

Winkler 弹性地基上声子晶体梁带隙特性

张子明, 陈启勇, 倪志强, 韩林, 张研

河海大学力学与材料学院, 南京 210098

摘要 研究弹性地基上声子晶体梁的振动特性对于工程中的减振、隔振有一定指导意义。为揭示弹性地基上声子晶体 Euler 梁的振动特性, 采用 Euler 梁理论、Winkler 地基模型, 通过有限元法计算出 Winkler 地基上声子晶体 Euler 梁弯曲振动能带结构。并与无地基作用下的声子晶体 Euler 梁能带结构的计算结果比较, 揭示出地基约束对声子晶体 Euler 梁弯曲振动带隙的影响规律。同时, 考虑材料的组分比对带隙的影响, 结果体现出模型的振动衰减第一带隙范围及第二带隙范围的变化趋势。

关键词 弹性地基; 声子晶体; Euler 梁; 有限单元法; ABAQUS 软件

中图分类号 O422.6

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2013.h1.014

Band Structures of Phononic Crystal Beam on Elastic Foundations

ZHANG Ziming, CHEN Qiyong, NI Zhiqiang, HAN Lin, ZHANG Yan

College of Mechanics and Materials, Hohai University, Nanjing 210098, China

Abstract This paper studies the vibration characteristics of the phononic crystal beam on elastic foundations, based on the Euler beam theory and the Winkler foundation model. The finite element method is used to obtain the band structures of phononic crystal Euler beams. The results reveal the influence of the foundation constraint on the bending vibration band gaps in the phononic crystal Euler beam. The computational results of the band structures of the phononic crystal Euler beam without foundation are compared with those on the elastic foundation. The significantly different band gaps of the model are shown. The influences of different component ratios of the phononic crystal Euler beam model are also studied, as well as the frequency ranges of the vibration band gaps.

Keywords elastic foundation; phononic crystal; Euler beam; finite element method; ABAQUS software

0 引言

波与光子晶体结构相互作用, 使该材料具有类似半导体中电子带隙的能带结构, 形成带状结构色散曲线, 从而发现了光子晶体材料^[1]。

人们发现弹性波在周期性弹性复合介质中传播时, 也会产生类似的弹性波带隙。在禁带范围内, 弹性波的传递受到抑制, 类比光子晶体, 于是提出了声子晶体这一概念^[2]。1992年, Sigalas 和 Economou^[3]第一次理论上证实球形散射体埋入某一基体材料中形成的三维周期点阵结构具有弹性波带隙特性。

经过 20 多年的发展, 声子晶体带隙计算方法主要有传

递矩阵法、平面波展开法、时域有限差分法、多重散射法、有限元法等。声子晶体在隔音及精密仪器减振等新型功能材料方面具有广泛的应用^[4]。目前主要的研究方向在带隙机制及带隙特性、应用等方面。

在实际工程中, Winkler 模型地基梁是工程中的一种常见结构, 研究弹性地基梁的弯曲问题具有现实的工程背景, 并为梁类结构的减振提供一种新的思路, 在实际工程土-结构中相互作用问题上, 具有一定的工程价值意义^[5]。

研究的主要内容是 Winkler 模型地基梁的频率响应关系, (1) 采用有限单元法进行求解, (2) 分析结构参数对频率响应关系的影响。

收稿日期: 2012-10-15; 修回日期: 2012-12-26

作者简介: 张子明, 教授, 研究方向为工程材料的力学特性与行为, 电子信箱: ziming@hhu.edu.cn

1 弯曲振动方程

1.1 Euler 梁的弯曲振动方程

Euler 梁一般是截面尺寸(长和宽)都比梁的长度小 5 倍以上,弯曲振动时忽略剪切变形和截面绕中心轴的转动惯量对弯曲振动的影响,其弯曲振动方程^[6]为

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[E(x)I(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + \rho(x)A(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

其中, ρ 为密度; E 为弹性模量; A 为梁的横截面面积; I 为截面二次矩; x 为梁的水平位移;梁的横向位移为 $y(x,t)$; t 为时间。

1.2 Winkler 模型地基梁弯曲振动方程

Winkler 地基模型由捷克工程师 Winkler 于 1867 年提出,该模型假设地基上任一点所受的压力强度 P 与该点的地基位移 y 成正比,即 $P=Ky$, K 为基床系数。该地基模型实质上是将地基看作无数分割开的小土柱,表现为一根根弹簧组成的一系列各自独立的弹簧体系。因此,Winkler 模型地基梁的弯曲振动方程^[6-8]可以写成

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[E(x)I(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} \right] + \rho(x)A(x) \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = -Ky(x,t) \quad (2)$$

式(2)与式(1)相比,将地基对梁的作用考虑入弯曲方程,地基对梁的作用以反力的形式表达出来。

1.3 弯曲振动计算模型

图 1 所示为一个截面形状为矩形的二组元变截面周期结构细直梁,由材料 A(长度为 l_A , 截面宽度 b_A , 高度 h_A)和材料 B(长度为 l_B , 截面宽度 b_B , 高度 h_B)在 x 轴交替排列形成无限周期结构,该细直梁的单个周期的长度为 a (也称晶格尺寸)。讨论细直梁的弯曲振动,将未变形时梁的轴线,即各截面形心连成的直线取作 x 轴。该梁具有对称平面,将对称面内与 x 轴垂直的方向取作 y 轴,梁在对称面内作弯曲振动时,

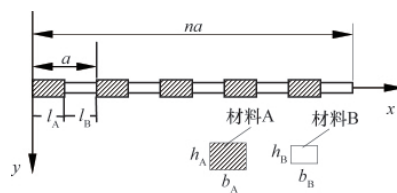


图 1 梁的弯曲振动计算模型

Fig. 1 Model of bending vibration of phononic crystal Euler beam

梁的轴线只有横向位移 $y(x,t)$ ^[7]。

2 计算方法

有限元法广泛应用于工程结构计算中。其基本思想是将连续弹性体离散成一定数量的有限小的单元集合体,根据弹性力学的基本方程和变微分原理建立单元节点力和节点位移之间的关系,再根据节点力的平衡条件建立有限元方程,引入边界条件,通过求解线性方程组,计算出单元应力。有限元法概念清晰浅显、适用性强、收敛性好,而且目前已有很多成熟的商用软件,如 MSC、ANSYS、ABAQUS 等。有限元已经可以用来准确地计算声子晶体的带隙特性^[5,9]。本文将运用 ABAQUS 大型有限元软件对梁的弯曲振动模型进行模拟计算,并将得出的结果与理论解进行对比。

3 传输特性计算

两种不同弹性系数和密度的材料 A 和 B 在 x 方向上交替排列形成一维二组元类似于杆状的周期性结构, a 为晶格常数($a=l_A+l_B$)。本文中计算的模型以铝、环氧树脂这两种材料,计算时,模型所采用的材料属性以及截面属性如表 1 所示。

表 1 材料属性及参数

Table 1 Properties and parameters of materials

材料名称	弹性模量 $E/10^{10}\text{Pa}$	泊松比 μ	密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	截面宽度 b/m	截面高度 h/m	长度 l/m
铝	7.756	0.352	2730	0.01	0.01	0.075
环氧树脂	0.435	0.368	1180	0.01	0.01	0.075

有限元法是将连续的求解域离散为一组单元的组合体,用在每个单元内假设的近似函数分片表示求解域上待求的未知场函数,近似函数通常由未知场函数及其导数在单元各节点的数值插值函数来表达,从而使一个连续的无限自由度问题变成离散的有限自由度问题。

其步骤主要有 3 步:(1) 剖分,将待解区域进行分割,离散成有限个元素的集合。(2) 单元分析,进行分片插值,即将分割单元中任意点的未知函数用该分割单元中形状函数及离散网格点上的函数值展开,建立一个线性插值函数。(3) 求

解近似变分方程。

有限的周期内声子晶体欧拉梁计算时,周期取 6。分有弹性地基作用和弹性地基作用两种情况进行,计算结果如图 2 所示。

由图 2 可看出,无地基作用时,在 0~5000Hz 频率范围内,出现了两个明显的振动衰减区域,分别在 347.8~560.9Hz 及 1636.1~2907.2Hz 两个区域,其中最大的带隙的最大振动衰减值达到了 38.16dB。

在有地基作用时,出现了 3 个振动衰减区域,分别在 0~

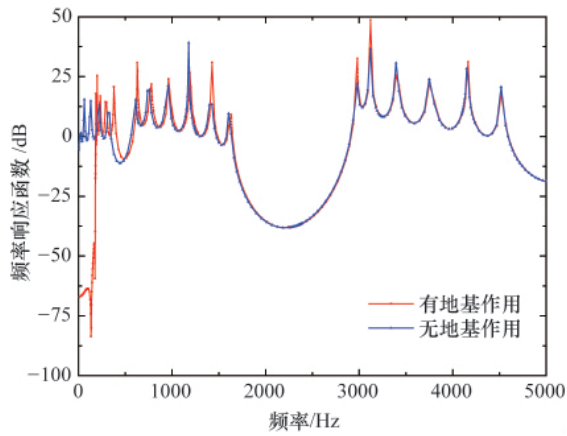


图2 Winkler 弹性地基梁弯曲振动能带结构
Fig. 2 Bending vibration band gaps of phononic crystal Euler beam on Winkler elastic foundation

180.1Hz、407.4~584.3Hz 及 1646.2~2914.3Hz 3 个区域内,带隙的最大振动衰减值达到了 38.13dB。

对比两种情况的结果通过两者的带隙振动衰减范围可以发现:(1) 在高频的区域,这两种情况的振动衰减区域相差不大,也就是说在有地基作用时与没有地基作用时,两者的振动衰减范围基本相符。(2) 在低频区域,这两种情况的振动衰减区域差别明显,首先在 0~180.1Hz 这个范围内出现的振动衰减,这个区间的衰减是由于受到弹性地基的作用,最大振动衰减值超过了 80dB,说明弹性地基在低频时对材料的振动衰减影响明显且效果显著。其次,在无地基作用时,347.8~560.9Hz 出现了振动衰减,而在有地基作用时,其振动衰减区域为 407.4~584.3Hz,两者的区域范围有一些差别,说明受到弹性地基的影响,欧拉梁的振动带隙范围与无地基作用时相比,整体向频率高的方向移动,且范围大小也略有增大。

4 结构参数对带隙的影响

为进一步分析振动带隙的变化规律,仍采用本文中建立的梁的弯曲振动模型,考虑单个周期内的两种材料的不同参数对梁的弯曲振动带隙的影响。本文仍采用铝和环氧树脂这两种材料,梁的横截面尺寸大小不变,主要考虑的是两种材料的长度比即组分比对带隙的影响。分析出梁的第一带隙范围以及第二带隙范围的变化趋势,便于实际工程中选取结构长度尺寸,为实际的振动问题提供指导意见。

Winkler 弹性地基上声子晶体 Euler 梁的第 1 个带隙的起始频率都是 0,因此结构参数的变化影响体现在对第 1 个带隙的截止频率上,从图 3 可以看出,随着组分比的不断变大,截止频率的值不断变小。从数据上可以发现,第 1 带隙范围大小随着组分比 l_A/l_B 的增大而减小。

由图 4 可看出,随着组分比 l_A/l_B 的不断变大,第 2 个带隙的起始频率及截止频率的幅值都增大,而且,两者的之间的

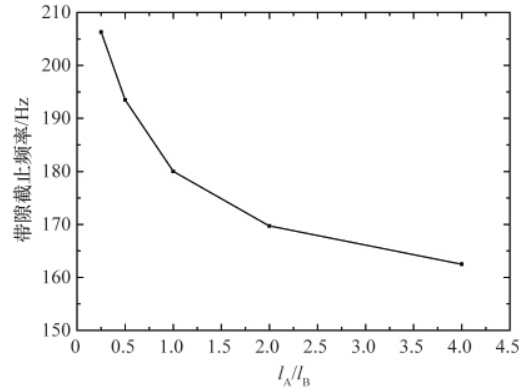


图3 不同的组分比对弯曲振动第 1 个带隙的影响
Fig. 3 Influence of different component ratio on the first band gaps of phononic crystal Euler beam on Winkler elastic foundation

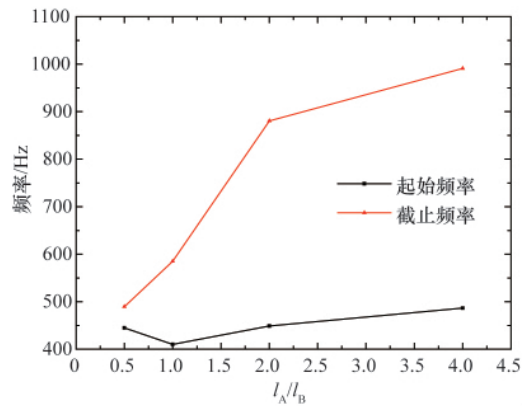


图4 不同组分比对弯曲振动的第 2 个带隙的影响
Fig. 4 Influence of different component ratio on the second band gaps of phononic crystal Euler beam on Winkler elastic foundation

差值即第 2 带隙的范围也不断增大。

通过上面的结果分析可以看出,对于同种模型,结构的组分比 l_A/l_B 对梁的振动带隙的影响趋势,可以在结构振动中需要减振的指定的频率范围中发挥减振、抗振的作用,体现出声子晶体这种功能性材料的作用。

5 结论

本文主要分析了在有无弹性地基情况时梁的能带结构,阐述其差别,并且分别利用传递矩阵法及有限元法进行计算,比较这两种方法计算结果之间的差别。

(1) 在 0~5000Hz 的范围内可以看出,在无地基作用时,有两个较大的带隙,最大的振动衰减值达到了 38dB;在有地基作用时,有 3 个较明显的带隙,最大的振动衰减值达到了 80dB。

(2) 将有地基作用与无地基作用两种情况相比时,低频时两者带隙范围相差较多,特别是在 0~180Hz 范围内,在无

地基作用时,不存在带隙;在高频时,两种不同情况的带隙范围相差不大。

(3) 在考虑组分比对弯曲振动的影响时,发现随着组分比的增大,第1个带隙的范围在缩小,截止频率变小;第2个带隙的范围却是在增大,其起始频率及截止频率基本上是增大的。

Winkler地基模型适用范围有高压缩性软土地基、薄的破碎岩层、不均匀土层以及动力荷载中土-结构中相互作用问题。本文对Winkler弹性地基上的一维声子晶体 Euler 梁的振动带隙的研究,在实际工程中土-结构中相互作用问题上,减振、隔振方面将有一定的指导及实用意义。

参考文献 (References)

- [1] 温熙森. 光子/声子晶体理论与技术[M]. 北京: 科学技术出版社, 2006.
Wen Xisen. Photonic/phononic crystals theory and technology [M]. Beijing: Science and Technology Press, 2006.
- [2] Sigalas M M, Economou E N. Elastic and acoustic wave band structure [J]. Journal of Sound and Vibration, 1992, 158(2): 377-382.
- [3] Sigalas M M, Economou E N. Band structure of elastic waves in two-dimensional systems[J]. Solid State Communications, 1993, 86: 141-143.
- [4] 郁殿龙. 基于声子晶体理论的梁板类周期结构振动特性研究[D]. 长

沙: 国防科技大学, 2006.

Yu Dianlong. Research on the vibration band gaps of periodic beams and plates based on theory of phononic crystals [D]. Changsha: National Defense University of Science and Technology, 2006.

- [5] 温熙森, 温激鸿, 郁殿龙, 等. 声子晶体 [M]. 长沙: 国防工业出版社, 2009.

Wen Xisen, Wen Jihong, Yu Dianlong, et al. Phononic crystals [M]. Changsha: National Defence Industry Press, 2009.

- [6] 黄义, 何芳社. 弹性地基上的梁板壳[M]. 北京: 科学出版社, 2005.

Huang Yi, He Fangshe. Beam plate shell on elastic foundation [M]. Beijing: Science Press, 2005.

- [7] 温激鸿, 郁殿龙, 王刚, 等. 周期结构细直梁弯曲振动中振动带隙[J]. 机械工程学报, 2005, 41(4): 1-6.

Wen Jihong, Yu Dianlong, Wang Gang, et al. Journal of Mechanical Engineering, 2005, 41(4): 1-6.

- [8] 刘庆潭, 倪国荣. 具有弹性支座及弹性地基的梁弯曲自由振动的传递矩阵法求解[J]. 长沙铁道学院学报, 1994, 12(1): 95-103.

Liu Qingtan, Ni Guorong. Journal of Changsha Railway University, 1994, 12(1): 95-103.

- [9] 陈国荣. 有限单元法原理及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009.

Chen Guorong. Principle and application of the finite element method[M]. Beijing: Press, 2009.

(责任编辑 刘志远)

· 学术动态 ·

中国科学技术协会事业发展“十二五”规划简介

根据《国民经济和社会发展第十二个五年规划纲要》以及国家中长期科技、教育、人才规划纲要, 依照《中国科学技术协会章程》, 结合科协事业发展的根本要求, 中国科协编制了《中国科学技术协会事业发展“十二五”规划(2011—2015)》。《规划》主要明确了中国科协的重点任务, 指导全国学会和地方科协的工作, 是科协组织共同的行动指南, 是制定年度工作计划的依据。

“十二五”时期是我国全面建设小康社会的关键时期, 是深化改革开放、加快转变经济发展方式的攻坚时期, 也是实现科协事业科学发展的重要战略机遇期。这五年, 加快转变经济发展方式, 建设创新型国家, 对科协组织繁荣学术交流、增强科技创新能力提出了更迫切的要求。我国科技工作者队伍不断发展壮大, 科技人员的时代特征越来越明显, 对科协组织在为科技工作者提供优质高效的服务方面提出了更高的要求。随着经济发展和社会进步, 人民群众对科学生产、文明生活和提升自身科学素质强烈的向往和追求, 使得科协组织在满足日益增长的多样化科普需求方面承担更加繁重的任务。党和政府高度重视、加强和创新社会管理, 提出了建立有中国特色社会主义社会管理体系的任务, 为科协组织在参与社会管理、发挥协同作用方面提供了更为广阔的空间。我国国际地位的不断提, 科技竞争力和合作能力不断增强, 为科协组织在更广阔的领域开展国际民间科技交流与合作, 实现互利共赢, 提供了新机遇。

面对机遇和挑战, 必须增强责任意识和忧患意识, 主动适应形势和环境变化, 把握发展规律、创新工作思路, 团结带领广大科技工作者, 心无旁骛、埋头苦干、开拓创新、狠抓落实, 更加奋发有为地推动科协事业科学发展再上新台阶。