

非匀速移动载荷刚性路面动力分析

杨立峰

青海大学土木工程学院, 西宁 810016

摘要 研究了变速交通荷载下的刚性路面动力。首先,刚性路面被认为是一个矩形的 Pasternak 地基的弹性支承阻尼正交各向异性板,这种假设,特别是对刚性的路面接头,其中一个可能会发现旋转和垂直剪切变形是十分适用的,矩形板块的边界具有提供垂直支撑和弹性转动约束的支承钢销和拉杆。其次,依据经典薄板理论,给出了平板的横向挠度满足的偏微分方程。由该微分方程,系统的自然频率和模式形状可以用两个超越方程求解。以一个谐波振幅集中荷载表示移动交通荷载,荷载沿路面具有可变的速度。路面的动态响应可以从正交性质的特征方程获得,冲击挠度的解析形式由特征方程的正交特性得到。数值算例结果表明,负载的速度和角频率影响刚性路面最大动态挠度,如果移动交通荷载以临界速度行驶,路面的振幅将趋于无穷大,从而导致道路被破坏。用本文方法,通过使用叠加原理,也可以应用于多车道连续负载下的路面动力可靠性分析。

关键词 刚性路面;弹性路基;移动载荷

中图分类号 U41

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2013.21.002

Dynamic Analysis of Rigid Pavement Under Variable Velocity Moving Loads

YANG Lifeng

School of Civil Engineering, Qinghai University, Xining 810016, China

Abstract In this paper, the rigid roadway pavement under dynamic traffic loads with variable velocity is studied. The rigid roadway pavement is modeled as a rectangular damped orthotropic plate supported by elastic Pasternak foundation. The boundaries of the plate are the steel dowels and tie bars which provide the elastic vertical support and the rotational restraint. The natural frequencies and the modal shapes of the system are obtained through solving two transcendental equations, derived from the solution of two auxiliary Levy's type problems, known as the Modified Bolotin Method. The dynamic moving traffic load is expressed as a concentrated load of harmonically varying magnitude, moving straight along the plate with a variable velocity. The dynamic response of the plate is obtained by using the characteristic equation with orthogonal properties. The results of a numerical example show that the velocity and the angular frequency of the loads affect the maximum dynamic deflection of the rigid roadway pavement. It is also shown that a critical speed of the load exists. If the moving traffic load travels at the critical speed, the rectangular plate will suffer from a deflection of infinite amplitude. The present mathematical solution should be verified further with the results of experimental researches, especially, with respect to the determination of the forces in the steel connecting devices (dowels and tie bars) along the joints.

Keywords rigid roadway pavement; elastic foundation; moving load

0 引言

一些用于民用工程、太空和海事建筑的路面元素是以弹性和黏弹性为支持的,主要是横向的动态载荷。通常计算这些问题的方法基于以路基对于路面相应微分方程的响应的解。虽然路基一般都是复杂媒介,但是有趣的是,动态载荷下

的刚性路面动态响应最终得出了一个相对简单的数学表达式,这个表达式可以描述路基在接触面的响应。某些路面是弹性和黏弹性材料构成的,主要承受的是横向的移动载荷。Gbadeyan 和 Sun 等^[12]研究了移动载荷下的弹性路基上的梁模型,Alisjahbana 等^[9]研究了移动载荷下的弹性路基上的刚性

收稿日期:2013-04-22;修回日期:2013-06-18

基金项目:多年冻土地区公路建设与养护技术交通行业重点实验室青海研究观测基地开放基金项目

作者简介:杨立峰,副教授,研究方向为公路工程,电子信箱:huangxinxtg@163.com

路面。韩侃^[4]对公路边坡预应力在张拉过程中及锁定后锚固预应力的变化特征、损失作了分析,并以此给出了公路边坡施工及边坡监测中对公路边坡预应力的处理办法。武志德等^[5]给出了在高速公路软地基处理中的数值模拟方法,为掌握公路在施工过程中变形特征提供了新方法。Cao 等^[6]研究了刚度路面在加速移动载荷下的动力响应,但主要是以匀加速且加速度比较小的轻型汽车为研究对象的。Pevzner^[7]用改进的 Bolotin 方法研究了轻薄矩形板在非平稳载荷下的振动机制,为研究矩形路面提供了思路。Michaltsos 等^[8]研究了车桥问题中的不同桥墩支撑下的动力响应问题。魏星等^[9]提出了一个较为合理的描述软土在长期重复荷载作用下残余变形发展过程的经验模型,该模型对于公路软土地基沉降的简化计算方法是有效的。张家铭等^[10]引入灰色关联法的改进正交设计法,对区域弃土场边坡稳定性的 6 种影响因素进行分析,找到影响该处边坡稳定性的敏感因素,得到的结果是比较可靠的。

本文在以上文献的基础上,研究了变速交通荷载下的刚性路面动力分析。以一个谐波振幅集中荷载来表示动态移动交通荷载,载荷沿路面具有可变的加速度。路面的动态响应可以从正交性质的特征方程获得,固有频率和模态可由两个超越方程求解。算例的结果表明负载的速度和角频率影响刚性路面最大动态挠度,如果移动交通负载以临界速度行驶,路面的振幅将趋于无穷大。

1 控制方程

刚性路面的模型为一个矩形的阻尼正交各向异性板,由弹性的 Pasternak 地基支持。在正交各向异性路面的动态响应理论应用中,连续的弹性路基是 Pasternak 路基,它近似于实际的下层土环境。Pasternak 路基模型包含弹性元件之间的相互剪切,通过安装在弹簧上的路面来调动,弹簧只能通过横向剪切力而变形。因此,在这个模型中,土地的剪切变形和压缩变形是适当近似的。关于这个问题的同类型解决方法可以通过变量的分离来获得,由叠加原理得出满足边界条件的解。动态移动载荷下的路面动态响应通解的基本形式可以从特殊性质的 Dir 函数获得。因此可以进一步整合来获得不同的路面响应方程。

在本文工作中,考虑了弹性 Pasternak 路基上正交各向异性的同类型矩形路面。依据经典薄板理论,平板的横向挠度满足如下偏微分方程:

$$D_x \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^4} + 2B \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w(x,y,t)}{\partial y^4} + \rho h \frac{\partial^2 w(x,y,t)}{\partial t^2} + \gamma h \frac{\partial w(x,y,t)}{\partial t} + k_r w(x,y,t) - G_s \nabla^2 w(x,y,t) = p(x,y,t) \quad (1)$$

式中, $w(x,y,t)$ 为横向挠度, ρ 为板的每个单元密度, h 为板厚度, t 为时间, γ 为阻尼系数, k_r 为弹性系数, G_s 为 Pasternak 路基的剪切系数, $p(x,y,t)$ 为路面的移动载荷, D_x 和 D_y 分别为平板在 x 和 y 方向上的弯曲刚度, B 为有效扭转刚度。

移动载荷 $p(x,y,t)$ 等效为一个平板上沿 x 轴方向的谐波幅度的移动集中载荷,如图 1 所示,可表示为

$$p(x,y,t) = [x(t), y(t), t] = P_0 \left(1 + \frac{1}{2} \cos \omega t \right) \delta[x-x(t)] \delta[y-y(t)] \quad (2)$$

$$x(t) = v_0 t + at^2 \quad y(t) = \frac{1}{2} c \quad (3)$$

式中, P_0 为移动垂直载荷, $\delta[\cdot]$ 为 Dir 函数, ω 为角频率, a 为加速度, v_0 为移动载荷的初始速度, c 为矩形板长度。

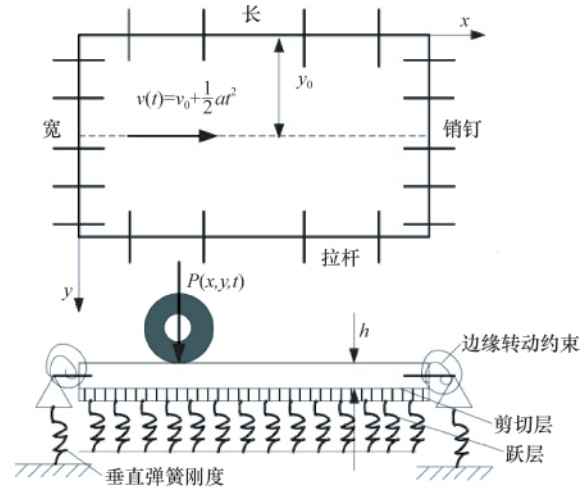


图 1 Pasternak 路基的动态交通载荷下矩形刚性混凝土板模型

Fig. 1 Rectangular rigid concrete plate resting on a Pasternak foundation under dynamic traffic loading

由于混凝土路面中使用了销钉和拉杆,所有 4 个面有弹性垂直直线支撑和沿面的转动约束。因此,每一个面的边界条件如下。

$x=0$ 时的弹性垂直支撑为

$$V_{x=0} = D_x \left[\frac{\partial^3 w(x,y,t)}{\partial x^3} + \frac{B+2G_{xy}}{D_x} \cdot \frac{\partial^3 w(x,y,t)}{\partial x \partial y^2} \right] = k_{s,1} w(x,y,t) \quad (4)$$

$x=b$ 时的弹性垂直支撑为

$$V_{x=b} = D_x \left[\frac{\partial^3 w(x,y,t)}{\partial x^3} + \frac{B+2G_{xy}}{D_x} \cdot \frac{\partial^3 w(x,y,t)}{\partial x \partial y^2} \right] = k_{s,2} w(x,y,t) \quad (5)$$

$y=0$ 时的弹性垂直支撑为

$$V_{y=0} = D_y \left[\frac{\partial^3 w(x,y,t)}{\partial y^3} + \frac{B+2G_{xy}}{D_y} \cdot \frac{\partial^3 w(x,y,t)}{\partial x^2 \partial y} \right] = k_{s,1} w(x,y,t) \quad (6)$$

$y=c$ 时的弹性垂直支撑为

$$V_{y=c} = D_y \left[\frac{\partial^3 w(x,y,t)}{\partial y^3} + \frac{B+2G_{xy}}{D_y} \cdot \frac{\partial^3 w(x,y,t)}{\partial x^2 \partial y} \right] = k_{s,2} w(x,y,t) \quad (7)$$

其中, b 为矩形板宽度, $k_{s,1}$, $k_{s,2}$, $k_{s,1}$, $k_{s,2}$ 分别为各自边界方向的单位长度的表面张力系数。

为了求解上述问题,假设材料的弹性主轴平行于板的边缘,该问题自由振动的解如下

$$w(x, y, t) = W(x, y) \sin \omega t \quad (8)$$

式中, $W(x, y)$ 为位置坐标函数。

把式(2)带入无阻尼自由振动形式的式(1),得到

$$D_x \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2B \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} - \rho h \omega^2 W + k_f W - G_s \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (9)$$

在边界条件式(4)~(7)下,系统固有频率可以表示为

$$\omega_{mn}^2 = \left(\frac{\pi^4}{rh} \right) \left[D_x \left(\frac{p}{b} \right)^4 + 2B \left(\frac{pq}{bc} \right)^2 + D_y \left(\frac{q}{c} \right)^4 \right] + \frac{k_f}{rh} + \frac{G_s}{rh} \left[\left(\frac{p\pi}{b} \right)^2 + \left(\frac{q\pi}{c} \right)^2 \right] = 0 \quad (10)$$

式中, p 和 q 为由两个超越方程求解出的实数,这两个方程可以从求解两个辅助的 Levy 类型问题中获得^[5]。

2 路面的动态响应

路面的动态响应可以使用参数变异法得到,该方法可以作为解决相应的非匀偏微分方程特解的通用方法,可以写成如下形式:

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} X_{mn}(x) Y_{mn}(y) T_{mn}(t) \quad (11)$$

式中, $X_{mn}(x)$, $Y_{mn}(y)$ 为特征函数; $T_{mn}(t)$ 为时间函数,还需进一步研究确定。 $T_{mn}(t)$ 由如下的微分方程给出

$$\ddot{T}_{mn}(t) + 2z w_{mn} \dot{T}_{mn}(t) + \omega_{mn}^2 T_{mn}(t) = \int_0^b X_{mn}(x) dx \cdot \int_0^c Y_{mn}(y) dy \frac{p(x, y, t)}{rh Q_{mn}} \quad (12)$$

这里,

$$Q_{mn} = \int_0^b \int_0^c (X_{mn}(x))^2 (Y_{mn}(y))^2 dx dy \quad (13)$$

由文献[3]、[6],时间函数 $T_{mn}(t)$ 的特解可以表示为

$$T_{mn}(t) = \int_0^t \left[\frac{p(x, y, \tau)}{rh Q_{mn}} \int_0^b X_{mn}(x) dx \int_0^c Y_{mn}(y) dy \cdot \left(\frac{e^{-z\omega_{mn}(t-\tau)}}{\omega_{mn} \sqrt{1-z^2}} \sin(\omega_{mn} \sqrt{1-z^2} (t-\tau)) \right) \right] d\tau \quad (14)$$

式中, τ 为时间。

由以上可得任意动态载荷下的路面动态冲击挠度的形式如下:

$$\begin{aligned} \text{当 } 0 \leq t \leq t_0 \text{ 时, } w_{mn}(x, y, t) = & \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} X_{mn}(x) Y_{mn}(y) e^{-\zeta \omega_{mn}(t-\tau)} \cdot \\ & [a_{mn} \cos(\omega_{mn} \sqrt{1-\zeta^2} t) + c_{mn} \sin(\omega_{mn} \sqrt{1-\zeta^2} t)] + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} X_{mn}(x) \cdot \\ & Y_{mn}(y) \cdot \int_0^t \left[\frac{p(x, y, \tau)}{\rho h Q_{mn}} \int_0^b X_{mn}(x) dx \int_0^c Y_{mn}(y) dy \right] \end{aligned}$$

$$\left[\frac{e^{-\zeta \omega_{mn}(t-\tau)}}{\omega_{mn} \sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_{mn} \sqrt{1-\zeta^2} (t-\tau)) \right] d\tau \quad (15)$$

当 $t_0 \leq t$ 时,

$$\begin{aligned} w_{mn}(x, y, t) = & \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} X_{mn}(x) Y_{mn}(y) e^{-\zeta \omega_{mn}(t-\tau)} \cdot \\ & \left[w_{0mn} \cos \omega_{mn} \sqrt{1-\zeta^2} (t-t_0) + \frac{v_{0mn} + \zeta \omega_{mn} w_{0mn}}{\omega_{mn} \sqrt{1-\zeta^2}} \cdot \right. \\ & \left. \sin \sqrt{1-\zeta^2} \omega_{mn} (t-t_0) \right] \quad (16) \end{aligned}$$

式中, w_{0mn} , v_{0mn} 分别为 $t=t_0$ 时初始挠度和初始速度, ζ 为泊松比。由式(16)导出的弯矩和剪力如下所示:

弯矩

$$M_x = -D_x \left(\frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x^2} + v_y \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y^2} \right) \quad (17)$$

$$M_y = -D_y \left(\frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y^2} + v_x \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x^2} \right) \quad (18)$$

剪力

$$Q_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y^2} \right) \quad (19)$$

$$Q_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y^2} + B \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x^2} \right) \quad (20)$$

3 算例

设车轮平均载荷 $P_0=80\text{kN}$, 以 $v=90\text{km/h}$ 速度和 $a=2\text{m/s}^2$ 的加速度沿 x 轴行驶。其他数值为: $b=5.0\text{m}$, $c=3.5\text{m}$, $h=0.25\text{m}$, x, y 方向的弹性模量 $E_x=27\text{GPa}$, $E_y=22.5\text{GPa}$, $\nu_x=0.18$, $\nu_y=0.15$, $\rho=2500\text{kg/m}^3$, $k=27.2\text{MN/m}^2$, $G_s=9.52\text{MN/m}$, $ks_{x1}, ks_{x2}, ks_{y1}, ks_{y2}=200\text{MN/m}$ 。表 1 显示了在系统临界速度下的最大冲击挠度。

表 1 3 种不同临界速度的最大冲击挠度

Table 1 Critical velocities of the system and the maximum absolute dynamic deflections

$\gamma/\%$	临界速度/($\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$)	绝对冲击挠度/mm
0	140	0.430195
5	150	0.203425
10	140	0.177843

图 2 显示了各种阻尼比下的冲击挠度功率谱。图 3 显示了在一个载荷频率函数下不同阻尼比的最大冲击挠度响应谱,图 4 显示了不同阻尼比下刚性路面的动态响应,可以看出阻尼比在减小最大冲击挠度时扮演的重要角色。图 5 显示了在 $0 < t < t_0$ 时间间隔内非匀速移动载荷下路面区域的动态挠度分布,可以看出,沿路面边缘,由于销钉和拉杆的存在,力矩在 x 方向的分布不为 0。

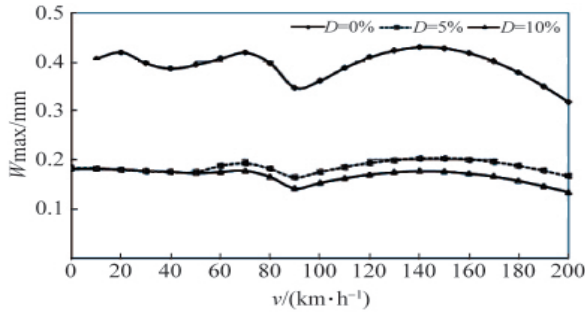


图 2 各种阻尼比下的冲击挠度功率谱

Fig. 2 Maximum dynamic deflection response spectra as a function of velocity for various damping ratios

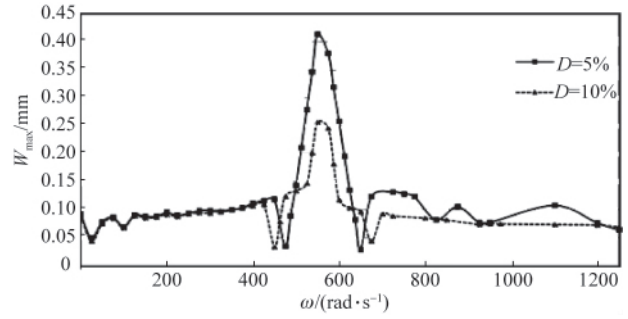


图 3 负载频率函数下的冲击挠度功率谱

Fig. 3 Maximum dynamic deflection response spectra as a function of load's frequency

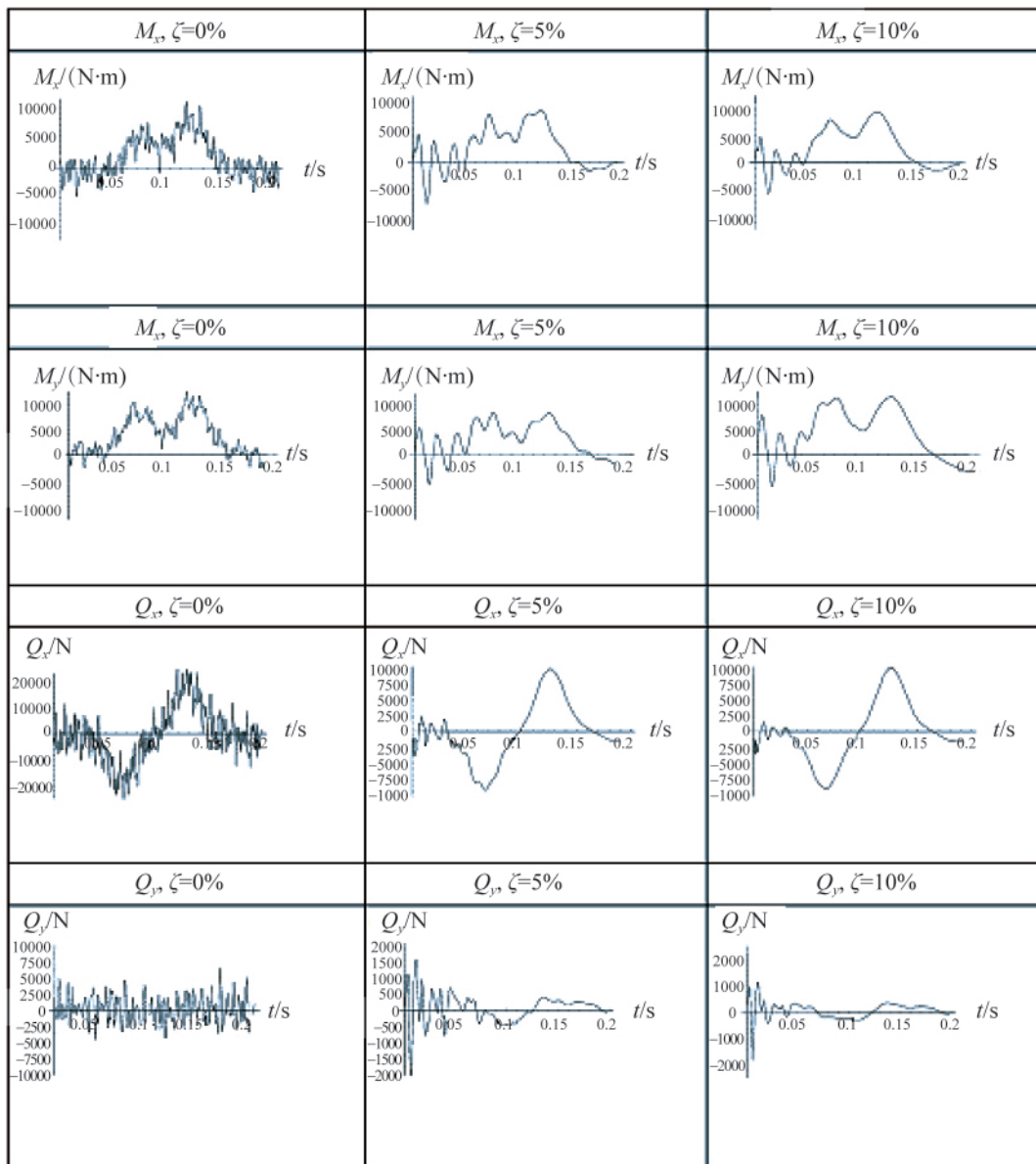


图 4 0~t₀ 时间间隔内不同阻尼比下响应的刚性路面动态响应

Fig. 4 Various dynamic responses of the rigid runway pavement for different damping ratios for soft soil condition, in the time interval $0 \leq t \leq t_0$

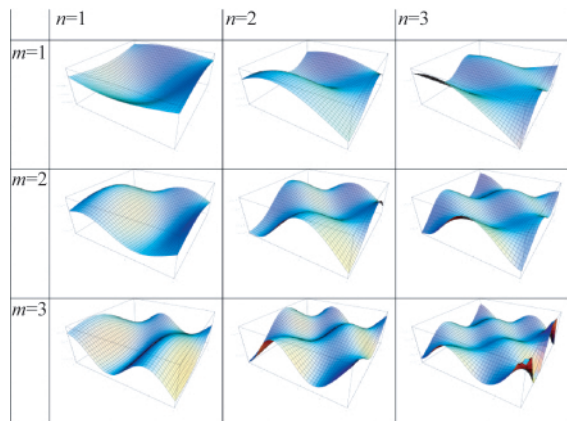


图5 当 $P_0=80\text{kN}$, $v=90\text{km/h}$, $a=2\text{m/s}^2$, $\omega_{\text{load}}=100\text{rad/s}$, $t=0.0996\text{s}$, $\zeta=5\%$ 时, 在 $0 \sim t_0$ 区间内, $x=b/2$ 和 $y=c/2$ 处非匀速移动载荷下路面区域的冲击挠度

Fig. 5 Dynamic deflection distribution over the plate region under the moving dynamic traffic load calculated at $x=b/2$ and $y=c/2$ during the interval $0 \leq t \leq t_0$, $P_0=80\text{kN}$, $v=90\text{km/h}$, $a=2\text{m/s}^2$, $\omega_{\text{load}}=100\text{rad/s}$, $t=0.0996\text{s}$, $\zeta=5\%$

4 结论

本文研究了变速荷载下刚性路面动态分析。冲击挠度的解析形式由特征方程的正交特性得到。系统的固有频率和模态由两个超越方程解得, 它们可以用来解释非简支边界条件的影响。采用本文方法, 通过使用叠加原理, 也可以应用于多车道连续荷载下的路面分析。

参考文献 (References)

[1] Gbadeyan J A, Oni S T. Dynamic response to moving concentrated masses of elastic plates on a non-Winkler elastic foundation[J]. Journal of

Sound and Vibration, 1992, 154(2): 343-358.

[2] Sun L. Analytical dynamic displacement response of rigid pavements to moving concentrated and line loads [J]. International Journal of Solids Structural, 2006, 43(14-15): 4370-4383.

[3] Alisjahbana S W, Wangsadinata W. Dynamic response of damped orthotropic plate on Pasternak foundation to dynamic moving loads[C]. The 4th International Structural Engineering and Construction Conference (ISEC-4), Melbourne, Australia, September 26-28, 2007.

[4] 韩侃. 公路高边坡预应力锚索加固监测与分析 [J]. 铁道工程学报, 2008, 112(1): 53-57.
Han Kan, Journal of Railway Engineering Society, 2008, 112(1): 53-57.

[5] 武志德, 张鑫, 杜荣军, 等. 数值模拟在高速公路软弱地基处理中的应用[J]. 科技导报, 2011, 29(32): 56-61.
Wu Zhidel, Zhang Xin, Du Rongjun, et al. Science & Technology Review, 2011, 29(32): 56-61.

[6] Cao C, Wong W G, Zhong Y, et al. Dynamic response of rigid pavements due to moving vehicle load with acceleration[C]. Symposium on Pavement Mechanics and Materials at the Inaugural International Conference of Engineering Mechanics Institute, Minneapolis, MI, USA, May 18-21, 2008.

[7] Pevzner P. Further modification of Bolotin method in vibration analysis of rectangular plates[J]. AIAA Journal, 2009, 38(9): 1725-1729.

[8] Michaltsos G T, Raftoyiannis I G. The influence of different support movements and heights of piers on the dynamic behavior of bridges. Part I: Earthquake acting transversely to the deck [J]. Interaction and Multiscale Mechanics, 2009, 2(4): 431-454.

[9] 魏星, 黄茂松. 交通荷载作用下公路软土地基长期沉降的计算 [J]. 岩土力学, 2009, 30(11): 3342-3348.
Wei Xing, Huang Maosong. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(11): 3342-3348.

[10] 张家铭, 付金丹, 刘浩. 基于改进正交设计的山区弃土场边坡稳定性敏感分析[J]. 科技导报, 2012, 30(17): 38-42.
Zhang Jiamin, Fu Jindan, Liu Hao. Science & Technology Review, 2012, 30(17): 38-42.

(责任编辑 侯澄芝)

·学术动态·



第9届中国科技期刊发展论坛征文

由中国科协、国家新闻出版广电总局、浙江省政府联合主办, 浙江省科协、浙江省新闻出版局、浙江大学承办的第9届中国科技期刊发展论坛, 将于2013年9月26-27日在杭州召开。

论坛主题: 创新驱动 服务科技——中国科技期刊的新挑战。

论坛议题: ① 科技期刊国际化建设; ② 科技期刊改革与产业发展; ③ 科技文化融合与期刊诚信建设。

欢迎期刊出版单位、科技期刊工作者围绕论坛主题、议题积极研究、投稿。

详见中国科协网 <http://www.cast.org.cn/n35081/n35488/14829076.html>。