

基于动力系统自记忆原理的软土地基沉降预测

黄仁东¹, 金浩¹, 汪宏²

1. 中南大学资源与安全工程学院, 长沙 410083
2. 中国葛洲坝集团基础工程有限公司, 湖北宜昌 443000

摘要 基于软土地基沉降的过程是一个非线性的动力系统演变过程, 为较为准确地对软土地基的沉降量进行预测, 将“动力系统自记忆原理”引入软土地基沉降预测。采用双向差分原理反导出软土地基沉降的非线性常微分方程, 将其作为微分动力核, 建立软土地基沉降自记忆模型, 并将该模型用于汕汾高速公路软土地基沉降的预测。研究表明, 将自记忆原理引入软土地基沉降的预测中, 提高了预测的精度和适用范围, 为软土地基沉降的预测提供了一种新的方法。

关键词 软土地基沉降; 预测; 自记忆原理; 数据机制模型; 动力系统

中图分类号 X913.3

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2013.09.004

Prediction of Soft Soil Foundations Settlements Based on Self-memorization Principal of Dynamic System

HUANG Rendong¹, JIN Hao¹, WANG Hong²

1. School of Resources & Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China
2. China Gezhouba Group Foundation Engineering Co., Ltd., Yichang 443000, Hubei Province, China

Abstract The foundation settlement is a nonlinear dynamic system development process, and based on the fact, the "self-memorization principle of the dynamic system" is introduced to predict the soft soil foundation settlement accurately. Taking a nonlinear ordinary differential equation derived from the bilateral difference principle as a dynamic kernel, a soft soil foundation settlement based self-memorization model is constructed and applied to the Shanfen Expressway soft foundation settlement prediction. It is shown that with the introduction of the self-memorization principle, the soft soil foundation settlement prediction can be improved in the accuracy and the range of applications, which provides a new way to predict the soft soil foundation settlement.

Keywords soft soil foundation settlement; prediction; self-memorization principle; data-based mechanistic modeling; dynamic system

0 引言

随着穿越软土地基的高速铁路、高速公路等大型工程的日益增多, 选取恰当的预测方法较为准确地计算和预测后期沉降, 对于合理安排施工进度, 指导后期施工, 具有重要的工程实际意义。目前软土地基沉降的预测方法, 大体可分为两类: 一是基于土体固结压缩原理的纯理论计算方法^[1], 将压缩试验中应力与应变关系转换为应力和孔隙比的关系, 再根据压缩曲线进行沉降计算; 二是基于实测沉降资料, 建立各类

分析模型进行预测。研究表明, 利用部分实测的软土地基时间序列数据, 构建各类时序分析模型来预测软土地基的后期沉降变化较为准确可行。目前用于软土地基沉降时间序列预测的方法较多, 主要有曲线拟合法^[2]、灰色模型预测法^[3]、人工神经网络法^[4]和遗传算法^[5]等^[6-8]。实际的软土地基沉降预测应用研究中, 这些方法各有其实用性和优缺点。回归分析法属于静态的数据模型, 不能很好地反应地基受力随时间变化的过程; 灰色预测模型需要数据具有较强的趋势性; 神经网络

收稿日期: 2012-12-10; 修回日期: 2013-02-08

作者简介: 黄仁东, 教授, 研究方向为地下岩土工程灾害探测、安全控制与安全评估技术, 电子信箱: 540248331@qq.com

法要求很大的样本容量,而沉降观测的样本是有限的。因此研究地基沉降建模预测的新方法,对于提高预测精度,准确掌握地基沉降的演化规律和稳定状态,具有重要工程意义。

动力系统自记忆原理是解决非线性系统的一种统计-动力方法。它是从系统的动力模式出发,通过引入包含多个历史观测值的记忆函数,将动力计算与利用历史量测数据估计模型参数结合起来,因而是一种随机与动力相结合的非线性方法,是预测科学中两种不同的认识论与方法论——确定论和随机论的融合在数学上的实现^[9]。该原理已被应用到多个领域:建模、计算和预报,尤其是在大气预报、水文预报方面取得了显著成果,提高了预报的准确率,另外在地下工程围岩位移预测等岩土工程中也有一些应用^[10-13]。软土地基沉降过程不仅受到土体本身形状的控制,而且受地表载荷在地基中产生的附加应力、地基中地下水位的变化、震动等多种因素的影响,使得该过程是一个受多种因素影响的非线性动力系统演变的过程。基于上述分析,本文将动力系统自记忆原理及其预报模式应用到软土地基沉降预测中,提出软土地基沉降预测的自记忆模型,并结合工程实例进行研究。研究表明,本文提出的软土地基沉降自记忆模型具有较高的预测精度和较强的实用性,为软土地基沉降预测提供了一个新方法。

1 动力系统自忆性原理

自1991年提出系统自记忆原理以来,曹鸿兴等^[9,10]对此进行了长期研究,开创了从制约系统的微分方程出发,引入记忆函数而导出差分-积分方程,再进行求解的研究方法,在天气预报、气候预测等方面取得了丰硕的成果。

不失一般性,设非线性动力系统演化的微分方程组为

$$\frac{\partial x}{\partial t} = F(x, \lambda, r, t) \quad (1)$$

其中, x 为变量, λ 为参数, r 为空间, t 为时间。若定义自记忆函数为 $\beta(r, t)$, 只考虑固定在空间点 r_i 上, 则函数 F, β 中可省略 r 。在希尔伯特空间中定义内积运算为

$$(f, g) \equiv \int_a^b f(\xi)g(\xi)d\xi \quad f, g \in L^2 \quad (2)$$

任意时间集合 $T = \{t_p, t_{p+1}, \dots, t_{-1}, t_0, t\}$, 其中 t_p, t_{p+1}, \dots, t_0 为观测的时间; t_0 为预报的初始时间; t 为未来需要预报的时间; p 为回溯阶数; 数据测量时间间隔为 Δt 。引入记忆函数 $\beta(t)$, 将式(2)定义的内积运算运用到式(1), 可得一个积分形式方程

$$\int_{t_0}^t \beta(\tau) \frac{\partial x}{\partial t} d\tau = \int_{t_0}^t \beta(\tau) F(x, \lambda, \tau) d\tau \quad (3)$$

假设所讨论函数和变量都连续、可微、可积, 对式(3)运用分部积分法及微分中值定理进行变换和运算, 可得

$$x_t = \frac{1}{\beta_t} \left[\beta_{-p} x_{-p} + \sum_{i=-p}^0 x_i^m (\beta_{i+1} - \beta_i) + \int_{t-p}^t \beta(\tau) F(x, \lambda, \tau) d\tau \right] \quad (4)$$

式(4)称为自记忆方程, 是一个回溯阶为 p 的差分-积分方

程。式(4)中前两项表示本空间点历史值 $(x_{-p}, x_{-p+1}, \dots, x_1, x_0)$ 对预报值的影响, 称为自忆项; 右式第3项表示源项的影响, 称为他效项, 称自记忆方程中的 F 为动力核。通过引入记忆函数, 将一个微分方程变为一个差分-积分方程并求其解的原理叫做自记忆性原理。

2 基于动力系统自记忆原理的软土地基沉降预测模型

2.1 反演软土地基沉降动力学微分方程

由于影响软土地基沉降的因素众多, 其固结理论和本构模型难以全面综合地考虑各种因素, 目前尚无法用现成的精确方程来描述软土地基沉降演化特性。本文借鉴了一种基于数据的机制模型方法^[9,14], 将量测的沉降数据视为动态非线性方程的一个特解, 利用量测数据反演导出地基沉降的微分方程。尽管作为微分方程特解的量测数据既包含控制因素, 又包含一定的随机因素, 灰色理论等方法可以在一定程度上降低这种随机因素的影响, 但本文基于数据机制的建模方法操作简便, 且随机因素的影响在可接受的范围内, 实用性强。

设描述软土地基沉降的状态变量为 x , 有一组离散软土地基沉降观测数据

$$x = \{x_t\} \quad t = 1, 2, \dots, N$$

一般地, 设变量 x 随时间变化的方程为

$$dx/dt = f(x, x_t^2, \sin t, \cos t, \exp t \dots) \quad (5)$$

按照数据机制的建模理论, 建模时应将数据隐含的物理项置入公式中。由于软土地基沉降没有明显的周期性序列, 且正弦、余弦和指数都可近似地表示为1次项和2次项, 则可确定软土地基沉降的动力学自记忆方程为

$$dx/dt = a_1 x_t + a_2 x_{t-1} + \dots + a_p x_{t-p+1} + b_1 x_t^2 + b_2 x_{t-1}^2 + \dots + b_p x_{t-p+1}^2 \quad (6)$$

式中设回溯阶为 p , 即变量 x 的变化与 $t, t_{-1}, t_{-2}, \dots, t_{-p+1}$ 个时刻的变量值有关; $a_1, a_2, \dots, a_p, b_1, b_2, \dots, b_p$ 是待定系数; x 为连续变量, $x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-p+1}$ 是变量 x 在时刻 $t, t_{-1}, \dots, t_{-p+1}$ 的值。

2.2 确定软土地基沉降动力学微分方程系数

采用双向差分法求软土地基沉降微分方程系数, 假设沉降监测数据等时间间隔采样, 设 $\Delta t = (t+1) - t = 1$, 改写式(6)为差分方程, 即

$$\Delta x = a_1 x_t + a_2 x_{t-1} + \dots + a_p x_{t-p+1} + b_1 x_t^2 + b_2 x_{t-1}^2 + \dots + b_p x_{t-p+1}^2 \quad (7)$$

差分 Δx 可以有向前差分和向后差分, $\varepsilon_{bk}, \varepsilon_{fk}$ 分别为向后差分误差和向前差分误差, 由差分定义可得

$$\varepsilon_{bk} = (x_k - x_{k-1}) - (a_1 x_{k-1} + \dots + a_p x_{k-p} + b_1 x_{k-1}^2 + \dots + b_p x_{k-p}^2) \quad (8)$$

$$\varepsilon_{fk} = (x_{k+1} - x_k) - (a_1 x_k + \dots + a_p x_{k-p+1} + b_1 x_k^2 + \dots + b_p x_{k-p+1}^2) \quad (9)$$

双向差分原则就是使向前差分预报误差与向后差分预报误差的平方和达到最小, 即

$$\varepsilon^2 = \sum_{k=1}^n (\varepsilon_{bk}^2 + \varepsilon_{fk}^2) \rightarrow \min \quad (10)$$

将式(8)、式(9)代入式(10), 然后根据最小二乘原理, 可求出 $2p$ 个待定系数。系数求出后, 取相对方差做判据。式(8)中一次项系数为 a_k , 二次项系数 b_k , 令 $c_k = a_k^2 - b_k^2 (k=1, 2, \dots, n)$ 。

取判据

$$\sigma_k = \frac{c_k^2}{\sum_k c_k^2} \quad (11)$$

当 σ_k 小于一个规定的值 σ_c 时,可以剔除此项,即认为该项在式(8)中起的作用较小。由此确定关于变量 x 的动力学微分方程的项及系数。

2.3 以微分方程为动力核建立软土地基沉降自记忆方程

将所求得的软土地基沉降微分方程(6)作为动力核 F ,代入式(4),用求和替代积分,微分变成差分,简单地用两个时刻的测量值替代中值 x_i^m ,即

$$x_i^m = \frac{1}{2}(x_{i+1} + x_i) \equiv y_i \quad (12)$$

取等距时次测量间隔,令 $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i = 1$ 。将 β_i 和 β_i 合写,可得离散形式的软土地基沉降自记忆方程为

$$x_r = \sum_{i=-p-1}^{-1} \alpha_i y_r + \sum_{i=p}^0 \theta_i F(x, \lambda, i) \quad (13)$$

式中 $\alpha_i = (\beta_{i+1} - \beta_i) / \beta_i$, $\theta_i = \beta_i / \beta_i$ 。因此只要求出 α_i, θ_i 的值,就可用式(13)进行预报。

2.4 确定软土地基沉降自记忆方程系数

若将软土地基沉降动力学微分方程 F 视为系统的输入, x 视为系统的输出,式(13)就变为系统辨识理论中的代表性方程,因此,可以移植系统辨识理论中的方法来求解离散自记忆方程系数 α_i 和 θ_i ,如递推最小二乘法、随即近似、鲁棒松弛法、遗传算法等。本文采用最小二乘法计算自记忆方程系数,具体方法参见文献[9]。

3 软土地基沉降自记忆模型预测步骤

软土地基沉降自记忆方法预测步骤如图 1 所示。

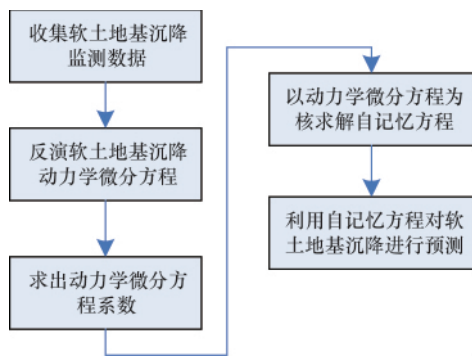


图 1 软土地基沉降自记忆方法预测应用示意框图

Fig. 1 Block diagrams of the application of the prediction based on the soft soil foundation settlement self-memorization method

4 基于自记忆模型的软土地基沉降预测实例分析

为验证本文提出的基于动力系统自记忆原理的软土地

基沉降预测模型的可行性和预测优势,本文选取汕汾高速公路 K16+805 断面沉降^[15]进行建模分析。

4.1 工程概况

汕汾高速公路软基处理第一试验场填土高度 5.4m,地基表面有厚 1m 的硬壳层,下面土层由淤泥质黏土和淤泥等软土与细沙交错沉降而成。软土含水量 $w > 40\%$,孔隙比 $e > 1.0$ 。K16+805 断面采用袋装砂井+土工格栅处理方案,袋装砂井按正三角形布置,直径 7cm,间距 1m,处理深度 18m。本文取 K16+805 断面沉降观测数据进行预测建模分析,观测时间从 1998 年 12 月 1 日至 2000 年 11 月 19 日,历时近 2a。

4.2 软土地基沉降动力学自记忆方程的建立及求解

本文建模分析时,取自观测 20~310d 的沉降观测数据作为建模样本,对应序号为 1~30,预留 320~400d 作为预测样本,用作预测检验,对应序号 31~39。取回溯阶 $p=3$ (采用“试算”的方法,分别取 $p=2, 3, \dots$ 进行建模、预测, $p=3$ 时拟合误差较小),采用双向差分法确定 K16+805 断面地基沉降量 x 随时间变化的方程,反导出软土地基沉降动力学微分方程为

$$\begin{aligned} dx/dt = & 0.3582x_r - 0.5582x_{r-1} + 0.3655x_{r-2} - 0.0003x_r^2 + \\ & 0.0004x_{r-1}^2 - 0.0002x_{r-2}^2 \end{aligned} \quad (14)$$

将上述反导出的地基沉降动力学微分方程的右式作为动力核 F ,则有 $dx/dt = F$ 。据式(6)运用自记忆原理建立 K16+805 断面沉降的动力学自记忆方程,离散化后用最小二乘法求出记忆系数,最终得出 K16+805 断面软土地基沉降离散自记忆方程为

$$\begin{aligned} x_r = & \sum_{i=-4}^{-1} \alpha_i y_r + \sum_{i=3}^0 \theta_i F(x, i) \\ \alpha_{-4} = & 1.7592, \alpha_{-3} = -4.3193, \alpha_{-2} = 0.3474, \alpha_{-1} = 3.2256 \\ \theta_{-3} = & 0.4841, \theta_{-2} = -2.9870, \theta_{-1} = -0.3390, \theta_0 = 2.8699 \end{aligned} \quad (15)$$

用上述建立的软土地基沉降自记忆方程对 20~310d 的沉降数据进行拟合计算,并对预留样本 320~400d 的沉降值进行预测检验得到表 1、表 2、图 2、图 3。自记忆模型拟合计算值(因回溯阶原因,1~6 号没有拟合值)和原始数据^[15]见表 1。图 2 为自记忆模型拟合值与实测值对比曲线。本文以实测沉降数据作为非线性微分方程的特解,求自记忆方程的动力核,为评估实测数据中的随机因素对预测结果的影响,采用灰色理论来求自记忆方程的动力核,计算了灰色自记忆模型的预测值,如表 2 所示。由图 3 所示实测值、本文的自记忆模型预测值以及灰色自记忆模型的预测值对比可知,两种模型的预测精度都较高,且两种自记忆模型的预测精度相差不大,说明实测数据的随机因素对预测结果的影响较小。

4.3 软土地基沉降动力学自记忆方程求解结果分析

(1) 分析汕汾高速公路 K16+805 断面沉降拟合值和预测计算值的结果可知,自记忆方程拟合相对误差为 0.01%~1.15%,平均相对误差为 0.4359%,其中有 20 个样本拟合的相对误差小于 0.8%,占拟合样本总数的 83.3%。模型预测结果相对误差为 0~0.39%,平均相对误差为 0.2%,其中有 4 个样

表 1 汕汾高速公路 K16+805 断面沉降监测数据及拟合值

Table 1 Monitoring data and fitted values of section settlement in Shanfen Expressway K16+805 sections

序号	时间/d	实测值/mm	拟合值/mm	拟合相对误差/%	序号	时间/d	实测值/mm	拟合值/mm	拟合相对误差/%
1	20	423.9			16	170	952.6	951.7737	-0.09
2	30	538.7			17	180	961.6	963.3473	0.18
3	40	579.6			18	190	983.5	972.1565	-1.15
4	50	595.5			19	200	985.5	991.4513	0.60
5	60	639.4			20	210	988.5	992.0495	0.36
6	70	672.3			21	220	995.5	1000.8470	0.54
7	80	710.2	710.0748	-0.02	22	230	999.5	1006.2030	0.67
8	90	739.2	745.9591	0.91	23	240	1006.5	1002.8130	-0.37
9	100	785.0	783.8016	0.15	24	250	1016.5	1013.4050	-0.30
10	110	816.0	816.0565	0.01	25	260	1021.4	1022.3040	0.09
11	120	859.9	850.0541	-1.15	26	270	1025.4	1027.7410	0.23
12	130	886.8	882.7479	-0.46	27	280	1030.4	1034.5160	0.40
13	140	906.7	914.5178	0.86	28	290	1045.4	1038.4270	-0.67
14	150	919.7	923.7205	0.44	29	300	1048.4	1046.4850	-0.18
15	160	944.6	939.7501	-0.51	30	310	1055.4	1054.1520	-0.12

表 2 汕汾高速公路 K16+805 断面沉降实测值及自记忆模型、灰色自记忆模型预测结果

Table 2 Measured values of section settlement of Shanfen Expressway K16+805 sections and their prediction results based on the self-memorization model and the grey self-memorization model

序号	时间/d	实测值/mm	自记忆预测值/mm	自记忆预测相对误差/%	灰色自记忆预测值/mm	灰色自记忆预测相对误差/%
31	320	1059.4	1063.4210	0.38	1049.4	-0.95
32	330	1065.4	1068.3703	0.28	1069.1	0.35
33	340	1070.3	1070.2990	0.10	1070.3	0.00
34	350	1076.3	1076.3006	0.06	1074.2	-0.20
35	360	1081.3	1081.2999	-0.01	1081.2	-0.01
36	370	1087.3	1087.3212	0.00	1085.2	-0.19
37	380	1089.3	1092.4313	0.29	1092.2	-0.27
38	390	1092.3	1095.4313	0.39	1090.4	-0.18
39	400	1096.3	1099.5870	0.30	1094.3	-0.18

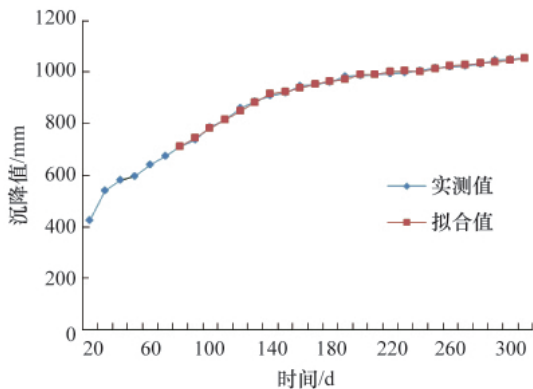


图 2 实测值和自记忆模型拟合值对比图

Fig. 2 Comparison between measured values and fitted values based on the self-memorization model

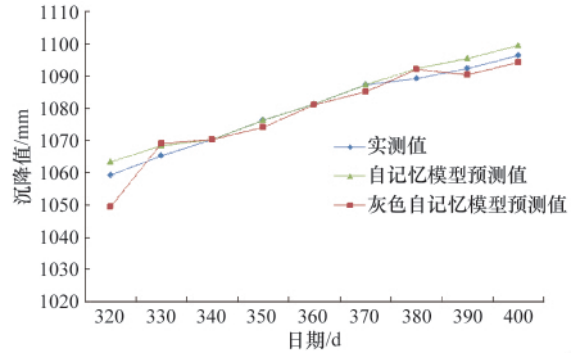


图 3 实测值与自记忆模型以及灰色自记忆模型预测结果比较
Fig. 3 Comparison between measured values and predictive values based on the self-memorization model and the grey self-memorization model

本的相对误差小于或等于 0.1%，占预测样本总数的 45%。从图 2、图 3 沉降实测曲线与拟合曲线、预测曲线的对比可以看出，实测曲线和拟合曲线、预测曲线几乎是重合的。以上分析表明，软土地基沉降自记忆模型对拟合和预测均具有较高的精度，能够很好满足软土地基沉降预测的工程实际需要。

(2) 文献[15]用三点法对 K16+805 断面路基中心沉降值进行了分析预测，结合灰色自记忆模型的预测结果，通过对比可以看出本文的自记忆预测模型拟合和预测的精度较高，而且操作更方便。

5 结论

(1) 本文将软土地基沉降过程视做一个动力系统演变的过程，并将自记忆原理引入软土地基沉降预测中，借鉴数据机制的建模方式，将软土地基沉降观测值作为动态非线性系统的一个特解，反导出软土地基沉降微分方程，并以该微分

方程为动力核建立离散的软土地基沉降自记忆方程,进而构建了软土地基沉降预测自记忆模型。

(2) 将自记忆原理引入软土地基沉降预测中,通过对工程实例计算分析,可以看出该方法具有较高的拟合和预测精度,并能得到一个拟合精度很高的离散自记忆方程。通过离散自记忆方程来计算和预测软土地基的沉降量,预测误差能得到很好的控制,对合理调整施工进度以及控制工程后沉降具有一定的工程实际价值。

(3) 本方法在预测精度和实用性方面具有一定的优势,但记忆长度即回溯阶数的确定是通过试算得到的,如何直接合理地确定回溯阶数,是需要继续研究的问题。

参考文献 (References)

- [1] 张勇, 孔令伟, 孟庆山, 等. 武汉软土固结不排水应力-应变归一化特性分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(9): 1509-1513.
Zhang Yong, Kong Lingwei, Meng Qingshan, et al. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(9): 1509-1513.
- [2] 高燕希, 莫志兵, 魏金胜, 等. 指数曲线法在软土地基沉降预测中的优化与应用[J]. 交通科学与工程, 2011, 27(2): 1-5.
Gao Yanxi, Mo Zhibing, Wei Jinsheng, et al. Journal of Transport Science and Engineering, 2011, 27(2): 1-5.
- [3] 雷学文, 白世伟, 孟庆山. 灰色预测在软土地基沉降分析中的应用[J]. 岩土力学, 2000, 21(2): 145-147.
Lei Xuewen, Bai Shiwei, Meng Qingshan. Rock and Soil Mechanics, 2000, 21(2): 145-147.
- [4] 钟才根, 丁文其, 王茂和. 神经网络模型在高速公路软基沉降预测中的应用[J]. 中国公路学报, 2003, 16(2): 31-34.
Zhong Caigen, Ding Wenqi, Wang Maohe. China Journal of Highway and Transport, 2003, 16(2): 31-34.
- [5] 夏江, 严平, 庄一舟, 等. 基于遗传算法的软土地基沉降预测[J]. 岩土力学, 2004, 25(7): 1131-1134.
Xia Jiang, Yan Ping, Zhuang Yizhou, et al. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(7): 1131-1134.
- [6] 王志亮, 黄景忠, 李永池. 沉降预测中的 Asaoka 法应用研究 [J]. 岩土力学, 2006, 27(11): 2025-2032.

- Wang Zhiliang, Huang Jingzhong, Li Yongchi. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(11): 2025-2032.
- [7] 宋彦辉, 聂德新. 基础沉降预测 Verhulst 模型 [J]. 岩土力学, 2003, 21(4): 123-126.
Song Yanhui, Nie Dexin. Rock and Soil Mechanics, 2003, 21(4): 123-126.
- [8] 朱志铎, 周礼红. 软土路基全过程沉降预测的 Logistic 模型应用研究 [J]. 岩土工程学报, 2009, 31(6): 965-969.
Zhu Zhiduo, Zhou Lihong. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(6): 965-969.
- [9] 曹鸿兴. 动力系统自忆性原理—预报和计算应用[M]. 北京: 地质出版社, 2002.
Cao Hongxing. Memorial dynamics of systems and its applications[M]. Beijing: Geology Press, 2002.
- [10] Feng G L, Cao H X, Gao X Q, et al. Prediction of precipitation during summer monsoon with self-memorial model[J]. Advances in Atmospheric Sciences, 2001, 18(5): 701-709.
- [11] 沈冰, 刘敏, 黄领梅. 灰色自记忆模型及其在新疆和田地下水埋深预测中的应用 [J]. 西北农林科技大学学报: 自然科学版, 2006, 34(11): 223-226.
Shen Bing, Liu Min, Huang Lingmei. Journal of Northwest Sci-Tech University of Northwest Agriculture and Forestry: Natural Science Edition, 2006, 34(11): 223-226.
- [12] 刘湘平, 谢学斌, 黄东, 等. 基于动力系统自忆性原理的地下工程围岩变形预测方法[J]. 煤炭学报, 2010, 35(5): 739-744.
Liu Xiangping, Xie Xuebin, Huang Dong, et al. Journal of China Coal Society, 2010, 35(5): 739-744.
- [13] 黄东, 谢学斌, 黄晓阳, 等. 基于灰色自记忆原理的煤矿瓦斯浓度预测[J]. 科技导报, 2010, 28(17): 58-62.
Huang Dong, Xie Xuebin, Huang Xiaoyang, et al. Science & Technology Review, 2010, 28(17): 58-62.
- [14] Young P. Data-based mechanistic modeling generalized sensitivity and dominant mode analysis [J]. Computer Physics Communication, 1999, 117: 113-129.
- [15] 李磊. 地基沉降预测方法分析[D]. 杭州: 浙江大学, 2004: 38-42.
Li Lei. A research on the methods for predicting foundation settlement [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2004: 38-42.

(责任编辑 齐志红)



《科技导报》“卷首语”栏目征稿

“卷首语”栏目每期邀请一位中国科学院院士和中国工程院院士就重大科技现象、事件,以及学科发展趋势、科学研究热点和前沿问题等,撰文发表个人的见解、意见和评论。本栏目欢迎院士投稿,每篇文章约 2000 字,同时请提供作者学术简历、工作照和签名电子文档。投稿邮箱:kjdbbjb@cast.org.cn。