

# 基于改进的 AHP-TOPSIS 评判模型的盛大铁矿采矿方法优选

赵国彦,唐洋,刘志祥,彭康,徐欣,申燕元

中南大学资源与安全工程学院,长沙 410083

**摘要** 为解决盛大铁矿低效开采的难题,运用改进的 AHP-TOPSIS 综合评价指标体系模型,对 5 个采矿方案进行综合评判优选。从经济、技术、安全 3 方面综合考虑影响采矿方法的评判指标,通过改进的层次分析法客观地确定各评判指标的权重向量,结合逼近理想解的排序法原理,构建改进的 AHP-TOPSIS 综合评判指标体系模型,基于评判指标计算出 5 种采矿方案的综合优越度。结果表明,5 种采矿方案优越度依次为 29%、28%、21%、22%、20%,其中分段接力退采分段充填采矿法为最优。

**关键词** 充填采矿法;AHP-TOPSIS;优越度

**中图分类号** TD802

**文献标志码** A

**doi** 10.3981/j.issn.1000-7857.2014.03.002

## Mining Method Optimization of Shengda Iron Ore Based on Improved AHP-TOPSIS Evaluation Model

ZHAO Guoyan, TANG Yang, LIU Zhixiang, PENG Kang, XU Xin, SHEN Yanyuan

School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China

**Abstract** In order to solve the mining technical problem of low exploitation in Shengda iron ore, an improved AHP-TOPSIS comprehensive evaluation index system model was established to evaluate five kinds of mining methods. Considering the economy, technology and security, which impact the evaluation indexes of mining method, the weight matrix of the evaluation indexes was established according to the improved AHP method, and then the improved AHP-TOPSIS comprehensive evaluation model was established with the basic theory of TOPSIS. The degrees of mining method based on the comprehensive evaluation index were calculated. The results show that the synthetic superior degrees of the optional mining methods are 29%, 28%, 21%, 22%, 20%, and the first method named piecewise relay retrograded mining filling method is the optimal.

**Keywords** filling mining method; AHP-TOPSIS; superior degree

为实现山东黄金盛大矿业大湍河铁矿北采区矿体的高效开采,考虑到充填材料、工艺技术的进步,采用充填采矿法取代其他采矿法应用于铁矿山完全可行<sup>[1]</sup>,由此提出 5 个备选方案:分段接力退采分段充填采矿法(方案 1)、分段砂柱充填法(方案 2)、中深孔挤压崩矿跟随充填采矿法(方案 3)、上向进路充填采矿法(方案 4)、六边形进路下向充填采矿法(方案 5)。目前,在选择采矿方法时,使用较多的是模糊数学法<sup>[2]</sup>、层次分析法<sup>[3]</sup>、突变级数法<sup>[4]</sup>、BP 神经网络法<sup>[5]</sup>

等<sup>[6,7]</sup>,这些方法有各自的特点;在排除人为误差方面 AHP-TOPSIS 评判法更具优势<sup>[8-11]</sup>,于是本研究采用 AHP-TOPSIS 评判模型做为采矿方法。传统的 AHP-TOPSIS 评判模型在一致性检验时,面临一些问题:当指标数不多时,各个指标的相对重要性经过精心权衡,不需要一致性检验;当指标数量巨大时,一致性检验后不易改动。由此,采用改进的 AHP-TOPSIS 算法,可以在不修改专家再三权衡的初始数据的前提下,重构一致判断矩阵。

收稿日期:2013-06-18;修回日期:2013-12-20

基金项目:国家自然科学基金项目(51374244);国家科技支撑计划项目(2013BAB02B03,2013BAB02B05,2012BAB08B01);中南大学教师基金项目(2013SJJ029)

作者简介:赵国彦,教授,研究方向为采矿工程、矿山安全技术和岩石力学与工程,电子信箱:312929122@qq.com

引用格式:赵国彦,唐洋,刘志祥,等.基于改进的 AHP-TOPSIS 评判模型的盛大铁矿采矿方法优选[J].科技导报,2013,32(3):25-28.

## 1 改进的AHP-TOPSIS算法原理

### 1.1 改进的AHP算法

#### 1.1.1 构建综合评价指标

确定可以反应各方案特点的指标及数值;分为两级,一级指标包含对应的二级指标。

#### 1.1.2 重构一致性判断矩阵

依据比较标准,分别对一级指标和各类二级指标,建立合适的初始判断矩阵。具体方法如下:依据语气判断标度和判断原理,运用模糊数学理论得出比较标准值(表1)。

表1 比较标准意义

Table 1 Meaning of comparison standard

比较意义	表达式	标准值
因素 $X_i$ 与 $X_j$ 重要性相同	$X_i/X_j$	1
因素 $X_i$ 重要性稍高于 $X_j$	$X_i/X_j$	3
因素 $X_i$ 重要性明显高于 $X_j$	$X_i/X_j$	5
因素 $X_i$ 重要性强烈高于 $X_j$	$X_i/X_j$	7
因素 $X_i$ 重要性绝对高于 $X_j$	$X_i/X_j$	9

指标间两两比较,依据比较标准值构造参考指标比较判断矩阵  $S$ 。

$$S = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{m1} & X_{m2} & \cdots & X_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{X_1}{X_1} & \frac{X_1}{X_2} & \cdots & \frac{X_1}{X_n} \\ \frac{X_2}{X_1} & \frac{X_2}{X_2} & \cdots & \frac{X_2}{X_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{X_m}{X_1} & \frac{X_m}{X_2} & \cdots & \frac{X_m}{X_n} \end{bmatrix} \quad (1)$$

在不修改初始数据且不需要一致性检验的前提下,重构一致性判断矩阵进行评价。引入定义、定理、方法如下所述。

定义:矩阵  $S$  为  $n$  阶判断矩阵,  $\Phi = 1, 2, \dots, n$ 。满足  $d_{ij} = d_{ik} \cdot d_{kj}$ , 则该矩阵就是完全一致的。

定理1:若各同阶矩阵都为一致性矩阵,则它们乘积所得的矩阵也是一致性矩阵。

定理2:矩阵中的元素都为正数,若  $n$  阶矩阵  $E$  的  $n$  个衍生矩阵的乘积所生产的新矩阵  $S$  中的任意元素的  $n$  次方根,与另一  $n$  阶矩阵  $F$  对应位置元素相等,那么矩阵  $F$  是一致矩阵,如果矩阵  $E$  也是一致性矩阵,则矩阵  $E$  与  $F$  相等。

方法:初始判断矩阵为  $S$ , 设  $S^{(k)} = (s_{ij}^{(k)})$ , 其中

$$s_{ij}^{(k)} = \begin{cases} s_{ij}, & i = k \\ \frac{s_{kj}}{s_{ki}}, & i \neq k \end{cases}, \text{ 即 } S^{(k)} \text{ 是由初始判断矩阵生成的衍生矩阵。将所得衍生矩阵相乘就是不需要检验的一致矩阵}^{[6]}. \text{ 再对其中元素开 } n \text{ 次方根,进而得到各指标权重}^{[12]}.$$

#### 1.1.3 计算权重向量

对所有二级指标权重进行归一化,得出各评判指标层

次总排序。

### 1.2 AHP-TOPSIS 综合评判模型

#### 1.2.1 建立初始决策矩阵

根据各个方案所对应的同级指标数据构建初始矩阵  $P$ 。

#### 1.2.2 建立标准化决策矩阵

矩阵  $P$  中,越大越优的指标按式(2)处理,越小越优指标按式(3)处理,得到标准化决策矩阵  $Q$ 。

$$q_{ij} = \frac{p_{ij} - \min(p_{ij})_j}{\max(p_{ij})_j - \min(p_{ij})_j} \quad (2)$$

$$q_{ij} = \frac{\max(p_{ij})_j - p_{ij}}{\max(p_{ij})_j - \min(p_{ij})_j} \quad (3)$$

式中,  $q_{ij}$  为矩阵  $Q$  中第  $i$  行第  $j$  列数据;  $p_{ij}$  为矩阵  $P$  中第  $i$  行第  $j$  列数据;  $\min(p_{ij})_j$  为矩阵  $P$  中第  $j$  列最小数据;  $\max(p_{ij})_j$  为矩阵  $P$  中第  $j$  列最大数据。

#### 1.2.3 构建加权标准化决策矩阵

利用标准化决策矩阵  $Q$  和层次分析法可得对应的各指标权重,按照指标权重乘以对应的方案指标便可以得出加权标准化决策矩阵  $R$ 。

#### 1.2.4 优越度计算

建立标准化矩阵的处理方法使得在加权标准化矩阵中,同类指标数值越大者越优。记最优解  $R^+$ 、最劣解  $R^-$ 。  $f_i^+$  和  $f_i^-$  分别为评判对象与最优解和最劣解的距离,如下式:

$$\begin{cases} f_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (r_{ij} - r_j^+)^2} \\ f_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (r_{ij} - r_j^-)^2} \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $r_{ij}$  为加权标准化矩阵  $R$  中的元素;  $r_j^+$  和  $r_j^-$  分别为  $R^+$  和  $R^-$  中相应的元素。实际值与最优解的距离占最优、最劣解总距离的百分比能显示出一个方案在该类指标上的优越度,其计算公式为

$$G_i^* = f_i^- / (f_i^+ + f_i^-) \quad (5)$$

由  $G_i^*$  所构成的矩阵  $G$  称作综合优越度评判矩阵。

#### 1.2.5 综合评价优选

在综合优越度评判矩阵  $G$  中,每一列包含一个方案的所有一级指标,每一行包含所有方案中的某一指标。对  $G$  中指标值按列相加,得到每个方案的综合评价数据,按数据由大至小排列即为方案的由优至劣的排列顺序。

## 2 工程实例

### 2.1 改进的AHP算法确定权重

#### 2.1.1 建立综合评价指标

矿山面临着低效回采的问题,根据矿山所需解决的问题,经专家论证,确定能反应各方案特点的指标  $X_1 \sim X_{10}$ , 如表2所示。指标内容由  $X_1 \sim X_{10}$  依次为采矿总成本(元/t)、回收率、贫化率、采切比(m/kt)、方案灵活度、方案实施难易程度、生产力大小(t/d)、允许空区最大暴露面积( $m^2$ )、通风条件、爆破对两帮

影响程度。其中,方案灵活度、方案实施难易程度、通风条件、爆破对两帮影响的数值,经过专家讨论结合模糊数学的语气温子进行确定<sup>[13]</sup>。其他指标初始数据根据方案计算得到。一级指标为经济指标、技术指标、安全指标,二级指标为一级指标所包含的所有指标。其中,经济指标包含采矿总成本、回收率、贫化率;技术指标包含采切比、方案灵活度、方案实施难易程度、生产力大小;安全指标包含允许空区最大暴露面积、通风条件、爆破对两帮影响程度。

表2 采矿方案的综合评价指标体系

Table 2 Synthetic assessment indexes system of schemes

项目		方案	方案	方案	方案	方案
一级	二级	1	2	3	4	5
经济 指标	$X_1/$ (元·t <sup>-1</sup> )	68	84.3	62.1	87.5	106.2
	$X_2/$ %	94	94	92	95	96
	$X_3/$ %	7	6	9	5	5
技 术 指 标	$X_4/$ (m·kt <sup>-1</sup> )	23.18	26.95	10.21	6.98	7.34
	$X_5$	0.85	0.75	0.55	0.55	0.55
	$X_6$	0.65	0.75	0.65	0.75	0.85
	$X_7/$ (t·d <sup>-1</sup> )	950	900	1050	450	300
安 全 指 标	$X_8/m^2$	40	60	30	30	50
	$X_9$	0.85	0.85	0.85	0.75	0.65
	$X_{10}$	0.65	0.65	0.85	0.55	0.55

2.1.2 重构一致性判断矩阵

依据实际重要性情况和比较标度表<sup>[14]</sup>,按照式(1),通过专家讨论,确定准则层指标、经济指标、技术指标、安全指标的初始比较判断矩阵依次如下:

$$S_{0c} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1/2 & 1/4 & 1 \end{bmatrix} \quad S_{1c} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1/2 & 1 & 1 \\ 1/4 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S_{2c} = \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/3 & 1/2 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1/2 & 1/2 & 1 \end{bmatrix} \quad S_{3c} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1/3 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

按改进 AHP 算法运算,过程略,所得重构后的一致性判断矩阵及各指标权重如下:

$$S_0 = \begin{bmatrix} 2.3208 & 1.8420 & 2.9240 \\ 2.3280 & 1.8420 & 2.9240 \\ 1.8420 & 1.4620 & 2.3208 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.3578 \\ 0.3582 \\ 0.2840 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} 2.0000 & 3.1748 & 3.1748 \\ 1.5874 & 2.5198 & 2.5198 \\ 1.2599 & 2.0000 & 2.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.4126 \\ 0.3275 \\ 0.2599 \end{bmatrix}$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} 2.9428 & 2.0809 & 2.0809 & 2.4746 \\ 3.8730 & 2.7386 & 2.7386 & 3.2568 \\ 3.8730 & 2.7386 & 2.7386 & 3.2568 \\ 3.4996 & 2.4746 & 2.4746 & 2.9428 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2074 \\ 0.2730 \\ 0.2730 \\ 0.2466 \end{bmatrix}$$

$$S_3 = \begin{bmatrix} 2.0274 & 3.2183 & 2.5544 \\ 1.4057 & 2.2314 & 1.7711 \\ 1.6091 & 2.5544 & 2.0274 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.4021 \\ 0.2788 \\ 0.3191 \end{bmatrix}$$

2.1.3 计算综合权重向量

将一级指标的权重与对应的二级指标的权重相乘,得出所有二级指标的权重,对其归一化,得到各方案的综合权重(表3);其中, $h_{01} \sim h_{03}$ 为一级指标的权重, $h_{11} \sim h_{33}$ 为二级指标的权重。

表3 指标综合权重

Table 3 Comprehensive weight of index

$h$	$h_{01}$	$h_{02}$	$h_{03}$	综合 权重
	0.3578	0.3578	0.2840	
$h_{11}$	0.4126	—	—	0.1476
$h_{12}$	0.3275	—	—	0.1172
$h_{13}$	0.2599	—	—	0.0930
$h_{21}$	—	0.2074	—	0.0743
$h_{22}$	—	0.2730	—	0.0978
$h_{23}$	—	0.2730	—	0.0978
$h_{24}$	—	0.2466	—	0.0883
$h_{31}$	—	—	0.4021	0.1142
$h_{32}$	—	—	0.2788	0.0792
$h_{33}$	—	—	0.3191	0.0906

2.2 AHP-TOPSIS 综合评价模型应用

以经济指标为例进行说明,技术指标和安全指标评判模型建立与其类似。

2.2.1 建立初始决策矩阵

$$P_1 = \begin{bmatrix} 68 & 94 & 7 \\ 84.3 & 94 & 6 \\ 62.1 & 92 & 9 \\ 87.5 & 95 & 5 \\ 106.2 & 96 & 5 \end{bmatrix}$$

2.2.2 建立标准化决策矩阵

对初始评判矩阵按式(2)、(3)进行处理,得经济标准化决策矩阵  $Q_1$ 。

$$Q_1 = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} \\ q_{51} & q_{52} & q_{53} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.866 & 0.5 & 0.5 \\ 0.497 & 0.5 & 0.75 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0.424 & 0.75 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2.2.3 建立加权标准化决策矩阵

利用标准化决策矩阵  $Q_1$  和层次分析法所得对应的各指标权重,指标权重乘以对应的方案指标便可以得出加权标准化决策矩阵  $R_1$ 。

$$R_1 = \begin{bmatrix} h_{11} \cdot q_{11} & h_{12} \cdot q_{12} & h_{13} \cdot q_{13} \\ h_{11} \cdot q_{21} & h_{12} \cdot q_{22} & h_{13} \cdot q_{23} \\ h_{11} \cdot q_{31} & h_{12} \cdot q_{32} & h_{13} \cdot q_{33} \\ h_{11} \cdot q_{41} & h_{12} \cdot q_{42} & h_{13} \cdot q_{43} \\ h_{11} \cdot q_{51} & h_{12} \cdot q_{52} & h_{13} \cdot q_{53} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.128 & 0.059 & 0.047 \\ 0.073 & 0.059 & 0.070 \\ 0.148 & 0 & 0 \\ 0.063 & 0.088 & 0.093 \\ 0 & 0.117 & 0.093 \end{bmatrix}$$

2.2.4 计算评判对象优越度

由于在建立标准化决策矩阵时,已经对越大越优和越小越优的数值分别进行了处理;处理后的每类指标中都是值越大在实际中越理想。因此在加权标准化决策矩阵中,同类指标必然是数值越大者越优。容易得到最优解  $R_1^+$ 、最劣解  $R_1^-$ :

$$\begin{cases} R_1^+ = (0.148, 0.117, 0.093) \\ R_1^- = (0, 0, 0) \end{cases}$$

经式(4)、(5)计算得经济方面各方案优越度  $G_{11}^+ \sim G_{15}^+$ 。同理,可算出技术方面和安全方面的评判对象优越度。经济方面、技术和安全方面的评判对象优越度依次为

$$\begin{cases} G_{11}^+ = 0.659 & G_{21}^+ = 0.723 & G_{31}^+ = 0.564 \\ G_{12}^+ = 0.549 & G_{22}^+ = 0.529 & G_{32}^+ = 0.830 \\ G_{13}^+ = 0.498 & G_{23}^+ = 0.596 & G_{33}^+ = 0.351 \\ G_{14}^+ = 0.614 & G_{24}^+ = 0.412 & G_{34}^+ = 0.452 \\ G_{15}^+ = 0.502 & G_{25}^+ = 0.308 & G_{35}^+ = 0.575 \end{cases}$$

可以看出,单论经济方面,方案1,分段接力退采分段充填采矿法最优;单论技术方面,方案1,分段接力退采分段充填采矿法最优;安全方面,方案2,分段砧柱充填法最优。

### 3 采矿综合评价

各指标评判优越度构造的评价矩阵为

$$G = \begin{bmatrix} 0.659 & 0.549 & 0.498 & 0.614 & 0.502 \\ 0.723 & 0.529 & 0.596 & 0.412 & 0.308 \\ 0.564 & 0.830 & 0.351 & 0.452 & 0.575 \end{bmatrix}$$

对该矩阵按列相加可得到由方案1至方案5的综合优越度数值为:1.946、1.908、1.445、1.478、1.385。经过归一化后,方案1至方案5的综合优越度依次为:29%、28%、21%、22%、20%。可以看出,方案1,分段接力退采分段充填采矿法为最优方案。

### 4 结论

1) 运用改进的AHP-TOPSIS综合评判模型,得出5个采矿方案的优越度依次为:29%、28%、21%、22%、20%,分段接力退采分段充填采矿法(方案1)为最优方案。方案1在经济和技术方面最优,方案2在安全方面最优。

2) 证实了在对评判对象优越度的计算中,最优、最劣解分别为该类指标中数值越大者和数值最小者。

3) 改进的算法不轻易改变经实践和经验验证的初始数据,可以使分析结果更加精确;改进的算法省去了一次性检验,使得计算过程更方便快捷。

4) 经过矿山生产实践表明,运用改进的AHP-TOPSIS综合评判模型对采矿方法进行优化选择是有效的。

#### 参考文献(References)

[1] 韩冰,李飞,苑雪超. 充填采矿法在铁矿山的应用及展望[J]. 云南冶金, 2010, 39(1): 23-25.  
Han Bing, Li Fei, Yuan Xuechao. Application and prospect of cut-and-fill mining method in iron mine[J]. Yunnan Metallurgy, 2010, 39(1): 23-25.

[2] 吴丽萍,吴世跃,郭勇义. 模糊数学在矿山安全综合评价中的应用[J]. 太原理工大学学报, 2006, 37(2): 131-133.  
Wu Liping, Wu Shiyue, Guo Yongyi. Study on fuzzy mathematics to mine safety comprehensive assessment[J]. Journal of Taiyuan University of Technology, 2006, 37(2): 131-133.

[3] 张吉军. 模糊层次分析法(FAHP)[J]. 模糊系统与数学, 2000, 14(2): 80-88.  
Zhang Jijun. Fuzzy analytic hierarchy[J]. Fuzzy Analytical Hierarchy Process, 2000, 14(2): 80-88.

[4] 陈红江,李夕兵,高科. 突变级数法在采空区塌陷预测中的应用[J]. 安全与环境学报, 2008, 8(6): 108-111.  
Chen Hongjiang, Li Xibing, Gao Ke. On the application of catastrophe progression method to predicting the likely mining collapse accidents[J]. Journal of Safety and Environment, 2008, 8(6): 108-111.

[5] 刘虎生. 基于BP神经网络的矿井通风系统安全评价研究[J]. 山西煤炭, 2008, 28(1): 39-41.  
Liu Husheng. Safety evaluating of shaft ventilation system based on BP neural network[J]. Shanxi Coal, 2008, 28(1): 39-41.

[6] 赵国彦,吴浩. 未确知聚类方法及其在松动圈厚度预测中的应用[J]. 科技导报, 2013, 31(2): 50-55.  
Zhao Guoyan, Wu Hao. Application of unascertained clustering method in the thickness prediction of excavation damaged zone[J]. Science & Technology Review, 2013, 31(2): 50-55.

[7] 赵国彦,王珊,王江. Fisher判别法在综放回采巷道支护形式选择中的应用[J]. 科技导报, 2013, 31(4): 28-31.  
Zhao Guoyan, Wang Shan, Wang Jiang. Application of Fisher's discriminant analysis model in the selection of support pattern for mining roadway in fully mechanized caving face[J]. Science & Technology Review, 2013, 31(4): 28-31.

[8] 陈沅江,尹进. 基于AHP-TOPSIS的采矿方法优化[J]. 科技导报, 2013, 31(7): 57-60.  
Chen Yuanjiang, Yin Jin. Optimization of mining method based on AHP-TOPSIS[J]. Science & Technology Review, 2013, 31(7): 57-60.

[9] 胡毅夫,刘龙琼. 基于AHP-TOPSIS评判模型的区域磷矿资源开采优势评价[J]. 科技导报, 2013, 31(13): 40-44.  
Hu Yifu, Liu Longqiong. Evaluation of regional phosphate rock resources exploitation advantages based on the AHP-TOPSIS evaluation model[J]. Science & Technology Review, 2013, 31(13): 40-44.

[10] 张钦礼,肖崇春,陈秋松,等. 某矿山最佳充填站站址方案选择[J]. 科技导报, 2013, 31(19): 39-43.  
Zhang Qinli, Xiao Chongchun, Chen Qiusong, et al. Best selective scheme for the filling station location of a certain mine[J]. Science & Technology Review, 2013, 31(19): 39-43.

[11] 陈建宏,王凯,钟福生. 多重影响因素下的边坡稳定性评价方法及应用[J]. 科技导报, 2013, 31(20): 20-25.  
Chen Jianhong, Wang Kai, Zhong Fusheng. Approach and application of rock slopes' stability assessment under the comprehensive effect of multiple factors[J]. Science & Technology Review, 2013, 31(20): 20-25.

[12] 李展,周世国,王克. 层次分析法的改进[J]. 郑州大学学报:理学版, 2008, 40(1): 41-46.  
Li Zhan, Zhou Shiguo, Wang Ke. A method for constructing perfectly consistent judgement matrix in AHP[J]. Journal of Zhengzhou University: Natural Science Edition, 2008, 40(1): 41-46.

[13] 吴启坤. 模糊数学在采矿方法优化选择中的应用[J]. 工程建设, 2012, 44(1): 10-13.  
Wu Qikun. Application of fuzzy mathematics in optimization selection of mining methods[J]. Engineering Construction, 2012, 44(1): 10-13.

[14] 黄贯虹,方刚. 系统工程方法与应用[M]. 广州:暨南大学出版社, 2005.  
Huang Guanrong, Fang Gang. System engineering method and application [M]. Guangzhou: Jinan University Press, 2005.

(责任编辑 吴晓丽)