

基于多元正态分布理论的盐岩蠕变参数概率分布

马纪伟, 王芝银

中国石油大学(北京)城市油气输配技术北京市重点实验室, 北京 102249

摘要 根据某拟建储气库库址盐岩的蠕变实验数据和蠕变变化规律, 基于伯格蠕变模型拟合得到该库区盐岩的蠕变参数。将各蠕变参数当作随机变量, 考虑盐岩形成过程及蠕变实验过程中多种随机因素对蠕变参数的影响。考虑各蠕变参数之间的相互联系, 假设由各蠕变参数变量共同构成的五维总体随机样本服从五元正态分布, 求解得到该五元正态分布的联合密度函数, 通过协方差阵揭示各蠕变参数之间的联系, 并利用 χ^2 统计量的Q-Q图检验法对多元正态假设进行检验。结果表明, 由各蠕变参数变量共同构成的五维总体随机样本可以很好地服从五元正态分布。研究结果可为盐岩蠕变参数概率分布的研究提供参考。

关键词 盐岩; 伯格模型; 蠕变参数; 概率分布; 多元正态分布

中图分类号 TU452

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2013.36.006

Probability Distribution of Rock Salt Creep Parameters Based on Multivariate Normal Distribution

MA Jiwei, WANG Zhiyin

Beijing Key Laboratory of Urban Oil and Gas Distribution Technology, China University of Petroleum, Beijing 102249, China

Abstract According to the rock salt creep experimental data at a would-be gas storage site and their variation pattern, based on the Burgers creep model fitting, the rock salt creep parameters of the gas storage are obtained. Taking each of the creep parameters as a random variable, the influence of many random factors on the creep parameters is studied during the rock salt formation and its creep experiment process. Considering the linkages between the creep parameters, assuming a five variable overall random sample constituted by the creep parameter variables in accordance with a five variable normal distribution, the joint density function of the five variable normal distribution is obtained. Then the link between the creep parameters is revealed through the covariance matrix, and the multivariate normal distribution assumption is tested by the Q-Q test method of the χ^2 statistics. It is shown that the five variable overall random sample constituted by the creep parameter variables can be very well represented by the five variable normal distribution. The results provide an insight for the probability distribution of rock salt creep parameters.

Keywords rock salt; Burgers model; creep parameters; probability distribution; multivariate normal distribution

0 引言

盐岩蠕变特性较强, 长期蠕变会对地下储气库的围岩稳定性产生不利影响。同时, 盐岩蠕变参数的概率分布类型会对盐穴储气库长期可靠度指标的计算结果产生直接影响。Han等^[1]、严春风等^[2]曾研究过不同土性参数分布类型对可靠度指标计算的影响, 定量分析可靠度指标对不同分布模型的敏感性。有关岩土力学参数概率分布类型的研究以有关抗

剪强度指标的成果居多^[2-14], 归纳起来主要有: (1) 一般情况下, 抗剪强度参数 c, φ 的概率分布类型可接受正态、对数正态及Beta分布, 不排水条件下黏性土的抗剪强度指标更符合Beta分布, 当统计资料不充分时, 对数正态分布更符合实际^[3-8]; (2) 岩土抗剪强度指标服从极值I型和Weibull分布时, 可靠度指标对参数概率类型更加敏感^[9]; (3) 利用正交多项式、信息熵、先验信息融合等方法及新拟合优化指标对岩土参数的

收稿日期: 2013-06-07; 修回日期: 2013-10-14

作者简介: 马纪伟, 博士研究生, 研究方向为岩石力学及工程应用, 电子信箱: jiwemada@163.com

概率分布进行推断^[9-14]。纵观大多研究成果,对于某个参数概率分布的研究,通常是根据该参数的试验数据特点和主观经验预先假设参数服从某一种或几种理论分布,之后利用一些检验方法对提出的假设进行接受或拒绝检验。此种方法,仅考虑该参数的数据样本信息,并未对各参数之间的相互联系进行考虑,也无法对各参数之间的相关性做出描述。另外,大多研究主要针对岩石的常规力学参数,对岩石蠕变参数概率分布类型的研究相对较少,尤其是对蠕变参数分布类型的整体规律还未形成统一认识。基于此,本文以某拟建储气库库址盐岩蠕变实验数据为基础,拟合得到该库区盐岩对应的伯格斯模型蠕变参数数据;考虑各蠕变参数之间的联系,假设由各蠕变参数数据共同构成的多元随机向量服从多元正态分布,求解得到该多元正态分布的联合密度函数;之后,利

用 χ^2 统计量的Q-Q图检验法对多元正态分布假设进行检验。

1 盐岩蠕变试验及参数确定

实验岩心取自某拟建储气库库区,对其中整体完整、无明显缺陷的均质盐岩岩心按照《工程岩体试验方法标准》的要求进行加工,制成蠕变试件。根据拟建储气库的盐层埋深,蠕变实验围压取15~30MPa,轴压取25~60MPa。低应力水平条件下,对试件进行多级应力水平蠕变试验,应力水平最多为5级,最长蠕变持续时间约700h;高应力水平条件下,部分盐岩试件在50h左右出现加速蠕变并最终发生蠕变破坏。为便于分析,仅选取每个试件在某级应力水平下持续时间在50h左右并未出现第三蠕变阶段的蠕变实验结果进行研究,蠕变实验曲线如图1所示。

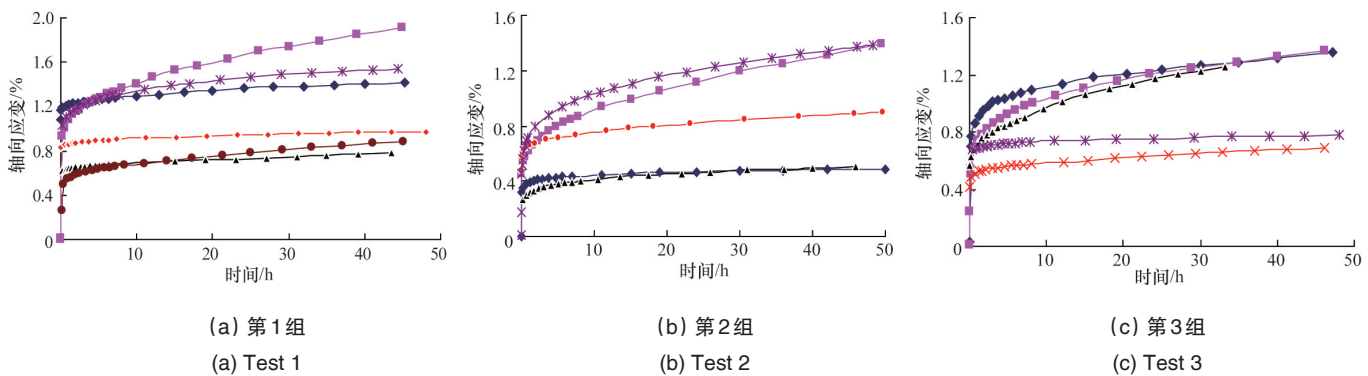


图1 盐岩三轴压缩蠕变试验曲线

Fig. 1 Rock salt creep compression test curve

图1中曲线代表不同岩样的蠕变试验结果,可以看出,该库区盐岩试件在实验应力水平下的蠕变曲线特征为:经历瞬时变形之后进入初始蠕变阶段,此阶段应变随时间的增加而增加,但蠕变速率呈非线性减小;当蠕变速率趋于不变时进入稳态蠕变阶段,此时应变随时间的增加近似按线性增加。该特征可采用伯格斯模型的蠕变本构关系来描述,并可依据试验数据利用伯格斯蠕变模型对盐岩蠕变力学参数进行拟合确定。伯格斯蠕变模型的三轴蠕变方程为^[15]

$$\varepsilon(t) = \frac{1}{9K} \left[(\sigma_1 + 2\sigma_2) + 3K(\sigma_1 - \sigma_2) \left(\frac{1}{G_0} + \frac{1}{G_1} + \frac{1}{\eta_2} t - \frac{1}{G_1} e^{-\frac{G_1 t}{\eta_1}} \right) \right] \quad (1)$$

式中, σ_1 、 σ_2 分别为实验轴压和围压,MPa; K 为弹性体积模量GPa; η_1 为黏弹性剪切系数,GPa·h; η_2 为黏性剪切系数,GPa·h; G_0 为弹性剪切模量,GPa; G_1 为黏弹性剪切模量,GPa。

按组别及应变从大到小对蠕变曲线进行编号。利用瞬时变形、初始蠕变阶段和稳态蠕变阶段的变形对盐岩伯格斯蠕变模型各参数进行求解^[16],得到不同试件蠕变参数(表1)。

表1 盐岩蠕变参数
Table 1 Salt rock creep parameters

试件	K/GPa	$\eta_1/(\text{GPa} \cdot \text{h})$	$\eta_2/(\text{GPa} \cdot \text{h})$	G_0/GPa	G_1/GPa
1-1	40.50	261.35	1290.65	16.61	30.62
1-2	22.73	245.65	1471.28	21.28	33.42
1-3	34.84	362.51	1366.67	19.48	40.41
1-4	38.85	337.95	1349.51	17.06	37.46
1-5	66.19	298.87	1548.12	20.58	44.18
1-6	23.47	212.03	1366.54	17.67	40.46
2-1	36.06	354.26	1404.72	19.06	51.45
2-2	46.04	217.50	1449.26	12.52	31.17
2-3	30.02	214.21	1328.58	11.32	38.75
2-4	37.16	105.84	1554.18	18.06	36.74
2-5	52.32	219.28	1388.89	25.27	28.53
3-1	21.91	206.49	1160.67	12.38	40.40
3-2	54.41	251.44	1324.11	10.72	24.94
3-3	29.94	240.92	1218.53	15.88	25.91
3-4	38.68	346.60	1339.98	19.66	34.54
3-5	47.82	264.87	1466.17	30.86	65.34
平均值	38.81	258.69	1376.74	17.89	37.77

由表1可见,拟合实验结果得到的盐岩各蠕变参数的数值在一定范围内波动,呈现出明显的离散性和随机性,但多数数集聚在平均值附近,远离均值程度较大的数据个数相对较少。考虑盐岩形成过程中自然条件变化,岩心在钻采、托运、加工过程中的损坏及蠕变实验过程各种人为误差等多种随机因素对蠕变参数的影响,将各蠕变参数当作随机变量,通过各蠕变参数的数据分布规律及相应的频率直方图与正态分布曲线的拟合程度,可以初步判断各蠕变参数变量近似服从正态分布。其中,弹性剪切模量的频率直方图见图2。

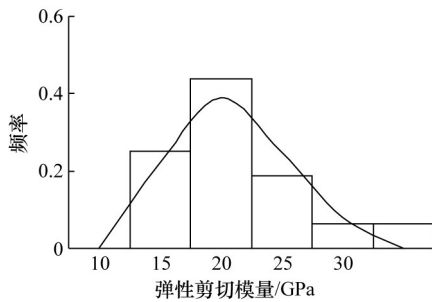


图2 弹性剪切模量频率直方图

Fig. 2 Frequency histogram of elastic shear modulus

由图2可以看出,不考虑各蠕变参数之间的联系,将弹性剪切模量当作单独的随机变量,根据其频率直方图可初步判断弹性剪切模量近似服从正态分布,其他参数的概率分布情况类似。

2 蠕变参数的多元正态分布及参数确定

2.1 蠕变参数多元正态分布

盐岩各伯格蠕变模型参数之间必然存在着联系,例如,岩样蠕变曲线中初始蠕变阶段到达稳态蠕变阶段的收敛速度由黏弹性剪切系数 η_1 与黏弹性剪切模量 G_1 的差值大小决定;蠕变总变形量由黏性剪切系数、弹性剪切模量、黏弹性剪切模量共同决定^[7]。因此,若将各个参数当作单独的随机变量处理,就忽略了各蠕变参数之间的联系,使求解结果与真实结果偏差较大,所以应将各参数变量放在一起,共同构成一个五维总体随机样本

$$X=[K \ N_1 \ N_2 \ G_0 \ G_1] \quad (2)$$

将每个试件试验拟合得到的各个参数值看作是对5个变量的一次观测,每次观测值是一个样品

$$x_i=[k_i \ \eta_{1,i} \ \eta_{2,i} \ g_{0,i} \ g_{1,i}], i=1,2,\dots,16 \quad (3)$$

观测16次,观测值构成一个16×5的样本数据阵,记为

$$X = \begin{bmatrix} k_1 & \eta_{1,1} & \eta_{2,1} & g_{0,1} & g_{1,1} \\ k_2 & \eta_{1,2} & \eta_{2,2} & g_{0,2} & g_{1,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{16} & \eta_{1,16} & \eta_{2,16} & g_{0,16} & g_{1,16} \end{bmatrix} = [K \ N_1 \ N_2 \ G_0 \ G_1] \quad (4)$$

数据矩阵各元素的数值与表1数据对应,矩阵某一行表

示某试件的一组拟合蠕变参数值,某一列表示对某个参数的16次观测。

由上述讨论可知,单独对各蠕变参数变量进行研究时,均服从正态分布或近似正态分布,而且对多元正态分布的研究,理论及实践方面都已十分成熟^[18,19]。假设由盐岩各蠕变参数的实验拟合数据共同构成的随机矩阵 X 为五维正态随机向量,称五元函数

$$F(k, \eta_1, \eta_2, g_0, g_1) = P\{K \leq k, N_1 \leq \eta_1, \dots, G_1 \leq g_1\} \quad (5)$$

为 X 的联合分布函数。若存在函数 $f(k, \eta_1, \eta_2, g_0, g_1)$ 满足

$$\int_{-\infty}^k \int_{-\infty}^{\eta_1} \int_{-\infty}^{\eta_2} \int_{-\infty}^{g_0} \int_{-\infty}^{g_1} f(k, \eta_1, \eta_2, g_0, g_1) dk d\eta_1 d\eta_2 dg_0 dg_1 = F(k, \eta_1, \eta_2, g_0, g_1) \quad (6)$$

则称 $f(k, \eta_1, \eta_2, g_0, g_1)$ 为 X 的联合密度函数。其物理意义可以表述为,对联合密度函数各参数积分得到参数小于指定值的概率。

随机矩阵 X 服从五元正态分布,则 X 的联合密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{5/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(x-\mu)^\top \Sigma^{-1}(x-\mu)\right] \quad (7)$$

$$\mu = E(X) = [E(K) \ E(N_1) \ E(N_2) \ E(G_0) \ E(G_1)]^\top \quad (8)$$

$$\Sigma = E[(X-E(X))(X-E(X))^\top] \quad (9)$$

式中, μ 与 $E(X)$ 为随机向量 X 的均值向量, Σ 为其协方差阵。

2.2 蠕变参数样本均值向量及协方差阵估计

利用样本均值向量、样本协方差无偏估计蠕变参数总体的均值向量及协方差。

$$\bar{X} = \frac{1}{16} \sum_{i=1}^{16} X_{(i)} = [\bar{k} \ \bar{\eta}_1 \ \bar{\eta}_2 \ \bar{g}_0 \ \bar{g}_1]^\top \quad (10)$$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{16} \sum_{a=1}^{16} x_{ai} \quad (i=1,2,\dots,5) \quad (11)$$

$$A = \sum_{a=1}^{16} (X_{(a)} - \bar{X})(X_{(a)} - \bar{X})^\top = X^\top X - 16\bar{X}\bar{X}^\top \quad (12)$$

$$S = \frac{1}{n-1} A \quad (13)$$

式中, \bar{X} 为蠕变参数样本均值向量; $X_{(i)}$ 为样本的某一次观测值; \bar{k} 、 $\bar{\eta}_1$ 、 $\bar{\eta}_2$ 、 \bar{g}_0 、 \bar{g}_1 分别为对应参数的平均值,与不同 i 取值时的 \bar{x}_i 对应; x_{ai} 为总体矩阵内的元素; A 为参数样本离差阵; S 为参数样本协方差阵。

由蠕变参数实验数据构成随机向量矩阵 X ,利用式(10)和式(11)求得样本均值向量

$$\bar{X} = [38.81 \ 258.69 \ 1376.74 \ 17.89 \ 37.77]^\top \quad (14)$$

利用式(12)求得蠕变参数样本离差阵

$$A = 10^5 \times \begin{bmatrix} 0.0227 & 0.0217 & 0.0898 & 0.0040 & 0.0007 \\ 0.0217 & 0.6999 & -0.1027 & 0.0112 & 0.0256 \\ 0.0898 & -0.1027 & 1.7055 & 0.0290 & 0.0539 \\ 0.0040 & 0.0112 & 0.0290 & 0.0053 & 0.0057 \\ 0.0007 & 0.0256 & 0.0539 & 0.0057 & 0.0153 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$X^\top X = 10^7 \times \begin{bmatrix} 0.0026 & 0.0163 & 0.0864 & 0.0012 & 0.0024 \\ 0.0163 & 0.1141 & 0.5688 & 0.0075 & 0.0159 \\ 0.0864 & 0.5688 & 3.0497 & 0.0397 & 0.0837 \\ 0.0012 & 0.0075 & 0.0397 & 0.0006 & 0.0011 \\ 0.0024 & 0.0159 & 0.0837 & 0.0011 & 0.0024 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\bar{X}\bar{X}^T = 10^6 \times \begin{bmatrix} 0.0015 & 0.0100 & 0.0534 & 0.0007 & 0.0015 \\ 0.0100 & 0.0669 & 0.3561 & 0.0046 & 0.0098 \\ 0.0534 & 0.3561 & 1.8954 & 0.0246 & 0.0520 \\ 0.0007 & 0.0046 & 0.0246 & 0.0003 & 0.0007 \\ 0.0015 & 0.0098 & 0.0520 & 0.0007 & 0.0014 \end{bmatrix} \quad (17)$$

利用式(13)求得样本协方差阵

$$S = A/15 = 10^4 \times \begin{bmatrix} 0.0151 & 0.0144 & 0.0599 & 0.0027 & 0.0005 \\ 0.0144 & 0.4666 & -0.0685 & 0.0075 & 0.0170 \\ 0.0599 & -0.0685 & 1.1370 & 0.0193 & 0.0359 \\ 0.0027 & 0.0075 & 0.0193 & 0.0035 & 0.0038 \\ 0.0005 & 0.0170 & 0.0359 & 0.0038 & 0.0102 \end{bmatrix} \quad (18)$$

将式(14)及式(18)代入式(7),即得到盐岩蠕变参数共同构成的随机变量服从五元正态分布时的联合密度函数。而且,样本协方差阵

$$S = \begin{bmatrix} \text{Cov}(k, k) & \text{Cov}(k, \eta_1) & \cdots & \text{Cov}(k, g_1) \\ \text{Cov}(\eta_1, k) & \text{Cov}(\eta_1, \eta_1) & \cdots & \text{Cov}(\eta_1, g_1) \\ \text{Cov}(\eta_2, k) & \text{Cov}(\eta_2, \eta_1) & \cdots & \text{Cov}(\eta_2, g_1) \\ \text{Cov}(g_0, k) & \text{Cov}(g_0, \eta_1) & \cdots & \text{Cov}(g_0, g_1) \\ \text{Cov}(g_1, k) & \text{Cov}(g_1, \eta_1) & \cdots & \text{Cov}(g_1, g_1) \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中, $\text{Cov}(x_i, x_j)$ 表示 x_i 和 x_j 的协方差。

因此,任意参数之间的协方差值都可以通过协方差阵 S 得到,当任意两参数协方差值为0时,此两参数不相关,协方差阵 S 体现了各蠕变参数彼此之间的相关性等信息。

3 蠕变参数正态性检验

为讨论蠕变参数多元观测数据与多元正态数据的接近程度,检验上述假设的正确性,利用 χ^2 统计量的 Q-Q 图检验法对蠕变参数数据构成的多元数据的正态性进行检验。该检验法的基本思想是:若利用蠕变参数实验拟合数据计算得到的马氏距离及对应的分位数组成的坐标点散布在通过原点、斜率为1的直线上,则接受数据来自五元正态总体的假设,反之拒绝。具体检验步骤如下:

(1) 计算蠕变参数数据组成的五维随机向量矩阵 X 的样本均值 \bar{X} 和样本协方差 S 。样本均值为式(14),样本协方差为式(18)。

(2) 计算第 t 次观测的样品点 $X_{(t)}$ 到 \bar{X} 的马氏距离

$$D_t^2 = (X_{(t)} - \bar{X})^T S^{-1} (X_{(t)} - \bar{X}), t=1, 2, \dots, 16 \quad (20)$$

其中,样本协方差阵的逆矩阵为

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0116 & -0.0005 & -0.0007 & -0.0117 & 0.0071 \\ -0.0005 & 0.0003 & 0.0001 & 0.0003 & -0.0007 \\ -0.0007 & 0.0001 & 0.0001 & 0.0004 & -0.0007 \\ -0.0117 & 0.0003 & 0.0004 & 0.0608 & -0.0240 \\ 0.0071 & -0.0007 & -0.0007 & -0.0240 & 0.0222 \end{bmatrix} \quad (21)$$

马氏距离计算结果分别为:1.16, 6.27, 3.10, 1.52, 5.49, 2.18, 3.91, 2.44, 4.21, 7.52, 9.70, 8.24, 5.87, 4.51, 2.84, 11.20。

(3) 对马氏距离 D_t^2 按从小到大的次序排列

$$D_{(1)}^2 \leq D_{(2)}^2 \leq \dots \leq D_{(n)}^2 \quad (22)$$

排列结果为:1.16, 1.52, 2.18, 2.44, 2.84, 3.10, 3.91, 4.21, 4.51, 5.49, 5.87, 6.27, 7.52, 8.24, 9.70, 11.20。

(4) 计算统计量 D^2 的经验分布函数 p_i 及 χ^2 分布的 p_i 分位数 $\chi_{i, p}^2$ 。

$$p_i = \frac{t-0.5}{n}, t=1, 2, \dots, n \quad (23)$$

$$H(\chi_{i, p}^2 | p) = p_i \quad (24)$$

利用式(22)求得统计量的经验分布函数 $p_i \sim p_{16}$ 结果为:0.03, 0.09, 0.16, 0.22, 0.28, 0.34, 0.41, 0.47, 0.53, 0.59, 0.66, 0.72, 0.78, 0.84, 0.91, 0.97。

查卡方分布表得到 p_i 对应的分位数 χ_i^2 分别为:0.93, 1.55, 2.04, 2.47, 2.87, 3.27, 3.73, 4.13, 4.61, 5.12, 5.68, 6.27, 7.01, 8.02, 9.41, 12.25。

(5) 以马氏距离为横坐标,分位数为纵坐标,绘制 $(D_{(t)}^2, \chi_i^2)$ 散点图,即得到 χ^2 分布的 Q-Q 图。利用蠕变参数数据作出的 Q-Q 图如图3所示。

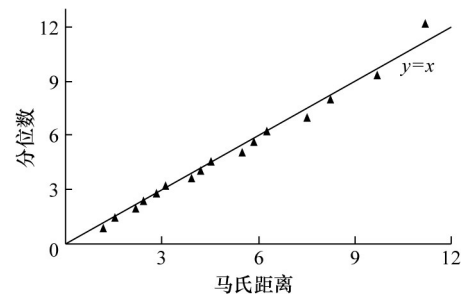


图3 蠕变参数卡方分布 Q-Q 图

Fig. 3 Chi-square distribution Q-Q chart of creep parameters

由图3可以看出,根据蠕变参数拟合数据计算得到的马氏距离及对应的分位数构成的散点散布在通过原点、斜率为1的直线上,因此,接受蠕变参数数据构成的多元数据来自五元正态总体随机样本的假设,从而完成了对蠕变参数数据构成的多元数据正态性假设的验证。

4 结论

(1) 基于某拟建储气库库址盐岩蠕变试验数据和应变变化规律,利用伯格蠕变模型拟合得到了该库址盐岩的蠕变参数。

(2) 将各蠕变参数当作随机变量,考虑到各蠕变参数之间的相互联系,假设由各蠕变参数变量构成的五维随机向量总体服从五元正态分布,求解得到该五元正态分布的联合密度函数,并由协方差阵显示各参数之间的相关性信息。

(3) 利用 χ^2 统计量的 Q-Q 图检验法对蠕变参数构成的五维随机向量的正态性进行检验,结果表明,盐岩蠕变参数构成的随机向量可以很好地接受五元正态分布。

参考文献(References)

- [1] Han P H, Niels C L. Approximate reliability analysis using normal polynomial and simulation results[J]. Structural Safety, 1996, 18(4): 329-339.
- [2] 严春风, 刘东燕, 张建辉, 等. 岩土工程可靠度关于强度参数分布函数概型的敏感度分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(1): 36-39.
Yan Chunfeng, Liu Dongyan, Zhang Jianhui, et al. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, 18(1): 36-39.
- [3] 陈立宏, 陈祖煜, 刘金梅. 土体抗剪强度指标的概率分布类型研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(1): 37-40.
Chen Lihong, Chen Zuyu, Liu Jinmei. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(1): 37-45.
- [4] Langejan A. Some aspects of the safety factor in soil mechanics considered as a problem of probability[C]//Proceedings of the 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Quebec, USA: American Society of Civil Engineers, 1965: 500-502.
- [5] Wu T H, Kraft L M. The probability of foundation safety[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, 1900, 93(5): 213-231.
- [6] Lumb P. Safety factors and the probability distribution of soil strength[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1970, 7(3): 225-241.
- [7] 唐震, 舒继森. 基于模糊贝叶斯理论的岩土参数概率分布研究[J]. 煤炭技术, 2011, 30(10): 182-184.
Tang Zheng, Shu Jisen. Coal Technology, 2011, 30(10): 182-184.
- [8] 李红英, 谭跃虎, 赵辉. 某滑坡体岩土参数概率分布统计分析方法研究[J]. 地下空间与工程学报, 2012, 8(3): 659-664.
Li Hongying, Tan Yuehu, Zhao Hui. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2012, 8(3): 659-664.
- [9] 宫凤强, 李夕兵, 邓建, 等. 岩土参数概率密度函数的正交多项式推断[J]. 地下空间与工程学报, 2006, 2(1): 108-111.
Gong Fengqiang, Li Xibing, Deng Jian, et al. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2006, 2(1): 108-111.
- [10] 李夕兵, 宫凤强. 岩土力学参数概率分布的推断方法研究综述[J]. 长沙理工大学学报: 自然科学版, 2007, 4(1): 1-8.
Li Xibing, Gong Fengqiang. Journal of Changsha University of Science and Technology: Natural Science, 2007, 4(1): 1-8.
- [11] 邓建, 李夕兵, 古德生. 岩石力学参数概率分布的信息熵推断[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(13): 2177-2181.
Deng Jian, Li Xibing, Gu Desheng. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(13): 2177-2181.
- [12] 宫凤强, 李夕兵, 邓建. 基于AHP先验分布融合合法的岩土参数概率分布推断[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(10): 1313-1318.
Gong Fengqiang, Li Xibing, Deng Jian. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(10): 1313-1318.
- [13] 舒继森, 郭兵兵, 张俊阳, 等. 基于拟合优度指标评价的岩土参数概率分布研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2008, 25(2): 197-201.
Shu Jisen, Guo Bingbing, Zhang Junyang, et al. Journal of Mining and Safety Engineering, 2008, 25(2): 197-201.
- [14] 张继周, 缪林昌. 岩土参数概率分布类型及其选择标准[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(2): 3526-3532.
Zhang Jizhou, Miao Linchang. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(2): 3526-3532.
- [15] Zhang H B, Wang Z Y, Zheng Y L, et al. Study on tri-axial creep experiment and constitutive relation of different rock salt[J]. Safety Science, 2012, 50(4): 801-805.
- [16] 张华宾, 王芝银, 赵艳杰, 等. 盐岩全过程蠕变参数试验及模型参数辨识[J]. 石油学报, 2012, 33(4): 1-5.
Zhang Huabin, Wang Zhiyin, Zhao Yanjie, et al. Acta Petrolei Sinica, 2012, 33(4): 1-5.
- [17] 王芝银, 李云鹏. 岩体流变理论及其数值模拟[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
Wang Zhiyin, Li Yunpeng. Rock rheological theory and numerical simulation[M]. Beijing: Science Press, 2008.
- [18] 高惠璇. 应用多元统计分析[M]. 北京: 北京大学出版社, 2011.
Gao Huixuan. Applied multivariate statistical analysis[M]. Beijing: Peking University Press, 2011.
- [19] 张尧庭, 方开泰. 多元统计分析引论[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
Zhang Yaoting, Fang Kaitai. An introduction to multivariate analysis[M]. Beijing: Science Press, 2003.

(责任编辑 侯澄芝, 马宇红)


 科技
导报
SCIENCE & TECHNOLOGY REVIEW

《科技导报》“研究论文”栏目征稿

“研究论文”栏目专门发表自然科学、工程技术领域具有创新性的研究论文, 要求学术价值显著、实验数据完整、具有原始性和创造性, 同时应重点突出、文字精炼、引证及数据准确、图表清晰, 并附中、英文摘要以及作者姓名、所在单位、通信地址、关键词等信息。在线投稿: www.kjdb.org。