

遥控制导系统的准连续高阶滑模控制器一体化设计

雷嘉, 孟秀云, 刘藻珍

北京理工大学宇航学院, 北京 100081

摘要 针对三点法导引的遥控制导系统纵向通道进行准连续高阶滑模控制器一体化设计。采用理想准连续高阶滑模控制器, 构造高阶微分器对滑模面的高阶微分进行估计, 实现整个控制器设计。利用更高阶次的滑模控制来规避由于高频切换控制引起的振抖效应, 将其隐藏于控制计算中, 而不作用于执行机构。控制计算的过程中只需确认模型是有界的, 利用该界限值即可进行其切换控制设计。该设计方法对不确定模型很有效, 尤其是对于参数变化范围较大的非线性时变系统, 有更好的鲁棒性能。

关键词 遥控制导; 一体化设计; 准连续滑模控制器

中图分类号 TJ765

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2013.35.001

Integrated Design of Quasi-continuous High-order Sliding Mode Controller for Remote Guidance and Control System

LEI Jia, MENG Xiuyun, LIU Zaozhen

School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

Abstract Longitudinal channel controller for the remote control guidance system by using three-point method is integrated designed, which is called quasi-continuous high-order sliding mode controller. Ideal quasi-continuous four-order sliding mode controller form was given, and differentiator was constructed in order to estimate higher differentiation of sliding mode surface. The high-order sliding mode control transfers high frequency switch control, and hides it in the process, so chattering is avoided effectively. It is worth mentioning that it is a very effective method for uncertain model, because information about band is enough. Especially for systems with large parameter changes, nonlinear and time-varying, robust performance is shown.

Keywords remote guidance; integrated design; quasi-continuous high-order sliding mode controller

0 引言

由于各种原因, 在小型机载精确制导武器的控制中, 存在着许多不利于控制器设计的因素, 例如不完全测量、外部干扰、模型不确定等。滑模控制结合高精度和鲁棒性, 解决了上述因素的干扰, 可达到期望系统性能, 减少甚至消除了系统不确定。对高频切换控制引起的振抖效应, 可利用更高阶次的滑模控制规避该缺点。这是建立在有界连续时变控制基础之上, 比标准滑模控制有更优的准确度, 在有界时间内达到规定精度并具有重要的自适应特性。

一个输出变量的微分阶次越高, 变量自身震荡的可能性越小。因此, 把高频切换应用于控制信号的高阶微分处就可以避免振抖, 同时仍能保持在不确定条件下能够满足约束的

能力。基于该思路, 高阶滑模思想在 1985 被提出。滑模的阶次是变量一阶不连续全时间微分的阶次^[1], 它能使跟踪在有限时间内收敛。在该过程中, 由于高频切换应用在高阶次微分上而不是控制量本身, 因此是高频切换作用在控制系统内部, 而无需直接作用在执行机构上。高阶滑模比标准的滑模控制性能更好。

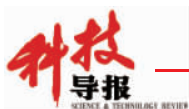
本文针对遥控制导系统纵向通道的控制器进行一体化设计, 系统阶次较高。采用理想准连续高阶滑模控制器, 并构造高阶微分器对滑模面的高阶微分进行计算。

1 遥控制导系统模型

通常, 遥控制导系统应用在小型精确制导武器中。为了

收稿日期: 2013-05-30; 修回日期: 2013-07-19

作者简介: 雷嘉, 博士研究生, 研究方向为飞行器控制与仿真, 电子信箱: dds3@bit.edu.cn



计算角偏差和线偏差,弹目的位置均需测量。遥控制导系统需要保持弹道在目标线上,这样才能击中目标。弹目的运动是同时由制导站跟踪的,即二者均要在可视范围之内。角偏差通过测角仪或者雷达测量,线偏差通过激光波束制导系统得到。精确制导武器系统通常由这些环节构成。

考虑一个采用三点法遥控导引的系统,其系统框图如图1所示。

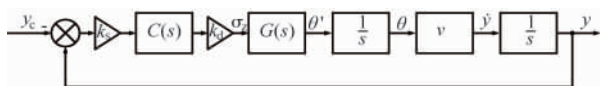


图1 遥控制导系统框图

Fig. 1 Block diagram of remote guidance system

图1中,传递系数 k_s 为从目标高度和导弹高度之差到控制器输入之间的传递比, k_d 为从控制器输出的制导指令到舵偏角之间的传递比,在该单位负反馈的系统中, $C(s)$ 是期望设计的控制器, $G(s)$ 是一个从升降舵 δ_2 到弹道倾角变化率 $\dot{\theta}$ 的二阶系统,其传递函数的系数和导弹飞行的速度、攻角、导弹高度、舵偏角的大小等有关,具体表达式为

$$G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1} \quad (1)$$

式中, k 为系统增益, T 为系统时间常数, ζ 为系统阻尼系数。整个开环经过运算和转化成四阶系统,其表达式为

$$P(s) = \frac{k_s k_d k v}{s^2 (T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1)}$$

2 高阶滑模控制器设计

2.1 高阶滑模设计基础

考虑输出反馈系统,如图2所示。

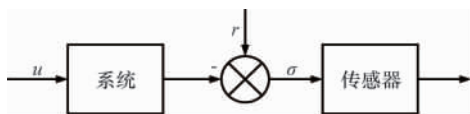


图2 输出反馈系统

Fig. 2 Output feedback system

系统可以测量跟踪误差,如果跟踪误差为零,即达到系统期望。假设系统的状态空间表达式为

$$\dot{x} = a(t, x) + b(t, x)u \quad (2)$$

式中, $x \in \mathbf{R}^n$ 为状态量, $u \in \mathbf{R}$ 为输入量。定义 σ 的 r 阶导数为

$$\sigma^{(r)} = h(t, x) + g(t, x)u \quad (3)$$

当 g 和 h 均有界时,满足

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial u} \sigma^{(r)} = g \neq 0 \\ \sigma^{(r)}|_{t=0} = h \end{cases} \begin{cases} 0 < K_m \leq g \leq K_M \\ |h| \leq C \end{cases} \quad (4)$$

当阶次 r 为1时,即是普通的标准滑模控制,目标约束使 $\sigma(t, x) = 0$ 。 σ 的维度由 \mathbf{R}^{n+1} 变到一维的 \mathbf{R} 。 σ 是连续的, $\dot{\sigma}$ 是离

散的。 $a(t, x), b(t, x)$ 是光滑和不确定的。当阶次 $r > 1$ 时,目标约束为 $\sigma = 0$, 即 $\sigma = \dot{\sigma} = \dots = \sigma^{(r-1)} = 0$, 其中 $\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}$ 是系统和时间的连续函数,而 $\sigma^{(r)}$ 是不连续的。由有界性可知

$$\sigma^{(r)} \in [-C, C] + [K_m, K_M]u$$

式中 u 为 $\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}$ 的函数,记做

$$u = U(\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)})$$

考虑 r 阶滑模控制的齐次性,假设 $\dot{x} \in F(x), x \in \mathbf{R}^n$, 如果 $\deg(t) = p, \deg(x_i) = m_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n$, 有 $\forall x \forall \kappa > 0$, 使得 $(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (\kappa^p t, \kappa^{m_1} x_1, \kappa^{m_2} x_2, \dots, \kappa^{m_n} x_n)$ 的转换不改变微分方程本身的性质,故有 $d_\kappa: (x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (\kappa^{m_1} x_1, \kappa^{m_2} x_2, \dots, \kappa^{m_n} x_n)$, 所以可以推出

$$\dot{x} \in F(x) \Leftrightarrow \kappa^p d_\kappa \frac{d}{dt} x = \frac{d}{d\kappa^p t} (d_\kappa x) \in F(d_\kappa x)$$

假设 $\deg(t) = 1$, 则有

$$\sigma^{(r)} \in [-C, C] + [K_m, K_M]U(\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)})$$

可以看出,由于 $C > 0$, 所以有 $\deg(\sigma^{(r)}) = \deg U = 0$, 故推得

$$\begin{cases} \deg(\sigma^{(r)}) = \deg(\sigma^{(r-1)}) - 1 = 0 \\ \vdots \\ \deg(\dot{\sigma}) = \deg(\sigma) - 1 \end{cases}$$

得到

$$\deg(\sigma) = r, \deg(\dot{\sigma}) = r - 1, \dots, \deg(\sigma^{(r-1)}) = 1 \quad (5)$$

由齐次性可得控制量 u :

$$u = U(\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}) = U(\kappa^r \sigma, \kappa^{r-1} \dot{\sigma}, \dots, \kappa \sigma^{(r-1)}) \quad (6)$$

2.2 高阶滑模控制器形式推导

r 阶滑模控制器的形式为

$$u = -\alpha \Psi_r(\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)})$$

式中,控制器增益 $\alpha > 0$, 而 Ψ_r 的形式通过递归的方法得到,在递推式中 $\Psi_r = \Psi_{r-1, r}$ 。目前比较常用的两种方法是内嵌式高阶滑模控制器及准连续高阶滑模控制器。前者的初值为 $\Psi_{0, r} = \text{sign}(\sigma)$, 之后根据下式进行递推,得到 $\Psi_{r-1, r}$ 。

$$\begin{cases} N_{i, r} = \left(|\sigma|^{q/r} + |\dot{\sigma}|^{q/(r-1)} + \dots + |\sigma^{(i-1)}|^{q/(r-i+1)} \right)^{(r-i)q} \\ \Psi_{i, r} = \text{sign}(\sigma^{(i)}) + \beta_i N_{i, r} \Psi_{i-1, r} \end{cases} \quad (7)$$

式中, $q > 1, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{r-1} > 0, i = 1, 2, \dots, r-1$ 。而对于准连续高阶滑模,除 $\sigma = \dot{\sigma} = \dots = \sigma^{(r-1)} = 0$ 以外的部分都是连续的,其递推的初始条件为 $\varphi_{0, r} = \sigma, N_{0, r} = |\sigma|, \Psi_{0, r} = \varphi_{0, r} / N_{0, r} = \sigma / |\sigma| = \text{sign}(\sigma)$, 其递推式为

$$\begin{cases} \varphi_{i, r} = \sigma^{(i)} + \beta_i N_{i-1, r}^{(r-i)/(r-i+1)} \Psi_{i-1, r} \\ N_{i, r} = |\sigma^{(i)}| + \beta_i N_{i-1, r}^{(r-i)/(r-i+1)} \\ \Psi_{i, r} = \varphi_{i, r} / N_{i, r} \end{cases} \quad (8)$$

2.3 高阶微分器的构造

由于表达式中有大量高阶微分需要输入,这些量常是不能直接测量的,所以引入预估微分器的概念,对这些高阶微分进行估算。根据有界性可知



$$|\sigma^{(r)}| \leq C + K_0 \alpha$$

若 σ 是已知的,能够准确估算出 $\dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}$ 。假设系统输入为

$$r(t) = r_0(t) + d(t), |d| < \varepsilon$$

式中, $r_0(t)$ 为标称输入, $d(t)$ 是有界扰动, 边界为 $\varepsilon \geq 0$, 若有 $|r^{(k+1)}_0(t)| \leq L, L$ 为其边界, 则可以实时估计出 $r_0(t)$ 的 1, 2, \dots, k 阶微分 $\dot{r}_0(t), r_0(t), \dots, r_0^{(k)}(t)$ 。

构造高阶微分器

$$\begin{cases} \dot{z}_0 = v_0 \\ \dot{z}_1 = v_1 \\ \vdots \\ \dot{z}_{k-1} = v_{k-1} \end{cases} \quad (9)$$

式中, z_0, z_1, \dots, z_{k-1} , 为递推式, 且

$$\begin{cases} v_0 = -\lambda_k L^{1/(k+1)} |z_0 - r(t)|^{k/(k+1)} \text{sign}[z_0 - r(t)] + z_1 \\ v_1 = -\lambda_{k-1} L^{1/k} |z_1 - v_0|^{(k-1)/k} \text{sign}(z_1 - v_0) + z_2 \\ \vdots \\ v_{k-1} = -\lambda_1 L^{1/2} |z_{k-1} - v_{k-2}|^{1/2} \text{sign}(z_{k-1} - v_{k-2}) + z_k \end{cases}$$

高阶微分 $\dot{z}_k = -\lambda_0 L \text{sign}(z_k - v_{k-1}), |r^{(k+1)}| \leq L$, 其中 z_i 是 $r^{(i)}$ 的估计值, $i=0, 1, \dots, k$ 。令 $\Delta_i = z_i - r_0^{(i)}(t)$, 即估计值和真实值的偏差, 则有

$$\begin{cases} \dot{\Delta}_0 = -\lambda_k |\Delta_0|^{k/(k+1)} \text{sign}(\Delta_0) + \Delta_1 \\ \dot{\Delta}_1 = -\lambda_{k-1} |\Delta_1 - \dot{\Delta}_0|^{(k-1)/k} \text{sign}(\Delta_1 - \dot{\Delta}_0) + \Delta_2 \\ \vdots \\ \dot{\Delta}_{k-1} = -\lambda_1 |\Delta_{k-1} - \dot{\Delta}_{k-2}|^{1/2} \text{sign}(\Delta_{k-1} - \dot{\Delta}_{k-2}) + \Delta_k \end{cases} \quad (10)$$

可以看出

$$\dot{\Delta}_k \in -\lambda_0 |\Delta_k - \dot{\Delta}_{k-1}| + [-L, L]$$

根据齐次性原理, 有

$$(t, \Delta_0, \Delta_1, \dots, \Delta_k) \mapsto (\kappa t, \kappa^{k+1} \Delta_0, \kappa^k \Delta_1, \dots, \kappa \Delta_k)$$

通常 $\varepsilon=0$ 时, 是理想状态, 有

$$\begin{cases} z_0 = r_0(t) \\ z_i = v_{i-1} = r_0^{(i)}(t), i=1, 2, \dots, k \end{cases} \quad (11)$$

3 仿真结果及分析

按照上节所述方法, 设计高阶滑模控制律, 使得其在纵向通道跟踪到目标。根据飞行弹道和推力曲线的特点, 选择弹道上有代表性的点, 称为特征点, 如出炮口、发动机点火、发动机熄火、速度最大点、速度最小点等, 计算出不同弹道特征点上的传递函数参数值。本文中 6 个特征点的参数值见表 1。

若将纵向通道模型转化为微分方程的形式, 有

$$y^{(4)} + a_1 \ddot{y} + a_2 \dot{y} = b \delta_z \quad (12)$$

式中

表 1 特征点上的参数值
Table 1 Parameters value of FPs

特征点	k	ζ	T
1	1.3269	0.074896	0.038738
2	0.9379	0.077961	0.058883
3	1.0344	0.072446	0.042530
4	1.1539	0.079661	0.051522
5	0.9815	0.076237	0.050852
6	1.0254	0.089012	0.084408

$$a_1 = \frac{2\zeta}{T}, a_2 = \frac{1}{T^2}, b = k k_s k_v$$

对于高阶滑模控制器系统, 其输入和输出分别为 $k_e \varepsilon$ 和 δ_z/k_d , 其中 $e = y - y_c$ 。令

$$\sigma = k_s e = k_s (y - y_c)$$

则有

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = k_s \dot{e} = k_s (\dot{y} - \dot{y}_c) \\ \ddot{\sigma} = k_s \ddot{e} = k_s (\ddot{y} - \ddot{y}_c) \\ \ddot{\sigma} = k_s \ddot{e} = k_s (\ddot{y} - \ddot{y}_c) \\ \sigma^{(4)} = k_s e^{(4)} = k_s (y^{(4)} - y_c^{(4)}) = k_s (-a_1 \ddot{y} - a_2 \dot{y} + b \delta_z - y_c^{(4)}) \end{cases} \quad (13)$$

可知 $r=4$, 选取 $\beta_2=2, \beta_1=1$, 引入变量 $\lambda > 0$, 通过式(8)递推出准连续四阶滑模控制器, 即

$$\begin{aligned} (\delta_z/k_d)_s = U_r(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \ddot{\sigma}) = & -\alpha \lambda^4 \Phi \Psi_4(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \ddot{\sigma}) = \\ & -\alpha \lambda^4 \Phi \varphi_{3,4} / N_{3,4} \end{aligned} \quad (14)$$

式中

$$\varphi_{3,4} = \ddot{\sigma} + 3\lambda^2 \left[\ddot{\sigma} + \lambda^{4/3} (|\dot{\sigma}| + 0.5\lambda |\sigma|^{3/4})^{-1/3} (\dot{\sigma} + 0.5\lambda |\sigma|^{3/4} \text{sign} \sigma) \right] \times \left[|\dot{\sigma}| + \lambda^{4/3} (|\dot{\sigma}| + 0.5\lambda |\sigma|^{3/4})^{2/3} \right]^{-1/2}$$

$$N_{3,4} = |\ddot{\sigma}| + 3\lambda^2 \left[|\ddot{\sigma}| + \lambda^{4/3} (|\dot{\sigma}| + 0.5\lambda |\sigma|^{3/4})^{2/3} \right]^{1/2}$$

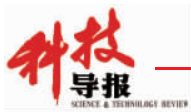
为了估计 $\dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \ddot{\sigma}$, 三阶微分器设计为

$$\begin{cases} \dot{d}_0 = -\lambda_3 L^{1/4} |z_0 - \sigma|^{3/4} \text{sign}(z_0 - \sigma) + z_1 \\ \dot{d}_1 = -\lambda_2 L^{1/3} |z_1 - d_0|^{2/3} \text{sign}(z_1 - d_0) + z_2 \\ \dot{d}_2 = -\lambda_1 L^{1/2} |z_2 - d_1|^{1/2} \text{sign}(z_2 - d_1) + z_3 \end{cases} \quad (15)$$

根据上式计算的微分量, 解算如下微分方程

$$\begin{cases} \dot{z}_0 = d_0 \\ \dot{z}_1 = d_1 \\ \dot{z}_2 = d_2 \\ \dot{z}_3 = -\lambda_0 L \text{sign}(z_3 - d_2) \end{cases} \quad (16)$$

在理想状态下, 有 $z_1 = \dot{\sigma}, z_2 = \ddot{\sigma}, z_3 = \ddot{\sigma}$, 将这些估计值带入, 可以得到切换控制。同时, 等效控制 $(\delta_z/k_d)_{eq}$ 求解为



$$(\delta_z/k_d)_{eq} = \frac{k_s a_1}{k_d b} \ddot{y} + \frac{k_s a_2}{k_d b} \dot{y} + \frac{k_s}{k_d b} y^{(4)} \quad (17)$$

则高阶滑模控制器的实时输出量为

$$\delta_z/k_d = (\delta_z/k_d)_{eq} + (\delta_f/k_d)_s \quad (18)$$

在 Simulink 仿真环境下, 采用 S-function 的方式对该方法进行仿真, 结果如图 3、图 4 所示, 6 个特征点的阶跃响应通过绘制表现。原本不能收敛的四阶系统有良好的性能曲线。输入量虽然仍是来回切换的状态, 但是已经不是高频而且幅值较小, 容易实施。

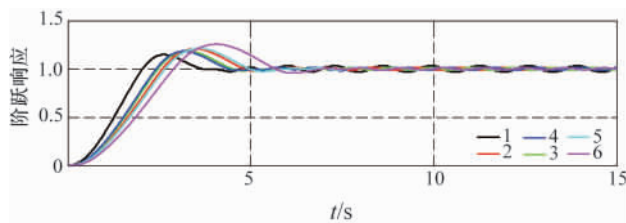


图 3 阶跃响应曲线
Fig. 3 Step response

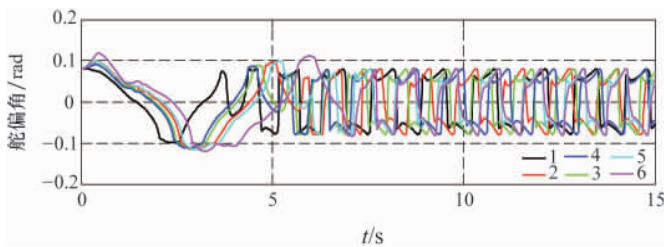


图 4 舵偏响应曲线
Fig. 4 Actuator response

4 结论

高阶滑模控制转移了本应该在控制量上的高频切换, 将其隐藏在控制计算的过程中。先进的滑模控制思想体现了把滑模系统当成系统本身进行设计之后, 再实施到大的系统上。针对拥有高阶传递函数的遥控制导控制系统, 高阶滑模

控制器也得到了良好的性能。值得一提的是, 高阶滑模控制的切换控制设计, 并不要求对模型本身已知, 只要确认其有界, 并且知道该界限值, 即可进行设计, 这对不确定模型是很有效的方法。

参考文献 (References)

- [1] Levant A, Pridor A, Gitizadeh R, et al. Aircraft pitch control via second-order sliding technique [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(4): 586-594.
- [2] Tournes C H. Aircraft control in sliding modes [D]. Huntsville: The University of Alabama, 1996.
- [3] Levant A. Finite-time stability and high relative degrees in sliding-mode control [J]. Lecture Notes in Control and Information Sciences, 2011, 412: 59-92.
- [4] Yeh F K. Adaptive-sliding-mode guidance law design for missiles with thrust vector control and divert control system [J]. IET Control Theory & Applications, 2012, 6(4): 552.
- [5] Levant A, Fridman L M. Accuracy of homogeneous sliding modes in the presence of fast actuators [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(3): 810-814.
- [6] Levant A. Chattering analysis [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(6): 1380-1389.
- [7] 李鹏. 传统和高阶滑模控制研究及其应用 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011.
Li Peng. Research and application of traditional and higher-order sliding mode control [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011.
- [8] 丁宝苍, 罗小锁, 罗霄, 等. 先进控制理论 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2010.
Ding Baocang, Luo Xiaosuo, Luo Xiao, et al. Advanced control theory [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2010.
- [9] 董飞垚, 雷虎民, 周池军, 等. 导弹鲁棒高阶滑模制导控制一体化方法研究 [J]. 航空学报, 2013, 34(9): 2212-2218.
Dong Feiyao, Lei Humin, Zhou Chijun, et al. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(9): 2212-2218.
- [10] 马克茂. 大型空间飞行器的高阶滑模姿态控制律设计 [J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 201-204.
Ma Kemao. Control and Decision, 2013, 28(2): 201-204.

(责任编辑 赵业玲)



《科技导报》“卷首语”栏目征稿

“卷首语”栏目每期邀请一位中国科学院院士和中国工程院院士就重大科技现象、事件, 以及学科发展趋势、科学研究热点和前沿问题等, 撰文发表个人的见解、意见和评论。本栏目欢迎院士投稿, 每篇文章约 2000 字, 同时请提供作者学术简历、工作照和签名电子文档。投稿邮箱: kjdbbjb@cast.org.cn。