

基于有序聚类的强度折减法安全系数确定方法

刘爱华, 吴均平, 马春德

中南大学资源与安全工程学院, 长沙 410083

摘要 为准确获取强度折减法中位移-折减系数关系曲线中的突变点, 引入有序聚类分析方法, 以确定安全系数。首先介绍了强度折减法, 指出了目前确定安全系数的各种失稳判据存在的问题。鉴于系统模式在突变破坏点前后发生了变化, 特别是位移和塑性应变急剧增大, 尝试用有序聚类分析法找出该突变点。针对常规 Fisher 最优分割法不适用于渐进趋势, 结合“回归类”聚类思想, 将拟合的一次多项式作为聚类中心, 残差平方和作为回归类直径, 建立起新的有序样品回归类聚类方法。利用该方法将位移-折减系数序列分为稳定段和失稳段, 从而确定突变点, 采用对应的折减系数作为系统的安全系数。用该方法对澳大利亚计算机应用协会 (ACDAS) 的经典边坡考题 EX1(a) 进行了研究, 计算出的安全系数和 Flac3D 内置强度折减模块 (Solen fos) 的计算结果一致, 证明了方法的可行性。最后, 在基础上建立了更方便实用的系统稳定状态的判别式。

关键词 有序聚类; 强度折减法; 安全系数; 变点分析; 判别式

中图分类号 TU45

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2013.12.013

Safety Coefficients Determination for Shear Strength Reduction Method Based on Orderly Clustering

LIU Aihua, WU Junping, MA Chunde

School of Resources and Safety Engineering, Center South University, Changsha 410083, China

Abstract In order to accurately obtain the mutation point of displacement-reduction coefficient curve when using shear strength reduction method, the method of orderly clustering analysis is brought in for the safety coefficient determination. First, the strength reduction method and criteria of instability are introduced. In view of the system model changes before and after the mutation breakdown point, especially displacement and plastic strain increase sharply, the orderly clustering analysis is used to find out the mutation point. Since conventional Fisher optimal segmentation is not applicable to the progressive trend sequence, by integrating the regression clustering thought, using fitting a polynomial as clustering center, the sum of squared residuals as regression class diameter, a new orderly regression clustering method is set up. Based on the method, the displacement-reduction coefficient sequence is divided into a stable segment and a buckling segment, therefore the mutation point is able to be ascertained, and the corresponding reduction factor is the safety factor of the system. The typical examination question of EX1(a) from ACDAS is used to prove the feasibility of the method, the result for the method is consistent with that for solve fos method of Flac3D and closes to the standard answer. Finally, a discriminant of the system state is established, it is more convenient and practical.

Keywords orderly clustering; shear strength reduction method; safety coefficient; change point analysis; discriminant

0 引言

强度折减法^[1]是一种流行的岩土体失稳破坏研究方法, 其原理是将岩土体的强度参数 c 和 φ 同时除以某个折减系数 F , 将得到的新材料参数 c' 和 φ' 作为计算参数进行试算。

不断地增大折减系数, 直至岩体工程达到临界失稳状态, 强度降低的倍数就是强度储备的安全系数。强度折减法的一个关键问题是如何根据数值计算的结果来判别岩土体是否达到极限破坏状态^[2]。目前的数值计算强度折减法的失稳判据

收稿日期: 2012-12-31; 修回日期: 2013-01-25

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973 计划) 项目 (2010CB732004)

作者简介: 刘爱华, 教授, 研究方向为岩土工程稳定性及矿山安全, 电子信箱: alexliu@163.com

有:迭代求解不收敛、广义剪应力贯通、塑性区贯通、关键点位移-折减系数曲线等。以数值计算是否收敛作为失稳的判别准则所受影响因素太多,破坏准则、计算模型、边界范围、单元类型、网格划分、收敛控制条件等在不同程度上都对计算的收敛性有难以有效消除的影响^[3];塑性区的认定不统一,可采用广义剪应变、广义塑性应变、大主应变及等效塑性云图作为塑性区,且云图判断塑性区的贯通精度不高,受人为因素影响。边坡等岩土体由稳定状态变为运动状态,其位移和塑性应变将处于无限塑性流动状态,因此采用位移-折减系数曲线出现突变作为失稳判据更实际的破坏情况。但是,常规的目测方法受人为主观因素影响较大,难以从曲线上准确获取位移突变点,导致该方法在实际应用中受到了限制,有待借助突变理论^[4]或其他数学方法进行研究。岩土工程中关键部位的位移随强度折减系数的推进演化规律反映了系统从稳定状态到失稳状态的渐进突变过程。突变点前后的系统状态发生了变化,如果能辨识出突变前后各点所属的系统状态,也就能找到两种状态间的临界点。为此,本文尝试将有序聚类分析方法用于强度折减法的位移-折减系数曲线突变点的识别,通过将数据点分割成表示稳定状态和失稳状态的两个类,获得相应的安全系数。

1 基于有序聚类分析的强度折减法安全系数判定方法

1.1 有序样品聚类法

有序样品聚类法^[5]用于解决有序样品分段问题。目前国内最常用有序样品聚类法是由费希尔(Fisher)提出的最优分割法。该法根据样品的离差平方和最小判断出最优分段,以满足同一类内部的差异最小,各类之间的差异最大的条件。

设有序样品依次为 x_1, x_2, \dots, x_n , 共有 $n-1$ 种可能的二分方法,假设可能的分割点 τ 将样品序列分为 x_1, x_2, \dots, x_τ 以及 $x_{\tau+1}, x_{\tau+2}, \dots, x_n$ 两段,则前后两段的离差平方和分别为

$$D_\tau = \sum_{i=1}^{\tau} (x_i - G_\tau)^2 \quad (1)$$

$$D_{n-\tau} = \sum_{i=\tau+1}^n (x_i - G_{n-\tau})^2 \quad (2)$$

式中, G_τ 和 $G_{n-\tau}$ 分别为 τ 前后两段的均值。

总离差平方和为

$$S_\tau = D_\tau + D_{n-\tau} \quad (3)$$

当 $S(\tau) = \min\{S_1, S_2, \dots, S_{n-1}\}$ 时, τ 为最优二分分割点。

文献证明^[6,7],常规的 Fisher 最优分割法很适合存在跳跃式突变的阶梯型数据序列的分类,但对于有趋势变化序列的转折点提取就有很大的出入。如图 1 所示,位移-折减系数序列呈无明显跳跃点的变化趋势,因此直接将有序聚类法用于寻找位移-折减系数序列突变点将得不到较好效果。

常规的 Fisher 最优分割法失效的原因是仅仅考虑了数据的观察值及其次序,而没有考虑自变量与应变量间的回归

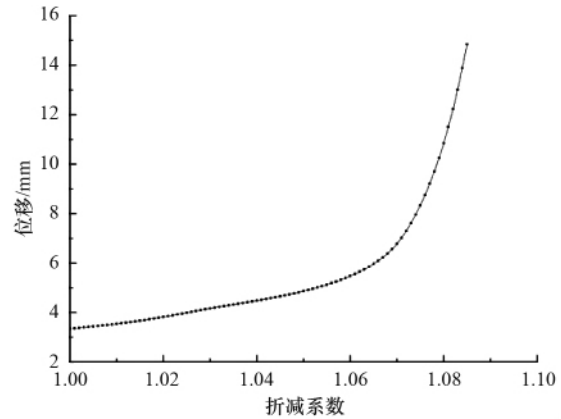


图 1 位移-折减系数趋势变化序列
Fig. 1 Sequence of displacement-reduction factor trend change

关系。马江洪^[8]提出的“回归类”聚类思想,把类中心的概念从欧氏空间中的点引申并推广到泛函意义下的“点”——回归函数,使得数据信息与变量信息得到有机的统一,变量不再是孤立于数据的变量,数据也不再是脱离变量关系的数据。

本文将“回归类”思想引入有序样品聚类法,用多项式拟合位移随强度折减系数渐进增长的变化趋势,并将残差平方和作为类的直径。由于龙格现象,高次多项式在拟合时会很大程度上包含误差,而用较低次的多项式拟合,可以较多地反映曲线特征,较少地反映观测误差^[9],因此采用一次多项式 $y=a+bx$ 对位移-折减系数序列分段拟合,建立求解强度折减安全系数的有序样品回归类聚类方法。

1.2 有序样品回归类聚类法求安全系数

用有序样品回归类聚类法求强度折减安全系数的步骤如下:

(1) 分段建立一次多项式模型

对于有 n 个点的位移-折减系数序列 $\{(F_1, U_1), (F_2, U_2), \dots, (F_n, U_n)\}$,假如在 τ 点后发生了突变,则前段 $\{(F_1, U_1), (F_2, U_2), \dots, (F_\tau, U_\tau)\}$ 和后段 $\{(F_{\tau+1}, U_{\tau+1}), (F_{\tau+2}, U_{\tau+2}), \dots, (F_n, U_n)\}$ 在回归系数上将有较大差别,分别用一次多项式模型表示为:

$$y_\tau = a_\tau + b_\tau x \quad (4)$$

$$y_{n-\tau} = a_{n-\tau} + b_{n-\tau} x \quad (5)$$

根据最小二乘法多项式拟合原理可得

$$\begin{pmatrix} \tau & \sum_{i=1}^{\tau} F_i \\ \sum_{i=1}^{\tau} F_i & \sum_{i=1}^{\tau} F_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_\tau \\ b_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{\tau} U_i \\ \sum_{i=1}^{\tau} F_i U_i \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} n-\tau & \sum_{i=\tau+1}^n F_i \\ \sum_{i=\tau+1}^n F_i & \sum_{i=\tau+1}^n F_i^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{n-\tau} \\ b_{n-\tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=\tau+1}^n U_i \\ \sum_{i=\tau+1}^n F_i U_i \end{pmatrix} \quad (7)$$

求解可得不同回归系数

$$a_{\tau} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{\tau} U_i\right)\left(\sum_{i=1}^{\tau} F_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{\tau} F_i U_i\right)\left(\sum_{i=1}^{\tau} F_i\right)}{\tau \sum_{i=1}^{\tau} F_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{\tau} F_i\right)^2} \quad (8)$$

$$b_{\tau} = \frac{\tau \left(\sum_{i=1}^{\tau} F_i U_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{\tau} U_i\right)\left(\sum_{i=1}^{\tau} F_i\right)}{\tau \sum_{i=1}^{\tau} F_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{\tau} F_i\right)^2} \quad (9)$$

$$a_{n-\tau} = \frac{\left(\sum_{i=\tau+1}^n U_i\right)\left(\sum_{i=\tau+1}^n F_i^2\right) - \left(\sum_{i=\tau+1}^n F_i U_i\right)\left(\sum_{i=\tau+1}^n F_i\right)}{\tau \sum_{i=\tau+1}^n F_i^2 - \left(\sum_{i=\tau+1}^n F_i\right)^2} \quad (10)$$

$$b_{n-\tau} = \frac{\tau \left(\sum_{i=\tau+1}^n F_i U_i\right) - \left(\sum_{i=\tau+1}^n U_i\right)\left(\sum_{i=\tau+1}^n F_i\right)}{\tau \sum_{i=\tau+1}^n F_i^2 - \left(\sum_{i=\tau+1}^n F_i\right)^2} \quad (11)$$

(2) 定义各段回归类的类直径

$$D_{\tau} = \sum_{i=1}^{\tau} (U_i - y_{\tau})^2 \quad (12)$$

$$D_{n-\tau} = \sum_{i=\tau+1}^n (U_i - y_{n-\tau})^2 \quad (13)$$

(3) 定义总误差函数

将总残差平方和作为总误差函数

$$S_{\tau} = D_{\tau} + D_{n-\tau} \quad (14)$$

(4) 求最优二分段

对 $1 \leq \tau \leq n-1$ 分别运用步骤(1)~(3)计算得到所有的 S_{τ} 。使 S_{τ} 最小的分割即最优二分分割,由此分割出来的两个回归类将满足内部差异最小、两类之间差异最大的条件,故取 F_{τ} 为安全系数。

2 有序样品回归类聚类方法的可行性验证

1987年,澳大利亚计算机应用协会(ACDAS)对澳大利亚所使用的边坡稳定分析程序进行了一次调查。调查由 Monash 大学的 Donald 教授和 Giam 博士主持,设计了 10 个考题,向 120 个单位发出了邀请,有 28 个单位发回了计算答案,同时邀请了国际上在边坡稳定分析程序方面做过较多工作的研究者,他们提供了“裁判程序”答案。由于这次调查工作规模较大,所获得的成果比较可靠,为边坡稳定性分析提供了很好的校验资料^[9]。本文选择其中一个经典算例,利用有序样品回归类聚类法计算,以位移突变为判据的强度折减安全系数,并与 Flac3D 软件内置的强度折减模块计算出的安全系数以及考题问卷答案统计成果进行比较,从而验证本文方法的可行性。

所选算例 ACDAS 考题 EX1(a),为一均质边坡。几何参数如图 2 所示。材料特性参数: c 为内聚力, $3 \times 10^{-3} \text{Pa}$; γ 为重度, $2 \times 10^{-4} \text{N} \cdot \text{M}^{-3}$; E 为弹性模量, 10^7Pa ; ν 为泊松比, 0.25 ; K_0 为侧压力系数, 0.65 ; φ 为内摩擦角, 19.6° 。返回的问卷答案基于 Bishop 法和 Janbu 法,统计结果如表 1 所示。该次考核最终

推荐的裁判答案为 1.00。

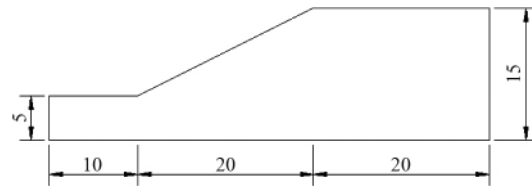


图 2 ACDAS 考题 EX1(a)模型 (单位:m)

Fig. 2 Model for the examination question of EX1(a) from ACDAS (unit:m)

表 1 ACDAS 考题 EX1(a) 问卷答案统计

Table 1 Statistics of the answers for the test problem EX1(a) of ACDAS

分析方法	安全系数				提交答案总数
	均值	标准差	F_{\min}	F_{\max}	
(ALL)	0.991	0.031	0.940	1.080	32
Bishop	0.993	0.015	0.960	1.030	18
Janbu	0.978	0.041	0.940	1.043	7

首先采用 Flac3D 软件内置的强度折减模块(solve fos)计算该算例的安全系数,边界条件为左、右两个侧面边界采用三角形分布的水平侧压力约束,底部边界全部固定,垂直平面方向位移约束。软件显示的计算结果为 $\text{fos}_f=1.03$,用 fish 语句获取 fos_f 变量的精确值为 1.025。由于网格疏密程度和边界条件对计算结果均有一定影响,Flac3D 内置强度折减模块计算出的安全系数 1.025 与考题裁判答案接近,可认为当前网格密度和边界条件是合理的。

然后采用本文方法计算该算例的安全系数。据林航等^[11]报道,临界滑移线内及滑移线上各点均可作为突变判据的监测点,由于坡顶位置较容易确定,且必位于滑移线内,一般选取坡顶作为监测点。对相同的模型计算出间距为 0.01 的各折减系数对应的坡面顶点的水平位移,位移-折减系数序列如表 2 所示。

表 2 不同强度折减系数下的位移

Table 2 Displacement with different strength reduction coefficients

折减系数	位移/m
0.91	0.00115
0.92	0.00137
0.93	0.00174
0.94	0.00220
0.95	0.00296
0.96	0.00418
0.97	0.00547
0.98	0.00720
0.99	0.00980
1.00	0.01431
1.01	0.02261
1.02	0.07193
1.03	0.76072

为了获得更精确的计算结果,可利用准确性良好的3次插值法对表2数据样品进行插值加密,插值距离为0.001,得到如图3所示的数据序列。将图3中的点依次作为分割点,分别计算出其相应的S值,S值的变化如图4所示。对于该序列,当 $F=1.021$ 时,获得最小总残差平方和 $S_{\min}=0.01647$,故可取安全系数为1.021。此时前段数据的一次多项式拟合方程为 $y=-0.300714863814554+0.321948096409646x$,后段数据的一元多项式拟合方程为 $y=-82.5649380252866+80.8692223436708x$,两者有很大差别,表明回归模式发生了突变。

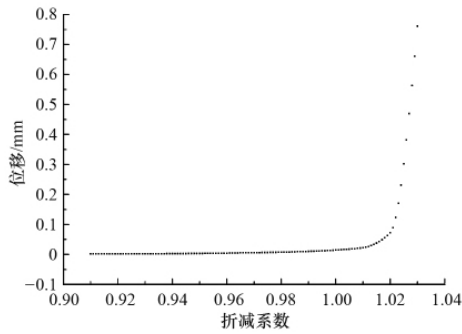


图3 位移-折减系数趋势变化序列
Fig. 3 Sequence of displacement-reduction coefficient

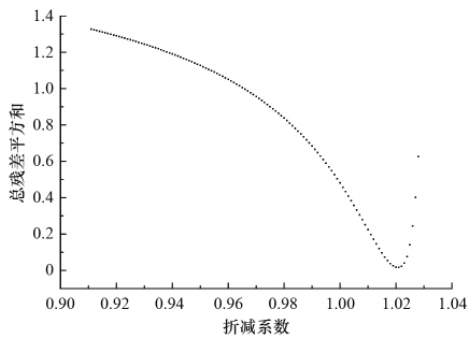


图4 总残差平方和变化
Fig. 4 Change curve for the square sum of total residues

计算结果表明,本方法计算所得的安全系数1.021与Flac3D内置强度折减模块计算所得的安全系数1.025非常接近,其相对误差仅为0.39%,证明本方法的计算结果是可靠的。以上计算过程通过自编的Matlab程序来实现,数据处理时间仅需要几秒。

3 判别式的应用

前述算例证明,用有序样品回归聚类法求强度折减安全系数是可行的,但也存在两个缺点:一是需要对所有分类情况进行计算,才能比较出安全系数;二是离散的取样可能未包含真正的突变点,求出的安全系数有可能略大于真实值。

图5为前、后两段数据的残差平方和变化曲线,相交于一点。当分割点取在交点前时,前段数据的残差平方和开始

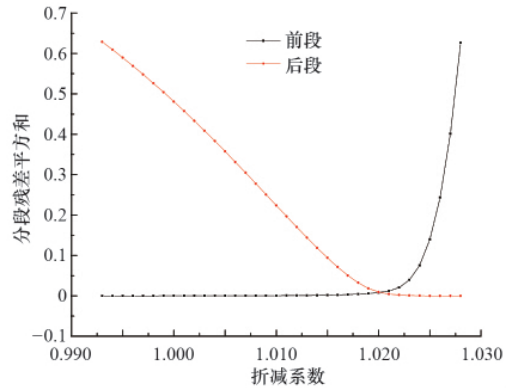


图5 前后两段残差平方和变化曲线
Fig. 5 Change curve of the square sum of residues for both front and rear segments

很小,随分割点后移呈平缓增长趋势,后段数据的残差平方和开始很大,随分割点后移呈急剧下降趋势;当分割点达到交点时,前段数据的残差平方和呈急剧增长趋势,后段数据的残差平方和呈平缓下降趋势。由于从交点向两侧正增长速度均大于负增长速度,容易得出交点处前后两段数据的残差平方和之和最小,说明前、后两段数据的残差平方和变化曲线的交点即为最优二分分割点。

令 $\Delta S(\tau)$ 为后段数据残差平方和与前段数据残差平方和之差,即

$$\Delta S(\tau) = D_{n-\tau} - D_{\tau} \quad (15)$$

则有:

若 $\Delta S(\tau) > 0$,则表明 τ 位于最优二分分割点前,系统处于稳定状态;

若 $\Delta S(\tau) = 0$,则表明 τ 就是最优二分分割点,系统处于极限状态;

若 $\Delta S(\tau) < 0$,则表明 τ 位于最优二分分割点后,系统已经失稳。

图6显示了 $\Delta S(\tau)$ 随折减系数的变化曲线。该判别式的意义在于:对任意分割点,都能通过判别式的值确定系统所处的状态,因此不必对所有二分分割情况进行计算,可根据判别式的值使用二分法逼近零点。

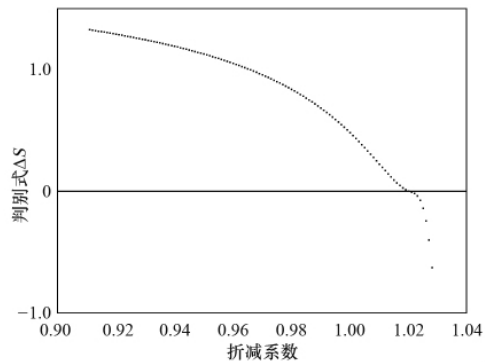


图6 判别式的值变化曲线
Fig. 6 Change curve of discriminant values

对图 3 中的数据应用判别式分析,如表 3 所示,当折减系数 $F=1.020$ 时, $\Delta S(1.020)>0$,系统处于稳定状态;当折减系数 $F=1.021$ 时, $\Delta S(1.021)<0$,系统已经失稳。从而判断安全系数满足 $1.020 < F_s < 1.021$ 。鉴于安全考虑,最终的安全系数应该取为 1.020。

表 3 判别式计算结果

Table 3 Results of discriminant calculation

F_r	$\Delta S(\tau)$
1.019	0.01263
1.020	0.00131
1.021	-0.00758
1.022	-0.01878

4 结论

(1) 将回归类思想与有序聚类分析相结合,建立了用于确定强度折减法安全系数的有序样品回归类聚类方法,以 ACDAS 经典考题 EX1(a)为算例进行了计算,并与 Flac3D 内置强度折减模块的计算结果进行比对,两者相对误差很小,证明了该方法的可行性。

(2) 在有序样品回归聚类方法的基础上,建立了系统稳定状态判别式,解决了该方法的两个问题,增加了方法的实用性,并确保求出的安全系数偏于安全。

参考文献 (References)

- [1] 连锁营, 韩国城, 孔宪京. 强度折减有限元法研究开挖边坡的稳定性[J]. 岩土工程学报, 2001(4): 407-411.
Lian Zhenying, Han Guocheng, Kong Xianjing. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011(4): 407-411.
- [2] 郑颖人. 岩土数值极限分析方法的发展与应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2012(7): 1297-1316.
Zheng Yingren. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering,

- 2012(7): 1297-1316.
- [3] 刘金龙, 栾茂田, 赵少飞, 等. 关于强度折减有限元方法中边坡失稳判据的讨论[J]. 岩土力学, 2005(8): 1345-1348.
Liu Jinlong, Luan Maotian, Zhao Shaofei, et al. Rock and Soil Mechanics, 2005(8): 1345-1348.
- [4] 赵延林, 吴启红, 王卫军, 等. 基于突变理论的采空区重叠顶板稳定性强度折减法及应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2010(7): 1424-1434.
Zhao Yanlin, Wu Qihong, Wang Weijun, et al. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010(7): 1424-1434.
- [5] 李卫东. 应用多元统计分析[M]. 北京: 北京大学出版社, 2008: 142-146.
Li Weidong. Applied multivariate statistical analysis[M]. Beijing: Peking University Press, 2008: 142-146.
- [6] 方开泰. 有序样品的一些聚类方法[J]. 应用数学学报, 1982(1): 94-101.
Fang Kaitai. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 1982(1): 94-101.
- [7] 陈远中, 陆宝宏, 张育德, 等. 改进的有序聚类分析法提取时间序列转折点[J]. 水文, 2011(1): 41-44.
Chen Yuanzhong, Lu Baohong, Zhang Yude, et al. Journal of China Hydrology, 2011(1): 41-44.
- [8] 马江洪, 张文修, 梁怡. 挖掘回归类的混合模型的可识别性[J]. 计算机学报, 2003(12): 1652-1659.
Ma Jianghong, Zhang Wenxiu, Liang Yi. Chinese Journal of Computers, 2003(12): 1652-1659.
- [9] 钟伟, 杨宝俊, 张智. 多项式拟合技术在强噪声地震资料中的应用研究[J]. 地球物理学进展, 2006(1): 184-189.
Zhong Wei, Yang Baojun, Zhang Zhi. Progress in Geophysics, 2006(1): 184-189.
- [10] 陈祖煜. 土质边坡稳定分析: 原理·方法·程序[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003: 364-370.
Chen Zuyu. Soil slope stability analysis: Principle method program[M]. Beijing: China Water Power Press, 2003: 364-370.
- [11] 林杭, 曹平, 宫凤强. 位移突变判据中监测点的位置和位移方式分析[J]. 岩土工程学报, 2007(9): 1433-1438.
Lin Hang, Cao Ping, Gong Fengqiang. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007(9): 1433-1438.

(责任编辑 吴晓丽, 许冰)

· 学术动态 ·

芦山地震与三峡工程是否有关

中国地震局地震研究所研究员付辉清认为,修建三峡工程肯定对地质结构有影响,三峡工程作为一个大水库,有可能引起水库地震。但芦山地震是否由三峡工程引起,还需做进一步研究。

中国地震台网中心研究员孙士铨坚定认为,芦山地震与三峡工程没有关系:① 水库地震震源较浅,一般在 3~5km,而芦山地震震源深达 13km;② 水库地震一般不会在地震活跃带,而雅安地震处于龙门山地震带;③ 水库地震的震级一般比较小,目前全球最大的水库地震是 1967 年印度的柯伊娜水库地震,只有 6.7 级 (<http://news.sciencenet.cn/htmlnews/2013/4/277026.shtml>)。