

基于 SVD 的 MEMS 微结构位移测量新算法

胡章芳, 计超, 罗元

重庆邮电大学光电工程学院, 重庆 400065

摘要 为实现 MEMS 微结构周期运动过程中平面运动位移测量及其动态特性参数的高分辨率测量, 本文针对频闪成像技术获得的微结构运动图像序列, 提出一种基于相位相关技术与奇异值分解技术相结合的亚像素测量方法。该方法通过相位相关技术将图像的空间坐标转换为频域坐标的参数空间, 然后通过奇异值分解技术处理得到的相关矩阵, 最后利用最小二乘法线性拟合, 得到物体水平位移的亚像素测量结果。实验结果表明, 用该方法测量 MEMS 微结构平面运动位移能达到亚像素精度, 从而提高测量结果的稳定性和减少测量误差。

关键词 微机电系统; 相位相关; 奇异值分解; 亚像素

中图分类号 TP391.41

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2013.17.003

A New Algorithm for MEMS Microstructure Amplitude Measurements Based on Singular Value Decomposition

HU Zhangfang, JI Chao, LUO Yuan

Photoelectric engineering college, The Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

Abstract In order to obtain the high resolution measurement dynamic parameters for Micro Electro Mechanical System (MEMS) microstructure, the microstructure of moving image sequence is acquired by using stroboscopic imaging technology. One kind method based on the phase correlation technique and Singular Value Decomposition (SVD) technique combining with sub-pixel measurement is proposed. By means of phase correlation, the method is able to transform the spatial coordinate of the images into the parameter space in frequency domain coordinates. And then through the SVD technique, a correlation matrix is gained. Finally using the least-squares fitting, the results of sub-pixel level displacement measurement are got. The experimental results indicate that with the method, the amplitude measurement of MEMS microstructure plane motion is able to reach at the precision of sub-pixel, and could effectively reduce uneven illumination effect on the measuring result, thereby increasing the stability of measurement results and reducing the measuring error.

Keywords MEMS; phase correlation; SVD; sub-pixel

0 引言

对于微机电系统 (Micro Electro Mechanical Eystem, MEMS) 谐振器、振动陀螺、加速度计、光开关等一些具有可动部件的 MEMS 器件, 其运动特性, 特别是在不同频率和不同电压条件下的运动幅值决定了 MEMS 器件的基本性能^[1-3]。因此, 能否精确测量出一个周期内任意相位下的运动位移至关重要。应用运动估值的方法检测出两帧相似图像之间的目标平移运动已经成为许多图像处理研究的热门课题。目前, 已经发展了许多检测方法, 如块匹配, 像素递归法和相位相关

法。其中块匹配是较简单的一种, 它将图像分成固定大小的块, 并假设这些块做相互独立的平移运动; 像素递归法是基于微分运算的像素微分法, 缺点是对噪声比较敏感, 而且运动量较大时误差较大; 相位相关技术最早由 Kuglin 和 Hines 提出^[1-4], 是一种基于傅里叶变换的频域相关技术, 由于其利用互功率谱中的相位信息来进行图像匹配, 对图像间的亮度变化不敏感, 且具有一定的抗干扰能力, 因此有较高的匹配精度, 但由于该算法的运算量很大, 无法满足图像处理系统的实时性要求, 并且通常只能达到像素级精度, 不能满足对

收稿日期: 2012-05-07; 修回日期: 2013-04-10

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51075420)

作者简介: 胡章芳, 副教授, 研究方向为数字图像处理、信号与信息处理, 电子邮箱: huzf@cqupt.edu.cn

MEMS 平面运动位移的精确测量,一直以来无法应用到实际的实时检测中^[5,6]。从仿真实验发现,频域下的图像处理方法能够解决空域下棘手的甚至是无法解决的问题,并且可以提高图像处理系统的测量水平,但目前国内大部分的实时图像处理系统采用的还都是基于空域的算法,很少有基于频域的算法。针对这种情况,本文通过对无噪声干扰情况下的相位相关矩阵的特性分析,提出一种基于奇异值分解的相位相关算法。该算法主要利用无噪声情况下相关矩阵秩为 1 和最小二乘线性拟合的方法,可以有效克服噪声的影响,并且能达到亚像素精度,满足对 MEMS 平面运动位移的精确测量。

1 相位相关技术原理

传统的相位相关的运动估计算法是一种基于傅里叶功率谱分析的频域非线性的相关技术,主要是依赖于功率谱分析进行相位相关方法计算^[7],该方法的思路如下。

设 $R(\alpha, \beta)$ 和 $S(\alpha, \beta)$ 分别为参考图像和待测图像的傅里叶变换后的表达式,则 $R(\alpha, \beta)$ 和 $S(\alpha, \beta)$ 之间的关系为

$$S(\alpha, \beta) = R(\alpha, \beta) \exp\{-j(\alpha x_0 + \beta y_0)\} \quad (1)$$

其中, (α, β) 表示在频域的坐标; x_0 和 y_0 分别表示两幅图之间的水平和垂直位移。

首先计算相位相关矩阵

$$Q(\alpha, \beta) = \frac{R^*(\alpha, \beta)S(\alpha, \beta)}{|R^*(\alpha, \beta)S(\alpha, \beta)|} = \exp\{-j(\alpha x_0 + \beta y_0)\} \quad (2)$$

其中, $R^*(\alpha, \beta)$ 为 $R(\alpha, \beta)$ 的共轭复数。

然后对 $Q(\alpha, \beta)$ 进行傅里叶逆变换,得到的峰值坐标即为所求的位移值

$$Q(x, y) = \delta(x - x_0, y - y_0) \quad (3)$$

然而,在图像处理中,如果 x_0 和 y_0 是整数,则 Q 将表现为一个 δ 函数;如果 x_0 和 y_0 是非整数,则 Q 的峰值能量将会向四周相邻的像素分散,表现为在峰值周围出现很多小的毛刺,因此降低了运动估计的精度。此外,当采样时,图像是带限的,也会出现混叠现象,并且式(1)将不是对所有的 (μ, ν) 有效。此外,图像边缘效应也会影响尖峰的尖细程度和清晰度。

在理想无噪声条件下相关矩阵 $Q(\alpha, \beta)$ 的秩为 1。 $Q(\alpha, \beta)$ 的每一个元素可以分解为

$$Q(\alpha, \beta) = \exp(-j\alpha x_0) \exp(-j\beta y_0) \quad (4)$$

因此,可以定义两个向量: $q_x(\alpha) = \exp(-j\alpha x_0)$ 和 $q_y(\beta) = \exp(-j\beta y_0)$, 则相位相关矩阵可以表示为

$$Q(\alpha, \beta) = q_x q_y^H \quad (5)$$

式(1)可以改写为

$$S = (q_x q_y^H) * R \quad (6)$$

其中, H 表示复共轭转置, * 表示元素与元素之间相乘。

2 基于 SVD 的相位相关技术

2.1 奇异值分解

在实际应用中,因为噪声和采样的局限,使得相位相关

矩阵的秩不为 1。本文采用奇异值分解法 SVD,对相关矩阵进行处理^[8],就可以获得相位相关矩阵的秩为 1 的估计^[9]。

当图像 A 是大小为 $M \times N$ 矩阵时,并且其秩为 Z ,则 A 可以用 SVD 分解为一系列 $M \times N$ 大小的秩为 1 的矩阵加权和。由于矩阵的奇异值分解是一种正交变换,因此在一个矩阵 A 与其奇异值 σ 及奇异向量 μ 和 ν 之间,如将所有的行向量 μ 按对应奇异值的顺序排列成矩阵 U ,所有的行向量 ν 按对应奇异值的顺序排列成矩阵 V ,则有

$$\begin{cases} AV = U\Sigma \\ A^T U = V\Sigma \end{cases} \quad (7)$$

其中,矩阵 Σ 的主对角线即是对应的 σ 值,其余元素为零。矩阵 U 和 V 均是酉矩阵,即矩阵内的列向量均两两正交,且列向量的长度均为 1,因此,矩阵 A 可以写成 $A = U\Sigma V^T$,将 A 展开得

$$A = R \sum_{i=1}^Z \sigma U_i V_i^T$$

为 A 的奇异值分解,它为图像的展开式,虽然该式只适合 Z 个基图像,但每一个基图像可以用相应的奇异值加权。

2.2 基于 SVD 的相位相关算法

本文提出的算法就是基于这种奇异值分解,将相位相关矩阵经过 SVD 分解就能被分解成两个奇异矩阵^[10]。根据在理想无噪声的情况下,相位相关矩阵秩为 1 的特性,相位相关矩阵经过 SVD 就能得到水平和垂直两个方向的奇异向量,若对这两个方向的奇异向量进行最小二乘的线性估计,就可以分别得到两个方向的相位斜率,即得到平移矢量。基于 SVD 的相位相关算法的流程图如图 1 所示。

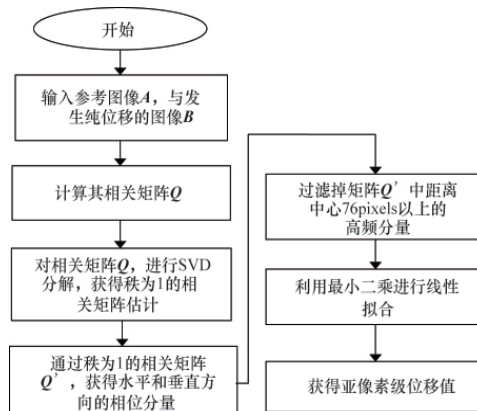


图 1 基于 SVD 的相位相关算法流程

Fig. 1 Flowchart for SVD-based phase correlation algorithm

首先,从利用频闪技术得到 MEMS 微结构运动图像序列中,得到图像 A 和 B ,并且它们之间只存在简单的纯平移关系,对两幅图像进行傅里叶变换。再通过归一化互功率谱来确定相位相关矩阵 Q 。

由于在没有噪声的情况下,相关矩阵 Q 是一个秩为 1 的矩阵,因此 Q 可以改写为式(4)。如果相位相关矩阵能被改写

成式(4),也就是可以通过相关矩阵获得水平方向和垂直方向两个向量。

通过寻找归一化相位相关矩阵 Q 的秩为 1 的估计矩阵来确定两幅含有噪声干扰的图像之间的平移。而最直接的方法就是利用奇异值分解,同时可以获得水平和垂直方向的奇异向量,这样线性相位的系数就能通过这两个奇异向量独立的被确立。进而采用最小二乘法对分解得到的相位分量进行线性拟合。

对于大小为 $M \times N$ 矩阵 Q' , 其空域与频域坐标的关系为 $\alpha=2\pi/M, \beta=2\pi/N$, 对于奇异向量 ν , 有

$$W[\Delta c]^T = \text{unwrap}\{\angle \nu\} \quad (8)$$

其中, W 为行向量 $[w, w-1, w-2, \dots, 1, w=0, 1, 2, \dots, s-1, s$ 为 ν 的长度, Δ 为斜率, c 为拟合直线的截距。最终由最小二乘法拟合出来的最佳值为

$$\begin{bmatrix} \Delta \\ c \end{bmatrix} = (W^T W)^{-1} W^T \text{unwrap}\{\angle \nu\} \quad (9)$$

求得拟合直线的斜率 Δ 就是平移的值。当 $\nu=q_x$ 时, ν 为水平方向分量, 则位移 $x_0 = -\Delta(M/2\pi)$; 当 $\nu=q_y$ 时, ν 代表垂直方向分量, 则位移 $y_0 = -\Delta(N/2\pi)$ 。

由于噪声和边缘效应的影响, 处理的数据是会很大, 基于提高算法效率的考虑, 可以设定阈值屏蔽掉 Q 中小于阈值的数据, 和应用掩膜的方法屏蔽掉以直流分量为原点, 半径为 O 以外的数据。一般设定 $O=0.6L/2, L$ 取 M 和 N 之间较小的值。

最终, 可以在一个较大的范围内估计出水平和垂直方向的非整数的位移值。

3 实验分析

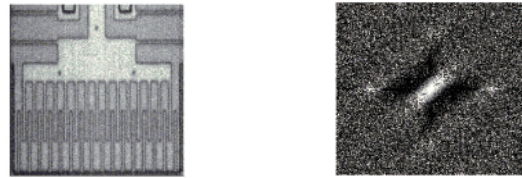
在实际应用中, 利用频闪成像技术获得的微结构运动图像序列, 由于图像由于光照、灰度不均匀等因素影响产生的差异对测试结果会产生影响。实验时, 首先, 采集两幅含有噪声(服从 $N(0, 0.07)$ 的高斯噪声)干扰的 MEMS 动态图像进行实验, 定性验证本文提出算法的抗噪性和有效性, 再用实验数据定量验证本文所提出的测量算法是稳定、有效的。

3.1 图形结果

在实际应用中, 利用频闪成像技术获得的微结构运动图像序列, 由于图像由于光照、灰度不均匀等因素影响产生的差异对测试结果会产生影响。试验时, 采集两幅图像一幅为零相位图像, 一幅为运动过程中的图像, 并且都含噪声(服从 $N(0, 0.07)$ 的高斯噪声)干扰的 MEMS 动态图像进行试验, 第 3.2 节将定量验证本文提出算法的抗噪性和有效性。

图 2(a) 为 256×256 像素含有噪声的原始图像, 图 2(b) 是存在纯平移关系的两幅图像的相位相关矩阵 Q , 得到的是处理前相位条纹, 图像因为受噪声影响严重, 所以模糊不清。图 3(a) 和图 3(b) 分别是水平和垂直方向的相位分量, 而后处理得到的相位条纹则变得非常清晰, 如图 4 所示。再对秩为 1 的相位相关矩阵中距离中心直流分量在 76 像素以上的高频

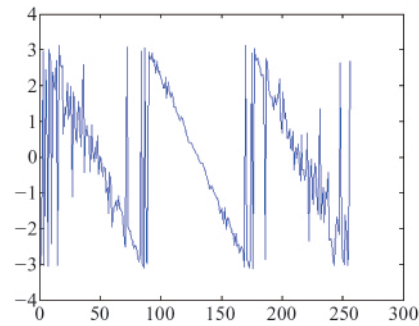
分量屏蔽掉, 如图 5 所示, 以此来抑制明显的噪声区域。最后, 经过最小二乘法线性拟合后就能确定亚像素级别的位移值。



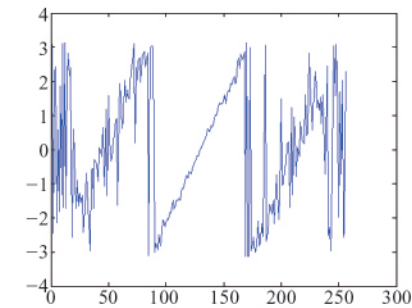
(a) 含有噪声的原始图 (b) 相位相关矩阵
 (a) Original image containing the noise (b) Phase correlation matrix

图 2 原始未经 SVD 处理的图形

Fig. 2 Original images before SVD process



(a) SVD 分解后水平方向的相位分量
 (a) Horizontal direction phase component after SVD decomposition



(b) SVD 分解后垂直方向的相位分量
 (b) Vertical direction phase component after SVD decomposition

图 3 经 SVD 分解后得到的相位分量

Fig. 3 Phase components after SVD decomposition

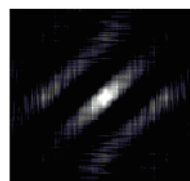


图 4 秩为 1 的估计重构的相位相关矩阵
 Fig. 4 Phase correlation matrix for the rank one estimation reconstruction

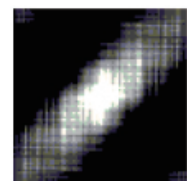


图 5 距离中心直流分量 76 像素范围内的相关矩阵
 Fig. 5 Correlation matrixes within the range of 76 pixels from the center of the DC component

3.2 实验数据分析

仿真实验主要从两个方面考查:一是通过控制噪声,改变某一方向的位移大小,验证算法的稳定性和有效性;二是在不同噪声下算法的稳定性和有效性。

(1) 稳定性和有效性实验

首先,对水平方向(或垂直方向)的位移值,重复进行10组实验,结果如表1所示。

表1 基于SVD的相位相关算法的MEMS微结构平面运动幅值测量稳定性的验证(单位:像素)

Table 1 Stability verification of MEMS microstructure planar movement amplitude measurement based on SVD phase correlation algorithm (unit: pixels)

实验序号	原水平位移为4	原水平位移为2
1	3.9748	1.9937
2	4.0311	1.9840
3	3.9979	2.0117
4	4.0633	2.0057
5	4.0885	1.9966
6	3.9667	1.9663
7	4.0033	1.9710
8	4.0866	2.0658
9	4.0121	1.9564
10	4.0063	1.9903

用测量绝对误差的标准差来表示该方法的不确定度,也就是稳定性的表征,经计算可得不确定度为0.0351,即算法足够稳定,能够执行获得稳定的值。

(2) 噪声条件下的稳定性和有效性实验

表2是在服从 $N(0,1)$ 分布高斯噪声,噪声密度为0.05的椒盐噪声和泊松噪声干扰下的实验数据。

表2 基于SVD的相位相关算法的MEMS微结构平面运动幅值测量噪声条件下的稳定性和有效性实验(单位:像素)

Table 2 Stability and effectiveness experiment for the MEMS microstructure planar movement amplitude measurement under the conditions of noise based on SVD phase correlation algorithm (unit: pixels)

实验序号	高斯噪	高斯噪	椒盐噪	椒盐噪	泊松噪	泊松噪
	声原水	声原垂	声原水	声原垂	声原水	声原垂
	平位移	直位移	平位移	直位移	平位移	直位移
	为2	为2	为2	为2	为2	为2
1	2.0159	2.0806	1.9536	1.9729	1.9776	2.0038
2	2.0109	2.0521	2.0411	1.9875	2.0329	2.0385
3	2.0081	2.0359	1.9636	1.9766	2.0084	1.9520
4	2.0531	2.0131	2.0441	2.0518	1.9783	1.9960
5	2.0440	1.9854	2.0198	1.9944	2.0052	1.9651
6	1.9968	2.0673	2.0777	2.0198	1.9931	1.9927
不确定度	0.0221	0.0354	0.0487	0.0301	0.0210	0.0305

同样用不确定度来表征稳定性,可以看出算法在各类噪声的影响下依然能够稳定工作,并且获得亚像素级的结果。

实验数据表明,该方法可以达到亚像素精度,同时也证明该方法的有效性。

4 结论

文章依托MEMS动态测试系统,针对频闪成像技术获得的MEMS器件微结构平面运动图像序列进行处理,提出一种基于SVD的相位相关亚像素运动估计算法,实验结果证明该算法的可行性及其与传统算法相比所体现的优势:图像由于光照、灰度不均匀等因素产生的差异对测试结果不会产生影响,抗干扰性好;能直接获得亚像素级的MEMS微结构平面运动幅值,不需要进行差值运算等。

参考文献 (References)

- [1] Hart M R, Conant R A, Lau K Y, et al. Stroboscopic interferometer system for dynamic MEMS characterization [J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 2000, 9(4): 409-419.
- [2] Alain Bosseboeuf, Sylvain Petitgrand. Characterization of the static and dynamic behaviour of M(O)EMS by optical techniques: status and trends [J]. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2007, 13(4): 25-27.
- [3] Guo Tong, Chang Hong, Chen Jinping, et al. Micro-motion analyzer used for dynamic MEMS characterization[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2009, 47(3): 512-517.
- [4] Kuglin C D, Hines D C. The phase correlation image alignment method [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Cybernetics and Society. New York: IEEE, 1975: 163-165.
- [5] Hoge W S, Hatsuh M, Stephan M E. Efficient construction of histology slide mosaics via phase correlation registration of high resolution tiles[C]// IEEE International Conference on Image Processing. Barcelona: IEEE, 2003: 1117-1120.
- [6] Jaime S Raben, Steven A Klein, Jonathan D Posner, et al. Improved accuracy of time-resolved micro-Particle Image Velocimetry using phase-correlation and confocal microscopy [J]. Microfluidics and Nanofluidics, 2013, 14(3): 431-444.
- [7] Hoge W S. A subspace identification extension to the phase correlation method[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2003, 22(2): 277-280.
- [8] 李治国, 安锦文, 赵银玲. 基于相位相关方法的全局运动估计算法[J]. 计算机测量与控制, 2008, 16(4): 532-534. Li Zhiguo, An Jinwen, Zhao Yinling. Computer Measurement & Control, 2008, 16(4): 532-534.
- [9] Foroosh H, Zerubia J B, Berthod M. Extension of phase correlation to subpixel registration [J]. IEEE Transactions on Image Process, 2002, 11(3): 188-200.
- [10] 陈志菲, 孙进才, 侯宏. 基于奇异值分解的方向估计改进方法 [J]. 数据采集与处理, 2011, 26(5): 499-502, 201. Chen Zhifei, Sun Jincai, Hou Hong. Journal of Data Acquisition & Processing, 2011, 26(5): 499-502, 201.

(责任编辑 刘志远)