

基于 ULWGM 算子和改进 ULHGM 算子的方案优选方法

刘勇¹, 王宝敏², 王鑫³, 韩云涛¹

1. 海军航空工程学院接改装训练大队, 山东烟台 264001
2. 海军航空工程学院科研部, 山东烟台 264001
3. 海军航空工程学院研究生管理大队, 山东烟台 264001

摘要 方案优选属于多属性决策问题。不确定语言多属性决策是一种研究与应用较多的多属性决策方法, 决策的重点是对不确定语言变量的集结算法。决策过程中, 需要对不确定语言变量进行对比排序。针对已有的排序方法存在误差的情况, 给出了一种能够准确计算可能度的模型, 该模型满足不确定语言变量的下标取值服从均匀分布的条件。在不确定语言变量的集结算法中, ULHGM 算子适用性强, 但它先考虑了数据自身的重要性程度, 然后才考虑数据位置的重要性程度, 这在一定程度上会造成评价信息的失真, 影响集结结果的准确性。为此, 对其集结过程进行了改进, 根据赋予算子关联权重的初衷, 直接对专家的原始评判数据赋予位置权重, 然后赋予反映数据自身重要性程度的权重, 最后再进行集结。ULHGM 算子需要进行两次指数加权运算才能得出集结结果, 而改进后的算子只需要进行一次指数加权运算, 因此其集结算法更为简便。接下来, 基于 ULWGM 算子和改进的 ULHGM 算子, 建立了方案优选的模型。最后, 以某舰炮维修性设计方案的评选为例, 分别用 IULHGM 算子和 ULHGM 算子对专家的评价信息进行集结, 得出了不同的方案排序结果, 并对原因进行了分析。案例表明 IULHGM 集结算法更加准确、合理。

关键词 不确定语言; 多属性决策; ULWGM 算子; ULHGM 算子

中图分类号 TP273+.4

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2013.25.004

A Scheme Optimization Method Based on ULWGM Operator and Improved ULHGM Operator

LIU Yong¹, WANG Baomin², WANG Xin³, HAN Yuntao¹

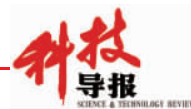
1. New Equipment Training Brigade, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, Shandong Province, China
2. Scientific Research Department, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, Shandong Province, China
3. Graduate Students' Brigade, Naval Aeronautical & Astronautical University, Yantai 264001, Shandong Province, China

Abstract Scheme selection is a Multiple Attribute Decision Making (MADM) problem. The Uncertain Linguistic MADM (ULMADM) method is generally studied and widely used. The key point for this kind of decision making is the aggregation algorithm. It is necessary to compare and rank uncertain linguistic variables in the process of decision making. To overcome the error occurring in the existed ranking model, a new model that can accurately calculate the possibility degree is presented, which guarantees that the subscript value of an uncertain linguistic variable is subject to uniform distribution. During the aggregation algorithms, the Uncertain Linguistic Hybrid Geometric Mean (ULHGM) operator is of good applicability. This operator deals with the weight of a datum itself ahead of the position weight, so it might allocate counterproductive position weights to experts' original opinions. To avoid this, its aggregation process is improved, and it directly allocates position weights to experts' original opinions. The ULHGM operator needs twice exponential weight operations to complete aggregation, but the Improved ULHGM (IULHGM) operator only needs once, so the improved algorithm is more convenient. Then the scheme selection method based on ULWGM operator and IULHGM operator is formulated. Finally, taking the selection of the maintainability design scheme of a certain shipborne gun as an example, the experts' evaluation data are aggregated by

收稿日期: 2013-03-22; 修回日期: 2013-06-24

基金项目: 航空科学基金项目(20085584010)

作者简介: 刘勇, 博士研究生, 研究方向为装备综合保障理论与技术, 电子邮箱: chyur@163.com



IULHGM operator and ULHGM operator, respectively, which lead to different scheme ranking results, and the cause is analyzed. The case shows that the aggregation algorithm of IULHGM operator is more accurate and reasonable than that of ULHGM operator.

Keywords uncertain linguistic; multiple attribute decision making; ULWGM operator; ULHGM operator

0 引言

方案优选属于多属性决策问题。多属性决策理论与方法在经济、管理、工程和军事等诸多领域都有广泛的应用。目前关于多属性决策的研究主要有:(1) 模糊多属性决策;(2) 灰色多属性决策;(3) 语言多属性决策;(4) 混合型多属性决策。由于客观事物的复杂性、不确定性以及人类思维的模糊性,大多数情况下,专家对属性值的描述很难用精确的数值给出^[1],于是倾向于使用语言变量或不确定语言变量,这种情况下的决策称为不确定语言多属性决策(Uncertain Linguistic Multiple Attribute Decision Making, ULMADM)。

目前,不少学者对 ULMADM 方法进行了研究,也已经有不少对语言变量进行集结的方法^[2-9],其中基于不确定语言混合几何平均(Uncertain Linguistic Hybrid Geometric Mean, ULHGM)算子的集结方法既考虑了数据自身的重要性程度,又考虑了每个数据所在位置的重要性程度,不易丢失决策信息,实用性强。但 ULHGM 算子在数据运算顺序上存在不足,在分配算子的关联权重时可能会本末倒置,影响集结结果的准确性。为此,本文对 ULHGM 算子进行了改进,并探讨了基于不确定语言的加权几何平均(Uncertain Linguistic Weighted Geometric Mean, ULWGM)算子与改进的 ULHGM (Improved ULHGM, IULHGM)算子的方案评价优选方法。

1 不确定语言变量及其运算

专家进行评价时,需要适当的语言评估标度。可设定语言评价集为 $S=\{s_i|i=1,2,\dots,t\}$, S 中的术语个数一般为奇数,且满足下列条件:

- (1) 若 $i>j$, 则 $s_i>s_j$;
- (2) 存在逆算子 $rec(s_i)=s_j$, 满足 $i+j=t+1$ 。

例如 S 可定义为

$$S=\{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7\}=\{\text{极差, 很差, 差, 一般, 好, 很好, 极好}\} \quad (1)$$

为了便于计算和避免丢失决策信息,在原有评价集 $S=\{s_i|i=1,2,\dots,t\}$ 的基础上,再定义一个拓展评价集 $\bar{S}=\{s_a|s_1\leq s_a\leq s_t, a\in[1,q]\}$,其中 q 是一个充分大的正数,且若 $i\in\{1,2,\dots,t\}$, 则称 s_i 为本原术语;若 $i\notin\{1,2,\dots,t\}$, 称 s_i 为虚拟术语。一般地,专家运用本原术语评估方案,而虚拟术语只在运算和排序过程中出现^[9]。

如果 $\tilde{s}=[s_\alpha, s_\beta]$, 其中 $s_\alpha, s_\beta\in S$, s_α 和 s_β 分别表示下限和上限,则称 \tilde{s} 为不确定语言变量。同时,令 \tilde{S} 为所有不确定语言变量构成的集合。特殊地,若 $\alpha=\beta$, 则此时 \tilde{s} 退化为语言变量。

对于任意不确定语言变量 $\tilde{s}=[s_\alpha, s_\beta]$, $\tilde{s}_1=[s_{\alpha_1}, s_{\beta_1}]$, $\tilde{s}_2=[s_{\alpha_2}, s_{\beta_2}]$,

其中 $\tilde{s}, \tilde{s}_1, \tilde{s}_2\in\tilde{S}$, 以及 $\lambda\in[0,1]$, 本文用到的运算法则有^[5-10]

$$(1) \tilde{s}_1\otimes\tilde{s}_2=[s_{\alpha_1}, s_{\beta_1}]\otimes[s_{\alpha_2}, s_{\beta_2}]=[s_{\alpha_1}\otimes s_{\alpha_2}, s_{\beta_1}\otimes s_{\beta_2}]=[s_{\alpha_1\alpha_2}, s_{\beta_1\beta_2}]$$

$$(2) (\tilde{s})^\lambda=[s_\alpha, s_\beta]^\lambda=[(s_\alpha)^\lambda, (s_\beta)^\lambda]=[s_{\alpha^\lambda}, s_{\beta^\lambda}]$$

在选择方案过程中,需要对不确定语言变量进行比较和排序。为此,下面探讨排序方法。

定义 1 令 $\tilde{s}_1=[s_{\alpha_1}, s_{\beta_1}]$ 和 $\tilde{s}_2=[s_{\alpha_2}, s_{\beta_2}]$ 为两个不确定语言变量, $len(\tilde{s}_1)=\beta_1-\alpha_1$ 和 $len(\tilde{s}_2)=\beta_2-\alpha_2$ 为两个不确定语言变量的长度,那么 $\tilde{s}_1\geq\tilde{s}_2$ 的可能度定义为^[6,10,11]

$$P(\tilde{s}_1\geq\tilde{s}_2)=\frac{\max[0, len(\tilde{s}_1)+len(\tilde{s}_2)-\max(\beta_2-\alpha_1, 0)]}{len(\tilde{s}_1)+len(\tilde{s}_2)} \quad (2)$$

若 $len(\tilde{s}_1)+len(\tilde{s}_2)=0$, 即 \tilde{s}_1 和 \tilde{s}_2 都退化为语言变量, 则定义 $\tilde{s}_1\geq\tilde{s}_2$ 的可能度为

$$P(\tilde{s}_1\geq\tilde{s}_2)=\begin{cases} 1 & \tilde{s}_1>\tilde{s}_2 \\ 0.5 & \tilde{s}_1=\tilde{s}_2 \\ 0 & \tilde{s}_1<\tilde{s}_2 \end{cases} \quad (3)$$

定义 1 在一定程度上破坏了不确定语言变量的下标取值服从均匀分布的前提,存在一定误差。为此,根据文献[12]对区间数排序的研究,给出另外一种不确定语言变量的排序方法。

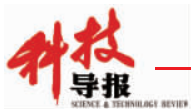
定义 2 令 $\tilde{s}_1=[s_{\alpha_1}, s_{\beta_1}]$ 和 $\tilde{s}_2=[s_{\alpha_2}, s_{\beta_2}]$ 为两个不确定语言变量,同时令 $len(\tilde{s}_1)=\beta_1-\alpha_1$ 和 $len(\tilde{s}_2)=\beta_2-\alpha_2$ 为两个不确定语言变量的长度,将 $\tilde{s}_1\geq\tilde{s}_2$ 的可能度定义为

$$P(\tilde{s}_1\geq\tilde{s}_2)=\begin{cases} 1 & \beta_2\leq\alpha_1 \\ 1-\frac{1}{2}\frac{(\beta_2-\alpha_1)^2}{len(\tilde{s}_1)\cdot len(\tilde{s}_2)} & \alpha_2\leq\alpha_1<\beta_2\leq\beta_1 \\ \frac{\alpha_1+\beta_1-2\alpha_2}{2len(\tilde{s}_2)} & \alpha_2\leq\alpha_1<\beta_1\leq\beta_2 \\ \frac{2\beta_1-\beta_2-\alpha_2}{2len(\tilde{s}_1)} & \alpha_1\leq\alpha_2<\beta_2\leq\beta_1 \\ \frac{(\beta_1-\alpha_2)^2}{2len(\tilde{s}_1)\cdot len(\tilde{s}_2)} & \alpha_1\leq\alpha_2<\beta_1\leq\beta_2 \\ 0 & \beta_1\leq\alpha_2 \end{cases} \quad (4)$$

若 \tilde{s}_1 和 \tilde{s}_2 都退化为语言变量, $\tilde{s}_1\geq\tilde{s}_2$ 的可能度用式(3)表示。

定义 2 在不确定语言变量的下标取值服从均匀分布条件下进行概率分析得到可能度,体现了不确定语言变量的不确定性,能够更准确地解决其排序问题,具有一定的优越性。

当对语言变量 $\tilde{s}_i(i=1,2,\dots,n)$ 进行排序时,首先由式(4)将 \tilde{s}_i 和所有的 $\tilde{s}_j(j=1,2,\dots,n)$ 两两比较得到 $p_{ij}=P(\tilde{s}_i\geq\tilde{s}_j)$, 从而建立可能度矩阵 $MC=(p_{ij})_{n\times n}$ 。然后对矩阵 MC 的每一行进行



求和,有

$$p_i = \sum_{j=1}^n p_{ij} \quad i=1,2,\dots,n \quad (5)$$

最后,对各个 p_i 的值从大到小进行排序,这个排序也就是所有 $\tilde{s}_i (i=1,2,\dots,n)$ 的排序。

2 ULHGM 集结算子及其改进模型

2.1 ULWGM 算子

定义 3 设 $U1:(\tilde{S})^n \rightarrow \tilde{S}$,若

$$U1_{\omega}(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_n) = (\tilde{s}_1)^{\omega_1} \otimes (\tilde{s}_2)^{\omega_2} \otimes \dots \otimes (\tilde{s}_n)^{\omega_n} \quad (6)$$

其中, $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 为不确定语言数据组 $(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_n)$ 的指数加权向量, $\omega_i \in [0, 1]$, $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$, 则称函数 $U1$ 为 n 维 ULWGM 算子。

2.2 ULOWG 算子

定义 4 设 $U2:(\tilde{S})^n \rightarrow \tilde{S}$,若

$$U2_w(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_n) = (\tilde{r}_1)^{w_1} \otimes (\tilde{r}_2)^{w_2} \otimes \dots \otimes (\tilde{r}_n)^{w_n} \quad (7)$$

其中, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ 为与 $U2$ 算子相关联的指数加权向量, $w_j \in [0, 1]$, $\sum_{j=1}^n w_j = 1$, 且 \tilde{r}_i 是不确定语言数据组 $(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_n)$ 中从大到小排列的第 i 个最大的元素, 称函数 $U2$ 为 n 维不确定语言的有序加权几何平均 (Uncertain Linguistic Ordered Weighted Geometric, ULOWG) 算子。

评价过程中,某些专家可能会感情用事,对他所偏好或者憎恶的方案给出过高或过低的评分。为了尽量避免这种感情因素造成不公平的现象,无论评价者对方案出于偏好给出的高分,还是出于憎恶给出的低分,都应被安排到权重值相对比较小的位置。这种对数据的赋权称为算子的关联权重,也叫数据的位置权重。赋权方法见文献[4],[13]。

例 1 设 $w = (1/6, 1/3, 1/3, 1/6)$, $\tilde{s}_1 = [s_3, s_5]$, $\tilde{s}_2 = [s_4, s_5]$, $\tilde{s}_3 = [s_4, s_6]$, $\tilde{s}_4 = [s_2, s_4]$, 求 $ULOWG_w(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_n)$ 。

为了对语言变量 $\tilde{s}_i (i=1,2,3,4)$ 进行排序,首先由式(4)将 \tilde{s}_i 和所有的 $\tilde{s}_j (j=1,2,3,4)$ 两两比较得到 $p_{ij} = P(\tilde{s}_i \geq \tilde{s}_j)$, 从而建立互补判断矩阵

$$P = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.2500 & 0.1250 & 0.8750 \\ 0.7500 & 0.5000 & 0.2500 & 1.0000 \\ 0.8750 & 0.7500 & 0.5000 & 1.0000 \\ 0.1250 & 0.0000 & 0.0000 & 0.5000 \end{bmatrix}$$

然后对矩阵 $P = (p_{ij})_{4 \times 4}$ 的每行求和,得到

$$p_1 = 1.7500 \quad p_2 = 2.5000 \quad p_3 = 3.1250 \quad p_4 = 0.6250$$

最后,根据 $p_i (i=1,2,3,4)$ 的值对 $\tilde{s}_i (i=1,2,3,4)$ 进行排序,得到

$$\tilde{r}_1 = \tilde{s}_3 \quad \tilde{r}_2 = \tilde{s}_2 \quad \tilde{r}_3 = \tilde{s}_1 \quad \tilde{r}_4 = \tilde{s}_4$$

从而有

$$U2_w(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \tilde{s}_3, \tilde{s}_4) = [s_4, s_6]^{1/6} \otimes [s_4, s_5]^{1/3} \otimes [s_3, s_5]^{1/3} \otimes [s_2, s_4]^{1/6} =$$

$$[s_{3.2377}, s_{4.9661}]$$

由定义 3 和定义 4 可以看出,ULWGM 算子仅考虑了每个变量的自身重要性程度,ULOWG 算子仅考虑了每个变量所在位置的重要性程度,二者都有一定的片面性。

2.3 ULHGM 算子

定义 5 设 $U3:(\tilde{S})^n \rightarrow \tilde{S}$,若^[5]

$$U3_{\omega, w}(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_n) = (\tilde{r}_1)^{w_1} \otimes (\tilde{r}_2)^{w_2} \otimes \dots \otimes (\tilde{r}_n)^{w_n} \quad (8)$$

其中, $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ 为与 $U3$ 相关联的指数加权向量(数据的位置权重向量), $w_j \in [0, 1]$, $\sum_{j=1}^n w_j = 1$, $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 为不确定语言数据组 $(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_n)$ 的指数加权向量, $\omega_i \in [0, 1]$, $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$, n 为平衡因子,且 \tilde{r}_j 是不确定语言数据组 $\tilde{s}'_i (\tilde{s}'_i = (\tilde{s}_i)^{n\omega_i})$ 中从大到小排列的第 j 个最大的元素, 则称函数 $U3$ 为 ULHGM 算子。

例 2 已知 $\tilde{s}_1 = [s_3, s_5]$, $\tilde{s}_2 = [s_4, s_5]$, $\tilde{s}_3 = [s_4, s_6]$, $\tilde{s}_4 = [s_2, s_4]$, $\omega = (0.2, 0.4, 0.1, 0.3)$, $w = (1/6, 1/3, 1/3, 1/6)$, 求 $U3_{\omega, w}(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \tilde{s}_3, \tilde{s}_4)$ 。

由定义 5 可得

$$\begin{aligned} \tilde{s}'_1 &= (\tilde{s}_1)^{4 \times 0.2} = [s_{2.482}, s_{3.6239}] & \tilde{s}'_2 &= (\tilde{s}_2)^{4 \times 0.4} = [s_{6.9644}, s_{9.5183}] \\ \tilde{s}'_3 &= (\tilde{s}_3)^{4 \times 0.1} = [s_{1.7411}, s_{2.0477}] & \tilde{s}'_4 &= (\tilde{s}_4)^{4 \times 0.3} = [s_{2.2974}, s_{5.2780}] \end{aligned}$$

按照例 1 中对语言变量排序的方法对 $\tilde{s}'_i (i=1,2,3,4)$ 进行排序,得到

$$\tilde{r}_1 = \tilde{s}'_2 \quad \tilde{r}_2 = \tilde{s}'_4 \quad \tilde{r}_3 = \tilde{s}'_1 \quad \tilde{r}_4 = \tilde{s}'_3$$

从而有

$$U3_{\omega, w}(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \tilde{s}_3, \tilde{s}_4) = (\tilde{s}'_2)^{1/6} \otimes (\tilde{s}'_4)^{1/3} \otimes (\tilde{s}'_1)^{1/3} \otimes (\tilde{s}'_3)^{1/6} = [s_{2.6807}, s_{4.3873}]$$

ULWGM 算子与 ULOWG 算子都是 ULHGM 算子的特例,证明见文献[5]。ULHGM 算子同时扩展了 ULWGM 算子和 ULOWG 算子。

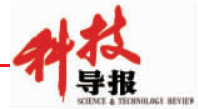
2.4 改进的 ULHGM 算子

确定算子关联权重的初衷是仅对专家提供的评判数据 $(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_n)$ 赋予位置权重, 而由 ULHGM 算子的集结过程可发现,该算子是将关联权重赋给了 $\tilde{s}'_i (\tilde{s}'_i = (\tilde{s}_i)^{n\omega_i}) (i=1,2,\dots,n)$, 实际上是指指数加权向量 ω 也考虑进来。这在一定程度上会造成评价信息失真, 在数据处理过程中可能会本末倒置,影响评价结果的准确性。例如,假设 \tilde{s}_i 在数组 $(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_n)$ 的排序中处于中间位置,应赋予较大的位置权重,而 ω_i 在所有 $\omega_j (j=1,2,\dots,n)$ 中较大,使得 $\tilde{s}'_i = (\tilde{s}_i)^{n\omega_i}$ 在数组 $(\tilde{s}'_1, \tilde{s}'_2, \dots, \tilde{s}'_n)$ 的排序中位置靠前,结果是 \tilde{s}_i 被赋予了较小的位置权重。为克服此不足,下面提出改进的 ULHGM 算子。

定义 6 设 $IU3:(\tilde{S})^n \rightarrow \tilde{S}$,若

$$IU3_{\omega, v}[(\tilde{s}_1, v_1), (\tilde{s}_2, v_2), \dots, (\tilde{s}_n, v_n)] = (\tilde{r}_1)^{w_1 v'_1} \otimes (\tilde{r}_2)^{w_2 v'_2} \otimes \dots \otimes (\tilde{r}_n)^{w_n v'_n} \quad (9)$$

其中, $(\tilde{s}_1, v_1), (\tilde{s}_2, v_2), \dots, (\tilde{s}_n, v_n)$ 为一组二元数据, $v = (v_1, v_2,$



... v_i)为不确定语言数据组 $(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_i)$ 的指数加权向量, $v_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^l v_i = 1, \mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_i)$ 是与IU3相关联的指数加权向量, $w_j \in [0, 1], \sum_{j=1}^l w_j = 1, t$ 为平衡因子, \tilde{r}_j 是不确定语言数据组 $(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \dots, \tilde{s}_i)$ 中从大到小排列的第 j 个最大的元素, v_j' 是 \tilde{r}_j 所在的二元数据的后面一个元素, 则称函数IU3为 t 维改进的ULHGM算子。

式(9)中, 将IU3的下标 \mathbf{w} 放在 \mathbf{v} 的前面表示先考虑满足 \mathbf{w} 向量运算需要的数据位置排序, 再考虑 \mathbf{v} 。

例3 已知条件同例2, 令 $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega}$, 求 $IU3_{\mathbf{w}, \mathbf{v}}[(\tilde{s}_1, v_1), (\tilde{s}_2, v_2), (\tilde{s}_3, v_3), (\tilde{s}_4, v_4)]$ 。

根据例1对语言变量 $\tilde{s}_i (i=1, 2, 3, 4)$ 进行排序的结果, 有

$$\tilde{r}_1 = \tilde{s}_3 \quad \tilde{r}_2 = \tilde{s}_2 \quad \tilde{r}_3 = \tilde{s}_1 \quad \tilde{r}_4 = \tilde{s}_4$$

从而有

$$(v_1', v_2', v_3', v_4') = (v_3, v_2, v_1, v_4)$$

于是由式(9),

$$IU3_{\mathbf{w}, \mathbf{v}}[(\tilde{s}_1, v_1), (\tilde{s}_2, v_2), (\tilde{s}_3, v_3), (\tilde{s}_4, v_4)] = (\tilde{s}_3)^{4 \times 0.16} \otimes (\tilde{s}_2)^{4 \times 0.43} \otimes (\tilde{s}_1)^{4 \times 0.23} \otimes (\tilde{s}_4)^{4 \times 0.16} = [s_{3.5373}, s_{5.3881}]$$

从例2和例3可以看出, 两种运算方法对数据的排序结果是不同的, 集结结果也不同。另外, ULHGM算子需要进行两次指数加权运算, 而IULHGM算子只需要进行一次指数加权运算, 因此, 其集结算法更为简便。

3 基于ULWGM算子和IULHGM算子的评价过程建模

基于ULWGM算子和IULHGM算子, 建立方案的评选模型。设方案集为 $A = \{A_i | i=1, 2, \dots, m\}$, 属性集为 $G = \{G_j | j=1, 2, \dots, n\}$, 评判专家集为 $E = \{E_k | k=1, 2, \dots, t\}$ 。专家权重为 $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_t)$, 满足 $v_k \in [0, 1], \sum_{k=1}^t v_k = 1$; 属性的权重向量为 $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n)$, 满足 $\eta_j \in [0, 1], \sum_{j=1}^n \eta_j = 1$; IULHGM算子的关联权重为 $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_i), w_k \in [0, 1], \sum_{k=1}^l w_k = 1$ 。评判者 E_k 对于方案 A_i 的属性 G_j 进行评价时, 给出的属性值为 $\tilde{r}_{ij}^{(k)} \in \tilde{S}$, 从而构成语言评价矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_k = (\tilde{r}_{ij}^{(k)})_{m \times n}, k=1, 2, \dots, t$ 。集结过程如下:

Step 1 利用ULWGM算子对语言评判矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_k$ 中的第 i 行的属性值进行集结, 得到专家 E_k 对于 A_i 的个体综合属性值 $\tilde{r}_i^{(k)} = UI_{\mathbf{w}}(\tilde{r}_{i1}^{(k)}, \tilde{r}_{i2}^{(k)}, \dots, \tilde{r}_{in}^{(k)}) (i=1, 2, \dots, m; k=1, 2, \dots, t)$ 。

Step 2 根据例1对语言变量排序的方法对方案 A_i 的个体综合属性 $\tilde{r}_i^{(k)} (k=1, 2, \dots, t)$ 进行排序, 其顺序也决定了 $v_k (k=1, 2, \dots, t)$ 的排序。

Step 3 利用IULHGM算子对二元数据组 $[(\tilde{r}_i^{(1)}, v_1), (\tilde{r}_i^{(2)}, v_2), \dots, (\tilde{r}_i^{(t)}, v_t)]$ 的元素进行集结, 得到决策方案 A_i 的群体综合属性值 $\tilde{r}_i = IU3_{\mathbf{w}, \mathbf{v}}[(\tilde{r}_i^{(1)}, v_1), (\tilde{r}_i^{(2)}, v_2), \dots, (\tilde{r}_i^{(t)}, v_t)] (i=1, 2, \dots, m)$ 。

Step 4 根据例1对语言变量排序的方法对不确定语言变量 $\tilde{r}_i (i=1, 2, \dots, m)$ 进行排序, 最大的 \tilde{r}_i 对应的方案 $A_i (i=1, 2, \dots, m)$ 最优。

4 算例分析

在某舰炮初步的维修性设计完成以后, 有研制资质的研制单位提供了舰炮系统的3个维修性设计方案, 即 $A = \{A_1, A_2, A_3\}$ 。管理部门组织召开评审会, 邀请了5名专家对其进行评价。评价集按照式(1)定义, 属性集为

$G = \{G_1, G_2, G_3, G_4, G_5\} = \{\text{平均修复时间, 寿命周期费用, 简易性, 标准化与模块化, 可用度}\}$

专家权重为

$$\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = (0.22, 0.16, 0.24, 0.18, 0.20)$$

属性权重为

$$\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5) = (0.22, 0.23, 0.18, 0.17, 0.20)$$

算子的关联权重为

$$\mathbf{w} = (w_1, w_2, w_3, w_4, w_5) = (1/9, 2/9, 3/9, 2/9, 1/9)$$

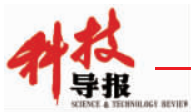
下面阐述评价实施过程。

(1) 专家对于3个维修性设计方案进行评价, 所得语言

评价矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_k = (\tilde{r}_{ij}^{(k)})_{3 \times 5} (k=1, 2, \dots, 5)$ 为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_1 &= \begin{bmatrix} [s_4, s_5] & s_5 & s_4 & [s_5, s_6] & [s_4, s_7] \\ [s_5, s_6] & [s_3, s_6] & [s_4, s_5] & [s_3, s_6] & s_5 \\ [s_4, s_6] & s_6 & [s_3, s_5] & [s_4, s_7] & [s_4, s_5] \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{R}}_2 &= \begin{bmatrix} [s_5, s_6] & s_6 & [s_3, s_5] & [s_4, s_6] & [s_4, s_6] \\ [s_3, s_6] & [s_5, s_6] & [s_3, s_4] & s_6 & [s_5, s_7] \\ [s_4, s_6] & [s_5, s_7] & [s_4, s_5] & [s_4, s_5] & [s_4, s_6] \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{R}}_3 &= \begin{bmatrix} [s_4, s_5] & [s_4, s_7] & s_4 & [s_4, s_5] & [s_3, s_6] \\ s_5 & [s_4, s_5] & [s_3, s_4] & [s_5, s_6] & [s_4, s_7] \\ [s_4, s_6] & [s_5, s_6] & [s_3, s_5] & s_5 & [s_4, s_6] \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{R}}_4 &= \begin{bmatrix} [s_5, s_7] & [s_5, s_6] & [s_4, s_5] & s_5 & [s_5, s_6] \\ [s_4, s_6] & [s_4, s_5] & [s_3, s_5] & [s_5, s_7] & s_5 \\ [s_5, s_6] & s_6 & [s_3, s_4] & [s_4, s_6] & [s_3, s_6] \end{bmatrix} \\ \tilde{\mathbf{R}}_5 &= \begin{bmatrix} [s_4, s_5] & [s_4, s_6] & [s_3, s_6] & [s_4, s_5] & [s_5, s_7] \\ [s_3, s_6] & [s_4, s_7] & s_4 & [s_3, s_4] & [s_3, s_5] \\ [s_4, s_6] & [s_4, s_5] & [s_3, s_5] & [s_5, s_6] & s_5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(2) 利用ULWGM算子根据式(3)对语言决策矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}_k$ 中的第 i 行的属性值进行集结, 得到 E_k 对于方案 A_i 的个体综合属性值 $\tilde{r}_i^{(k)}$ 。令 $\tilde{\mathbf{R}} = (\tilde{r}_i^{(k)})_{3 \times 5}$ 表示所有个体综合属性值组成的矩阵, 则有



$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \tilde{r}_1^{(1)} & \tilde{r}_2^{(1)} & \tilde{r}_3^{(1)} \\ \tilde{r}_1^{(2)} & \tilde{r}_2^{(2)} & \tilde{r}_3^{(2)} \\ \tilde{r}_1^{(3)} & \tilde{r}_2^{(3)} & \tilde{r}_3^{(3)} \\ \tilde{r}_1^{(4)} & \tilde{r}_2^{(4)} & \tilde{r}_3^{(4)} \\ \tilde{r}_1^{(5)} & \tilde{r}_2^{(5)} & \tilde{r}_3^{(5)} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} [s_{4.3734}, s_{5.2922}] & [s_{3.9155}, s_{5.5984}] & [s_{4.1694}, s_{5.7470}] \\ [s_{4.3792}, s_{5.8063}] & [s_{4.2043}, s_{5.7523}] & [s_{4.2107}, s_{5.8322}] \\ [s_{3.7764}, s_{5.3823}] & [s_{4.1435}, s_{5.2922}] & [s_{4.1527}, s_{5.6291}] \\ [s_{4.8832}, s_{5.8233}] & [s_{4.1250}, s_{5.5110}] & [s_{4.1343}, s_{5.5777}] \\ [s_{3.9715}, s_{5.7631}] & [s_{3.3766}, s_{5.2009}] & [s_{4.1250}, s_{5.3685}] \end{bmatrix}$$

(3) 利用 IULHGM 算子对 5 位评判者给出的方案 A_i 的个体综合属性值 $\tilde{r}_i^{(k)}$ ($k=1, 2, \dots, 5$) 进行集结, 得到决策方案 A_i 的群体综合属性值 \tilde{r}_i 为

$$\tilde{r}_1 = [s_{4.1250}, s_{5.5300}] \quad \tilde{r}_2 = [s_{4.1612}, s_{5.7911}] \quad \tilde{r}_3 = [s_{4.4265}, s_{6.0852}]$$

对 \tilde{r}_i ($i=1, 2, 3$) 进行排序, 有

$$\tilde{r}_3 > \tilde{r}_2 > \tilde{r}_1$$

式中符号 $>$ 表示“优于”, 即 A_3 为最佳方案。若利用 ULHGM 算子对 $\tilde{r}_i^{(k)}$ ($k=1, 2, \dots, 5$) 进行集结, 则得到 A_i 的群体综合属性值 \tilde{r}_i 为

$$\tilde{r}_1 = [s_{4.2321}, s_{5.6114}] \quad \tilde{r}_2 = [s_{3.8182}, s_{5.4188}] \quad \tilde{r}_3 = [s_{4.1523}, s_{5.5763}]$$

对 \tilde{r}_i ($i=1, 2, 3$) 进行排序, 有 $\tilde{r}_1 > \tilde{r}_3 > \tilde{r}_2$ 。

可见, ULHGM 算子的数据集结误差还是比较明显的。主要原因体现在对 A_3 评价意见的处理上。 E_3 的评价作用发挥得很好, $\tilde{r}_3^{(3)}$ 本来应当赋予最大的位置权重 (1/3), 但由于 E_3 的个人权重最大, $\tilde{r}_3^{(k)}$ ($k=1, 2, \dots, 5$) 经过权重向量 v 的指数加权运算后, $(\tilde{r}_3^{(3)})^{5v_3}$ 在 $(\tilde{r}_3^{(1)})^{5v_1}, (\tilde{r}_3^{(2)})^{5v_2}, \dots, (\tilde{r}_3^{(5)})^{5v_5}$ 中最大。根据 ULHGM 算子的算法, 判定 E_3 的评价作用发挥得不好, 给他的评价信息分配了最小的位置权重 (1/9), 从而造成了集结结果明显比 IULHGM 算子的集结结果小。

5 结论

当对多个方案进行评选时, 在评判专家运用不确定语言变量表达他们的意见的情况下, 利用 ULMADM 方法是比较合适的。本文首先在不违背不确定语言变量的下标取值服从均匀分布的前提下给出了一种计算可能度的模型, 它体现了不确定语言变量的不确定性, 能够更准确地对之进行排序; 然后分析了 ULHGM 算子在集结算法上的不足, 对之进行了改进, 并阐述了基于 ULWGM 算子与 IULHGM 算子的方案评选方法。IULHGM 算子与 ULHGM 算子在某舰炮维修性设计方案的评选中的应用及分析表明, IULHGM 集结算法更加准确、合理、简便, 适用于 ULMADM 问题。

参考文献 (References)

- [1] 李晓冰, 徐扬, 邱小平. 不同语言值集下的多属性群决策方法[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(22): 29-32.
Li Xiaobing, Xu Yang, Qiu Xiaoping. Computer Engineering and Applications, 2011, 47(22): 29-32.
- [2] Xu Z. Induced uncertain linguistic OWA operators applied to group decision making[J]. Information Fusion, 2006, 7(2): 231-238.
- [3] Xu Z. An approach based on the uncertain LOWG and induced uncertain LOWG operators to group decision making with uncertain multiplicative linguistic preference relations[J]. Decision Support Systems, 2006, 41(2): 488-499.
- [4] Xu Z. Uncertain linguistic aggregation operators based approach to multiple attribute group decision making under uncertain linguistic environment[J]. Information Science, 2004, 168(1-4): 171-184.
- [5] Wei G. Uncertain linguistic hybrid geometric mean operator and its application to group decision making under uncertain linguistic environment[J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2009, 17(2): 251-267.
- [6] Wei G. A method for multiple attribute group decision making based on the ET-WG and ET-OWG operators with 2-tuple linguistic information[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(12): 7895-7900.
- [7] 乐琦, 樊治平. 具有多粒度不确定语言评价信息的多属性群决策方法[J]. 控制与决策, 2010, 25(7): 1059-1062.
Yue Qi, Fan Zhiping. Control and Decision, 2010, 25(7): 1059-1062.
- [8] Merigó J M, Gil-Lafuente A M, Zhou L G, et al. Generalization of the linguistic aggregation operator and its application in decision making[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2011, 22(4): 593-603.
- [9] Xu Z. Multiple attribute decision making based on different types of linguistic information[J]. Journal of Southeast University: English Edition, 2006, 22(1): 134-136.
- [10] 方瑛. 一个不确定语言的多属性群决策风险评估模型[J]. 湖北工业大学学报, 2012, 27(2): 100-103.
Fang Ying. Journal of Hubei University of Technology, 2012, 27(2): 100-103.
- [11] 达庆利, 刘新旺. 区间数线性规划及其满意解[J]. 系统工程理论与实践, 1999(4): 3-7.
Da Qingli, Liu Xinwang. System Engineering-Theory & Practice, 1999(4): 3-7.
- [12] 肖峻, 张跃, 付川. 基于可能度的区间数排序方法比较[J]. 天津大学学报, 2011, 44(8): 705-711.
Xiao Jun, Zhang Yue, Fu Chuan. Journal of Tianjin University, 2011, 44(8): 705-711.
- [13] 徐迎军, 魏翠萍, 李东. OWA 算子赋权新方法及其在房地产价格预测中的应用[J]. 工业技术经济, 2010, 29(4): 71-74.
Xu Yingjun, Wei Cuiping, Li Dong. Industrial Technology & Economy, 2010, 29(4): 71-74.
- [14] 王煜, 徐泽水. OWA 算子赋权新方法[J]. 数学的实践与认识, 2008, 38(3): 51-61.
Wang Yu, Xu Zeshui. Mathematics in Practice and Theory, 2008, 38(3): 51-61.

(责任编辑 侯澄芝)