步提高了去噪图像的PSNR值。从表2可以看出,使用过完备DCT字典去噪的时间是最短的,由于

改进K-SVD算法降低了字典的复杂性,所以去噪时间相比传统K-SVD算法大幅缩短。改进的K-SVD算法去噪相比过完备DCT字典去噪虽然去噪时间上稍有增加,但却换来去噪性能的较大幅度提升。

表1 3种方法不同噪声标准差下的PSNR值

Table 1 PSNR values of three methods under different noise standard deviation

噪声标准差 δ /dB	噪声图像	PSNR/dB		
		DCT字典	K-SVD算法	改进K-SVD
10	28.13	38.29	38.68	40.65
20	22.11	34.15	34.65	36.57
30	18.59	31.81	32.23	34.31
50	14.15	28.67	29.07	31.22
100	8.13	24.69	24.83	27.27

表2 3种方法在不同噪声标准差下的去噪时间

Table 2 Denoising time of three methods under different noise standard deviation

噪声标准差 δ /db		10	20	30	50	100
算法的运算 时间/s	K-SVD	667.89	287.78	180.56	96.14	52.28
	改进K-SVD	49.04	26.02	20.80	13.98	9.64
	DCT	32.67	20.12	12.45	8.32	3.43

上述实验采用图像处理中常用的PSNR值作为衡量去噪性能的标准,为了进一步从视觉上衡量去噪效果,特做以下实验。选用噪声标准差为30的磁共振噪声图像,字典原子稀

疏系数 $p=6$,迭代次数 $k=15$ 。所选用的磁共振序列图像大小为 $512 \times 512 \times 20$,并把原图像分为 8×8 个图像块,应用本文提出的算法进行去噪,结果如图4所示。

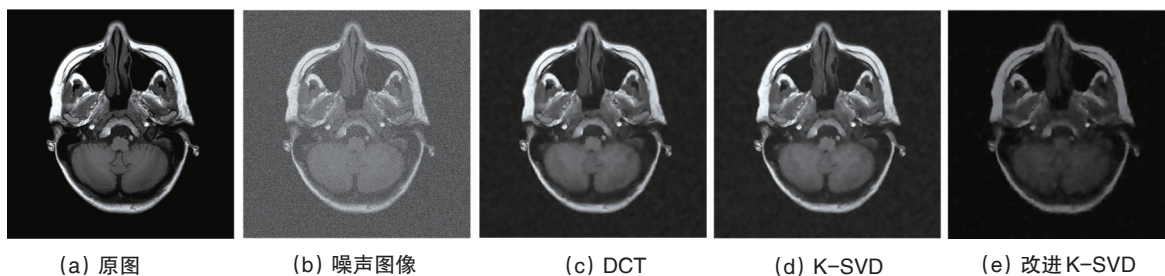


图4 3种方法去噪效果

Fig. 4 Denoising effect of three methods

由图4的效果图可以看出,3种算法的去噪效果区别主要体现在细节方面,与原图相比,改进K-SVD算法的去噪效果最好,且与表1显示的3种算法的PSNR值一致,进一步说明改进K-SVD算法与K-SVD算法比较,去噪性能得到了一定程度的改善。

5 结论

为了解决磁共振图像中存在的噪声问题,根据磁共振噪声图像的特点,提出了一种新颖的稀疏字典结构,该字典结构简单且具有自适应性,从而很容易应用到现有的基于稀疏的方法上,也可以应用在任何的已知字典上。同时针对稀疏

字典结构,提出了与此相对应的改进的K-SVD算法来训练稀疏字典,并在Matlab平台中实现了过完备DCT字典、K-SVD、改进K-SVD 3种不同算法对磁共振图像的去噪。通过对3种算法的比较,证明本文算法相对于过完备DCT字典、K-SVD算法能够有效提高PSNR值,并且去噪时间明显缩短。

参考文献(References)

- [1] Oster J, Pietquin O, Kraemer M, et al. Nonlinear bayesian filtering for denoising of electrocardiograms acquired in a magnetic resonance environment[J]. IEEE Transaction on Biomedical Engineering, 2010, 57 (7): 1628 - 1638.
- [2] Coupé P, Yger P, Prima S, et al. An optimized blockwise nonlocal

- means denoising filter for 3-D magnetic resonance images[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 27(4): 425 - 441.
- [3] Wang Y, Che X Q, Ma S L. Nonlinear filtering based on 3D wavelet transform for MRI denoising[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2012, 40: 1-14.
- [4] Ong F, Uecker M, Tariq U, et al. Improved visualization and quantification of 4D flow MRI data using divergence- freewavelet denoising[C]//IEEE 10th International Symposium on Biomedical Imaging. San Francisco, CA, USA, April 7-11, 2013.
- [5] Donoho D. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4):1289 - 1306.
- [6] Donoho D, Reeves G. The sensitivity of compressed sensing performance to relaxation of sparsity[C]//IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings. California, MA, USA, July 1-6, 2012.
- [7] 邢博, 王俊. 基于稀疏分解的医学CT图像去噪[J]. 生物医学工程学杂志, 2012, 29(3): 456-459.
Xing Bo, Wang Jun. Denoising of medical CT image based on sparse decomposition[J]. Journal of Biomedical Engineering, 2012, 29(3): 456-459.
- [8] 郭德全, 杨红雨, 刘东权, 等. 基于稀疏性的图像去噪综述[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(2): 406-412.
Guo Dequan, Yang Hongyu, Liu Dongquan, et al. Overview on sparse image denoising[J]. Application Research of Computer, 2012, 29(2): 406-412.
- [9] Mallat S, Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Transaction on Image Processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [10] Tropp J. Greed is good: Algorithm results for sparse approximation[J]. IEEE Transaction Information Theory, 2004, 50(10): 2231-2242.
- [11] Tropp T A, Gilbert A, Muthukrishnan S, et al. Improved sparse approximation over quasincoherent dictionaries[C]//2003 IEEE International Conference on Image Processing. Barcelona, Spain, Sept. 14-17. 2003.
- [12] Candès E J, Donoho D L. New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with piecewise C² singularities[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2004, 57(2): 219-266.
- [13] Aharon M, Elad M, Bruckstein A. K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4311-4322.
- [14] Elad M, Aharon M. Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(12): 3736-3745.
- [15] Hu Jinrong, Pu Yifei, Wu Xi, et al. Improved DCT- based nonlocalmeans filter for MR images denoising[J]. Computational and Mathematical Methods in Medicine, 2012, 12(1): 1-13.
- [16] Rubinstein R, Peleg T, Elad M. Analysis K-SVD: A dictionary-learning algorithm for the analysis sparse model[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(3): 661-677.

(责任编辑 侯澄芝, 马宇红)

·学术动态·



中国科协与天津市政府签署合作协议

2014年2月26日,中国科协常务副主席、党组书记、书记处第一书记申维辰与天津市委副书记、市长黄兴国,分别代表中国科协与天津市政府签署《中国科协与天津市人民政府合作协议》。

根据协议,天津市将与中国科协在整合人才智力资源、加大全民科学素质工作力度、支持天津市科协工作3个方面展开合作。双方将共同推动建设院士专家工作站、科技信息服务推广应用平台、国家级科技思想库天津分库、中国科协“海智计划”天津工作基地等,进一步加大科普基础设施建设、科普项目实施和青少年科技教育实践活动力度,推动天津市科协在企业创新能力建设、基层科协组织建设、培养和举荐人才等方面开展工作。

详见中国科协网 <http://www.cast.org.cn/n35081/n35096/n10225918/15444076.html>。