



二球悬铃木三大裂片主脉夹角的实测与分析

王大勇¹, 贾文毓²

1. 山西省气候中心, 太原 030006
2. 山西师范大学城市与环境科学学院, 山西临汾 041004

摘要 对 505 片二球悬铃木 (*Platanus acerifolia* (Ait.) Willd.) 叶片进行实测, 发现两种新现象: 一是二球悬铃木三大裂片主脉夹角含有“隐性”黄金数, 即以三角函数形式显示的黄金数 (0.618 和 0.382); 二是二球悬铃木三大裂片主脉 60.00° 夹角是叶脉输导水分、养分走最短路径的表现, 是一种斯坦纳树结构。统计分析表明, 含有“隐性”黄金数的三大裂片主脉夹角 (31.72°, 38.18°, 51.86° 和 67.55°) 占总数的 60.69%, 呈斯坦纳树结构的 60.00° 夹角占总数的 34.85%, 二者合占 95.54%。二球悬铃木三大裂片主脉夹角新现象的发现, 有利于深化人们对植物结构的认识。

关键词 二球悬铃木; 主脉夹角; 黄金数; 斯坦纳树结构

中图分类号 Q944

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2013.23.012

Actual Measurement and Analysis on Angles Between Principal Veins of Three Major Lobes of *Platanus acerifolia* (Ait.) Willd.

WANG Dayong¹, JIA Wenyu²

1. Shanxi Climate Center, Taiyuan 030006, China
2. College of City and Environment, Shanxi Normal University, Linfen 041004, Shanxi Province, China

Abstract The 505 leaves collected with one leaf per plant from *Platanus acerifolia* (Ait.) Willd. were measured. Two new phenomena were found: Firstly, angles between principal veins of three major lobes from the plant indicated the "recessive" golden number". It was meant that golden number was showed by trigonometric function (values were 0.618 and 0.382); Secondly, angle of 60° between principal veins of three major lobes from the plant was a manifestation of taking the shortest path to transport moisture and nutrient, meanwhile this angle was a kind of the Steiner tree structure. Statistical analysis showed angles between principal veins of three major lobes of the plant containing recessive golden number were 31.72°, 38.18°, 51.86° and 67.55°, respectively. The amount of angles including 31.72°, 38.18°, 51.86° and 67.55°, were accounted for 60.69% of all collected leaves. And the percent of angle with 60° was 34.85% of all samples. Thus the amount of angles containing "recessive" golden number and presenting the Steiner tree structure was calculated for 95.54% in the whole samples. The new findings of angles between principal veins of three major lobes of *P. acerifolia* (Ait.) Willd. are very beneficial for people to deeply understand the plant architecture.

Keywords *Platanus acerifolia* (Ait.) Willd.; angles between principal veins; golden number; Steiner tree structure

0 引言

有关植物叶脉夹角的研究已有较多, 如赖明志和周丽红^[1]对茶树的叶脉角度与分枝角度的研究, 李世晋等^[2]对中国云

实属植物叶脉角度问题的研究, 许炳强等^[3]对部分木犀植物叶脉角度的研究, 王雷宏等^[4]对山荆子叶脉夹角的研究, 岳明翠等^[5]对十字花科蔬菜作物网状叶脉的数量形状等问题的研

收稿日期: 2013-02-22; 修回日期: 2013-05-20

作者简介: 王大勇, 工程师, 研究方向为土壤植物地理学, 气候变化与数值模拟, 电子信箱: dayong_cuit@sina.com; 贾文毓(通信作者), 教授, 研究方向为地理生态学与科学方法论, 电子信箱: sxjwy@163.com

究等。这些研究所给出的仅是一些植物叶脉夹角的取值范围,都未提及叶脉角度与黄金数的联系,关于二球悬铃木 (*Platanus acerifolia* (Ait.) Willd.) 叶脉夹角与黄金数的研究更是未见报道。

二球悬铃木属悬铃木科,落叶乔木,叶通常3~5裂,掌状脉3条(极少为5条)。广泛种植于世界各地,是世界著名的四大行道树种之一。本文拟通过对二球悬铃木三大裂片主脉夹角的实测,探究其与黄金数的关联,更新人们对植物叶脉结构的认识。叶脉夹角是植物长期进化的结果,研究叶脉夹角对于更深入地认识植物结构具有积极意义。

1 材料与方 法

1.1 样本采集

2012年11月10,12,14,16,22日于山西师范大学主校区、山西师范大学现代文理学院校区,以及临汾市解放东路的马路两侧采集二球悬铃木叶片。采集叶片位于树冠中下部枝条前段的1/3处,每株二球悬铃木只摘取1个叶片,共采集叶片505个。

1.2 观察方法

每次采样后立即用量角器对每个叶片的叶脉进行测量,且仅测量三大裂片主脉之间的夹角,即 $\angle A$ 和 $\angle B$ (图1(a))。因主脉一般不呈直线,故本文所说的三大裂片主脉夹角是指两条主脉交接处、可近似视为由直线所成的夹角(图1(a)中的 $\angle A$ 和 $\angle B$),而非主脉首尾连线所成的夹角(图1(b)中的 $\angle C$ 与 $\angle D$)。

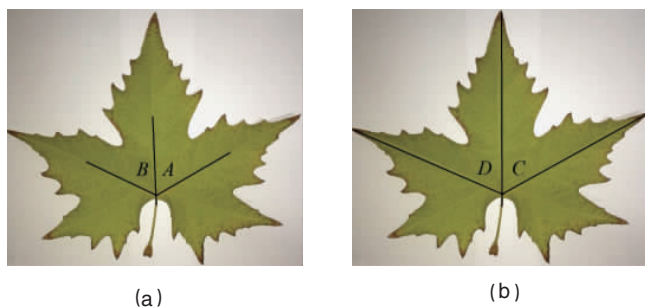


图1 本文观察的(a)和非本文观察的(b) 三大裂片主脉夹角

Fig. 1 Angles between principal veins of three major lobes were discussed in the paper

2 结果

表1列出了本研究观察的二球悬铃木三大裂片主脉夹角情况。由表1可知,其他角度占4.46%, 60.00° 占34.85%,其余4种角度占60.69%。

本文列出的5种三大裂片主脉夹角都是理想化后的结果。任何测量都有误差存在,笔者对二球悬铃木三大裂片主脉夹角的测量也是存在误差的。实测结果为:除其他角度外,各测量值均集聚在5种角度($31.72^\circ, 38.18^\circ, 51.86^\circ, 67.55^\circ$ 和 60.00°)为中心的狭小区间内,误差值约为 $\pm 1.5^\circ$ (如果误差大于 $\pm 1.5^\circ$,则归入其他角度)。

表1 二球悬铃木三大裂片主脉夹角

Table 1 Angles between principal veins of three major lobes of *P. acerifolia* (Ait.) Willd.

采集时间	夹角数						夹角总数	采集地点
	31.72°	38.18°	51.86°	60.00°	67.55°	其他角度		
2012-11-10	4	15	80	37	7	5	148	山西师大一校区
2012-11-12	0	4	23	47	1	1	76	山西师大二校区
2012-11-14	1	4	115	67	10	9	206	山西师大一校区
2012-11-16	0	9	31	54	20	8	122	山西师大二校区
2012-11-22	12	68	182	147	27	22	458	临汾市解放东路
总计	17	100	431	352	65	45	1010	

3 讨论

3.1 三大裂片主脉夹角与“隐性”黄金数

植物结构中含有“显性”黄金数,是指植物结构的有关比值约等于0.618。1837年,法国Louis^[6]发现,当新的嫩叶从植物枝冒出时总是沿着与枝干四周旧叶呈 137.5° 的夹角方向生长。 $137.5^\circ : (360^\circ - 137.5^\circ) = 137.5^\circ : 222.5^\circ = 0.618$ 。科学家研究发现,叶子的这种排列对于植物通风和采光是最佳的^[7]。

斐波那契数列 $\{u_n\} = 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \dots, (u_{n+1} = u_n + u_{n-1})$ 的极限值为黄金分割数0.618...^[8]。泽林斯基^[9]指出树的年分枝数目就是斐波那契数列(图2),即著名的鲁德维格定律。

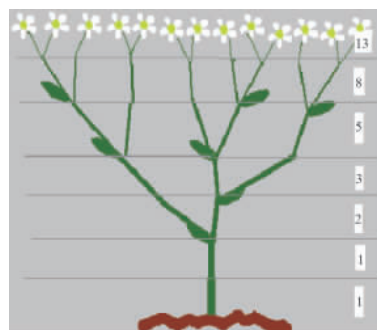


图2 树杈与斐波那契数列

Fig. 2 Branch and the Fibonacci sequence

很多植物的叶片、花瓣、果粒数均符合斐波那契数列。如向日葵有 89 个花瓣, 34 个为逆时针方向, 55 个为顺时针方向, 其比值约为 0.618。理论分析表明, 植物选择黄金发散角可使基元最密集、最有效地集聚在一起^[7], 此被称为植物结构中的“显性”黄金数, 即其相关比值 $\omega \approx 0.618$ 。根据对称原理, 应该还有一种“隐性”黄金数存在。

所谓“隐性”, 是指非直接显示的黄金数。对于二球悬铃木三大裂片主脉夹角而言, “隐性”黄金数的表象应是三角函数。具体说就是正弦函数、余弦函数和正切函数, 因为 $\sin 38.18^\circ \approx 0.618$; $\cos 51.86^\circ \approx 0.618$, $\cos 67.55^\circ \approx 0.382$; $\tan 31.72^\circ \approx 0.618$ 。

在实测的 505 片二球悬铃木叶片三大裂片主脉夹角中, 约 60.69% 的主脉夹角含有“隐性”黄金数。

3.2 三大裂片主脉 60.00° 夹角与斯坦纳树问题

从斐波那契数列看, $\cos 60.00^\circ = 0.5$, 是数列中第 2 项与第 3 项的比值, 但此处不将其看做“隐性”黄金数, 而是视为一种斯坦纳树现象。

斯坦纳树问题由瑞士 Steiner 于 1646 年提出, 现已成为组合优化学科中的一个著名问题。其含义是在一个平面上给定 A, B, C 3 点, 要求找到一点 P, 使之与 A, B, C 3 点连线的总长度最小(图 3)。数学上已证明, 当 $\angle APB = \angle BPC = \angle APC = 120^\circ$ 时, $AP + BP + CP$ 的值最小^[10, 11]。

图 4 中若 $\angle BQC = \angle CQD = 60^\circ$, 则等价于 $\angle BQA = \angle DQA = 120^\circ$ 。对照图 3 与图 4, 若 BP 对应于 AQ, 则 AP 对应于 DQ, CP 对应于 BQ。因此, 可将二球悬铃木三大裂片主脉结构视为斯坦纳树问题或斯坦纳树现象。

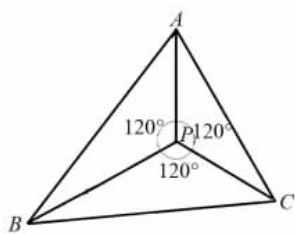


图 3 斯坦纳树经典类型
Fig. 3 Classical type of Steiner tree

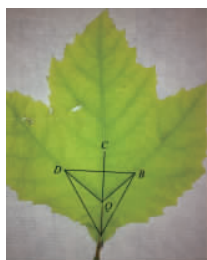


图 4 三大裂片主脉夹角与斯坦纳树结构
Fig. 4 Angles between principal veins of three major lobes of *P. acerifolia* (Ait.) Willd. and the Steiner tree structure

叶脉作为贯穿在叶肉中的维管束, 具有输导水分、养分和支持叶片的作用。植物经过大自然优胜劣汰的筛选趋于一种最优结构, 走最短路径就是最优结构的表征之一。二球悬铃木三大裂片主脉夹角中的 60.00° 应当是走最短路径的体现。

4 结论

(1) 二球悬铃木三大裂片主脉夹角含有“隐性”黄金数, 即以三角函数形式显示的黄金数。“隐性”黄金数的发现是对

植物结构优化现象的一种新的揭示。

(2) 二球悬铃木三大裂片主脉夹角中的 60.00° 夹角是叶脉输导水分、养分走最短路径的表现, 是一种植物叶脉结构中的斯坦纳树现象。

本研究观察的二球悬铃木三大裂片主脉夹角中, 51.86° 夹角共有 431 个, 居于优势地位, 占到含有“隐性”黄金数夹角总数 (613) 的 70.31%, 而其余 3 种“隐性”黄金数夹角 (31.72°, 38.18° 和 67.55°) 仅占 29.69%, 其原因有待进一步研究。

致谢 感谢陈阳、康旭、党帅、郭妙玲等人在采样与拍照过程中给予的帮助。

参考文献 (References)

- [1] 赖明志, 周红丽. 茶树叶脉角度与分枝角度全息相关 [J]. 茶叶科学, 1996, 16(2): 157-158.
- Lai Mingzhi, Zhou Hongli. Journal of Tea Science, 1996, 16(2): 157-158.
- [2] 李世晋, 张奠湘, 黄向旭, 等. 中国云实属植物叶脉形态学 [J]. 热带亚热带植物学报, 2004, 12(2): 133-141.
- Li Shijin, Zhang Dianxiang, Huang Xiangxu, et al. Journal of Tropical and Subtropical Botany, 2004, 12(2): 133-141.
- [3] 许炳强, 夏念和, 王少平, 等. 中国木樨植物叶脉形态学及其分类学意义 [J]. 广西植物, 2007, 27(5): 697-705.
- Xu Bingqiang, Xia Nianhe, Wang Shaoping, et al. Guihaia, 2007, 27(5): 697-705.
- [4] 王雷宏, 汤庚国, 夏海武, 等. 山荆子叶脉序的研究 [J]. 南京林业大学学报: 自然科学版, 2008, 32(2): 39-42.
- Wang Leihong, Tang Gengguo, Xia Haiwu, et al. Journal of Nanjing Forestry University: Natural Science Edition, 2008, 32(2): 39-42.
- [5] 岳明翠, 李富恒, 谭大海, 等. 十字花科蔬菜作物网状叶脉的数量形状研究 [J]. 东北农业大学学报, 2010, 41(4): 70-75.
- Yue Mingcui, Li Fuheng, Tan Dahai, et al. Journal of Northeast Agricultural University, 2010, 41(4): 70-75.
- [6] 钱志新. 0.618—宇宙的钥匙 [M]. 北京: 科学出版社, 2007: 3.
- Qian Zhixin. 0.618: Key to the universe [M]. Beijing: Science Press, 2007: 3.
- [7] 吴振奎, 吴健, 吴旻. 数学大师的创造与失误 [M]. 天津: 天津教育出版社, 2009: 153-154.
- Wu Zhenkui, Wu Jian, Wu Min. Creation and mistakes of mathematics masters [M]. Tianjin: Tianjin Education Press, 2009: 153-154.
- [8] 贾文毓. 地理学研究方法引论 [M]. 北京: 气象出版社, 2007: 85.
- Jia Wenyu. Research method of geography: An introduction [M]. Beijing: Meteorological Press of China, 2007: 85.
- [9] 张远南. 中国科普名家名作 (张远南先生专辑)—挑战智慧 (第一季) [M]. 北京: 中国少年儿童出版社, 2008: 235.
- Zhang Yuannan. Masters and masterpieces of Chinese popularization of science (Zhang Yuannan album): Challenge on wisdom (First quarter) [M]. Beijing: China Publishing House of Juvenile and Childrens, 2008: 235.
- [10] 斯特凡·希尔德布兰特, 安东尼·特隆吧. 榷榷宇宙—自然界里的形态和造型 [M]. 沈施, 译. 上海: 上海教育出版社, 2004: 92-93.
- Stefan H, Anthony T. Parsimonious—The morphology and modeling in nature [M]. Shen S, tran. Shanghai: Shanghai Education Press, 2004: 92-93.
- [11] 越民义. 斯坦纳树问题及其推广 [J]. 科学 (上海), 2002, 54(6): 3-6.
- Yue Minyi. Science (Shanghai), 2002, 54(6): 3-6.

(责任编辑 王媛媛)