

# 动脉硬化血管疲劳裂纹扩展与破裂理论与数值分析

李志勇, 裴璇

东南大学生物科学与医学工程学院, 南京 210096

**摘要** 动脉粥样硬化的斑块破裂是中风和心肌梗死的主要原因。斑块破裂与血液和剪切应力存在一定的关系。基于血管是天然的周期性低应力环境, 本文将血管斑块破裂处理成一个疲劳问题, 将血管简化成圆筒, 探讨斑块中的裂纹扩展与疲劳破坏, 并考查血管内外径比、血栓、血压等因素对疲劳寿命的影响。应力强度因子的计算采用经典圆筒内壁单边裂纹的理论公式, 疲劳裂纹扩展利用著名的 Paris 法则, 并利用数值方法求解裂纹扩展过程。研究发现, 在血管内外径比不变时, 内径的大小对疲劳裂纹扩展的影响几乎可以忽略不计; 血栓形成会增加血管壁厚, 降低应力集中, 该单一因素在疲劳意义上反而会有利; 血压对血管疲劳寿命的影响非常大, 成指数次减小或增加。

**关键词** 血管; 血栓; 疲劳; 断裂; 应力强度因子; 圆筒

**中图分类号** TP302

**文献标识码** A

**doi** 10.3981/j.issn.1000-7857.2012.34.004

## Theoretical and Numerical Analyses of Fatigue Crack Growth and Rupture of Diseased Vessel

LI Zhiyong, PEI Xuan

School of Biological Science and Medical Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China

**Abstract** Plaque rupture is a major cause of heart attack. Mechanical factors including blood pressure and shear stress have been found to be related to the rupture risk. The blood vessel is naturally under a periodical and low-level pressure stress state, therefore, the plaque rupture can be treated as a fatigue problem. By simplifying the blood vessel as a cylinder, the crack propagation and the fatigue rupture are investigated. The theoretical solution for an edge crack in a classical cylinder is used to calculate the Stress Intensity Factor (SIF) with the Paris Law being utilized to determine the crack growth rate. The fatigue crack growth is numerically simulated. The various factors that may influence the fatigue life are studied. The results show that when the ratio of the external radius to the internal radius is fixed, the effect of the internal radius on the fatigue crack growth can be neglected; the thrombus with an increase of the wall thickness will reduce the stress concentration, this single factor may have a positive effect to the vascular life from the point view of fatigue; the blood pressure has a great effect on the fatigue life, in an exponential manner.

**Keywords** blood vessel; thrombus; fatigue; fracture; stress intensity factor; cylinder

### 0 引言

动脉粥样硬化斑块破裂和继发血栓形成是急性冠状动脉综合征和脑卒中等血管疾病发生的主要原因。斑块常在没有任何预兆的情况下破裂, 该特点成为防治心脑血管病的主要困难。过去十多年的研究发现, 粥样斑块的稳定性与其组

分、形态结构和斑块受力状况密切相关, 在此基础上逐渐形成了易损斑块 (vulnerable plaque) 的概念<sup>[1]</sup>。易损斑块的早期识别至关重要, 因而一直是研究的热点, 并已取得一些重要研究成果, 但目前为止仍没有可以让大多数人接受的斑块破裂机理解释。

收稿日期: 2012-09-27; 修回日期: 2012-10-22

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973 计划) 项目 (2010CB7326); 江苏省自然科学基金项目 (BK2010405)

作者简介: 李志勇, 教授, 研究方向为生物力学, 电子邮箱: zylcam@gmail.com

Richardson<sup>[3]</sup>和 Naghavi<sup>[3-4]</sup>认为, 斑块破坏的机理不是完全清楚, 通常是一个多因素参与的复杂过程, 生物力学中的应力是导致斑块最终破坏的因素。Rohde<sup>[5]</sup>、Cheng<sup>[6]</sup>、Lee<sup>[7]</sup>等认为, 从结构分析的角度看, 斑块破坏是当斑块不能抵抗血液动力学压力和剪应力时的结构失效过程<sup>[5-7]</sup>。此外, 也有相当多的学者通过数值计算对斑块破坏机理做了大量研究<sup>[8-12]</sup>。

上述研究的基本出发点大体都是将血压和血液剪切力导致的应力集中作为破裂原因, 然而易损斑块破裂是一个过程, 某个时刻危险位置作为过程的危险位置可能不甚合理。心血管系统是一个天然的疲劳环境, 在心率 70 的情况下, 动脉器官在一年内会受到 36792000 次应力循环, 血管的破坏可以看成是一个由循环荷载导致的慢性失效过程, 它是一个症状上休眠但潜在发展的疲劳失效过程, 这些都会导致应力在远低于临界应力的情况下无预兆地破裂。Bank<sup>[13]</sup>、Versluis<sup>[14]</sup>、Stehbens<sup>[15]</sup>等尝试用疲劳解释斑块破裂的过程, 首先提出了斑块疲劳破坏的概念, 随后发展出一个模拟疲劳裂纹扩展的模型以评估动脉的解剖结构, 以及血压对潜在的斑块疲劳过程中裂纹的初始位置、断裂路径及断裂速率的影响<sup>[13-15]</sup>。本文探讨描述含裂纹的血管理论模型并分析斑块破裂的机理。首先基于断裂力学中经典圆筒应力强度因子理论和数值方法模拟血管中裂纹的扩展过程与血管的疲劳寿命, 然后讨论血管内径、外径和内外半径之比以及血压对血管疲劳寿命的影响。

## 1 理论与方法

本文基于经典圆筒应力强度因子理论和数值方法, 采用 Paris 公式和数值积分计算裂纹扩展, 从力学角度模拟血管的疲劳寿命。

### 1.1 圆筒的应力强度因子

1972 年, Bowie 和 Freese<sup>[16]</sup>采用修正的区域映射法数值求解圆筒的强度因子。本文采用该文献的结果, 利用插值方法求得任意壁厚系数的应力强度值。

该公式形式上采用对无限大介质单边裂纹公式的修正形式。首先, 圆筒在受均匀内压情况下内腔周边的拉应力可以表示为

$$\sigma_{\theta} = \frac{2pw^2}{w^2-1} \quad (1)$$

式中,  $w=r_2/r_1$  为外径内径之比,  $r_1, r_2$  分别为血管的内外半径,  $p$  为圆筒的内部压力。若裂纹非常小, 可根据无限大介质的单边裂纹公式得到应力强度因子  $K_I=1.12\sigma_{\theta}\sqrt{\pi a}$ , 其中  $a$  为裂纹长度。对于有限长度裂纹, 文献[16]将上式修正为

$$K_I = \beta \cdot 1.12 \frac{2pw^2}{w^2-1} \sqrt{\pi a} = \beta(a, w) \frac{2.24pw^2\sqrt{\pi a}}{w^2-1} \quad (2)$$

$\beta$  值可以从该文献给出的数据插值得到,  $w$  在 1.25—2.5 范围内都满足精度。

对于  $w < 1.25$  的薄壁情形, 可以认为壁厚度内应力均匀分布, 此时可采用无限长度、有限宽度介质的单边裂纹公式为<sup>[17]</sup>

$$K_I = \beta \left( \frac{a}{t} \right) \frac{2pr_1}{t} \sqrt{\pi a} \quad (3)$$

式中,  $t=r_2-r_1$  为血管厚度,  $\beta \left( \frac{a}{t} \right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( 1.19 - 0.41 \frac{a}{t} + 18.7 \frac{a^2}{t^2} - 38.48 \frac{a^3}{t^3} + 53.85 \frac{a^4}{t^4} \right)$ ,  $a/t \leq 0.6$ 。

### 1.2 裂纹扩展公式

采用断裂力学中经典的 Paris 公式确定疲劳裂纹扩展率。由于裂纹尖端存在应力奇异性, 本文采用应力强度因子 (Stress Intensity Factor, SIF) 而不是应力集中因子 (Stress Concentration Factor, SCF) 描述裂纹尖端区应力场特性。Paris 发现, 疲劳裂纹扩展率和 SIF 在一个应力循环内的变化有关<sup>[18]</sup>, 这种关系是

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^{\alpha} \quad (4)$$

式中,  $N$  为循环次数,  $C$  和  $\alpha$  为材料常数,  $\Delta K$  为在一个应力循环内应力强度因子的改变量。由于血管数据的疲劳裂纹扩展公式的参数还没有确切资料, 与文献[14]类似, 本文对结果进行归一化比较, 这里取  $C=1, \alpha=3$ 。

### 1.3 裂纹扩展的计算

$\Delta K$  在整个裂纹扩展过程中一直在改变, 于是

$$\frac{da}{C \Delta K^{\alpha}(a, w)} = dN \quad (5)$$

对于确定的裂纹宽度, 可以计算出循环次数

$$N(a) = \int_{a_0}^a \frac{da}{C \Delta K^{\alpha}(a, w)} \quad (6)$$

其中,  $a_0$  为初始裂纹长度。本文采用数值方法计算上述积分。

## 2 计算结果与分析

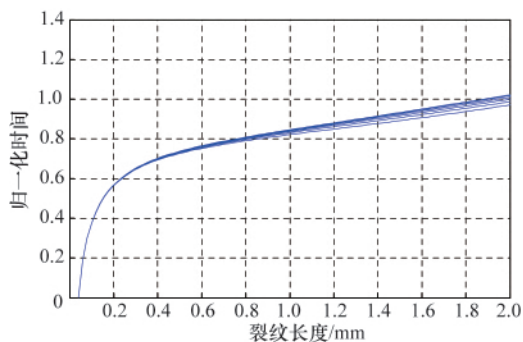
血管的疲劳材料参数  $C$  的值目前还没有实验结果, 本文取 1.0。由于本文做的是对比研究,  $C$  的取值大小不影响疲劳寿命的比例关系, 所有本文以一个血管的典型值作为基准, 在这个基准的基础上进行变动, 该基准的几何参数为血管内径  $r_1=1.5\text{cm}$ , 外径  $r_2=1.9\text{cm}$ , 血压差  $\Delta P=40\text{mmHg}$ , 初始裂纹长度  $a_0=0.02\text{mm}$ , 失效裂纹长度  $a_f=2\text{mm}$ 。以上几何数据除了在下面所描述的变动量之外, 其他均保持固定。

### 2.1 厚度比不变时血管内径变化对疲劳寿命的影响

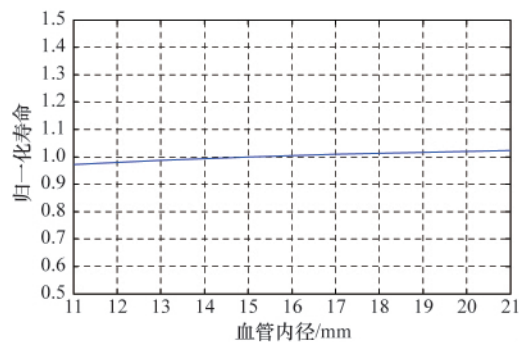
保持外内径比  $w=r_2/r_1=1.9/1.5$  不变,  $r_1$  的变化范围是 1.1—2.1cm, 考查内径变化对血管寿命的影响, 如图 1 所示。可以看出, 血管内径虽然有变动, 但是在比例不变的情况下, 血管疲劳寿命的变化随着内径的增加略有增加, 但是幅度可以忽略不计; 在内径变化范围很大的情况下 (接近 2 倍), 疲劳寿命的变化只有不到 5%。

### 2.2 外径不变时壁厚变化对寿命的影响

考查血管壁增厚对疲劳寿命的影响。考虑到临床中心栓最多可能导致血管腔面积仅剩余 30%, 这里保持  $r_2=1.9\text{cm}$  不



(a) 裂纹长度的时间曲线  
(a) Crack length versus the normalized time



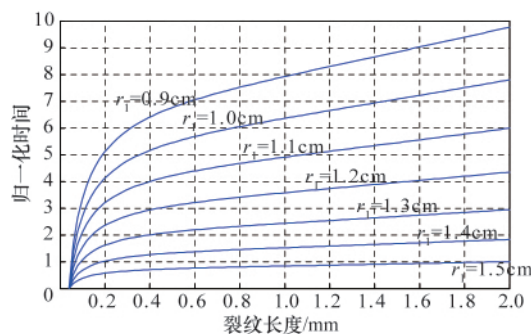
(b) 血管内径与寿命的关系  
(b) Inner radius versus the normalized fatigue life

图 1 外径/内径比不变时血管内径变化对疲劳寿命的影响

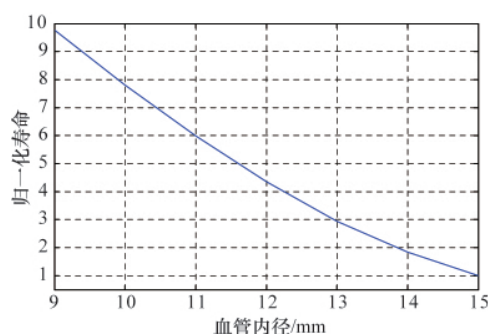
Fig. 1 Influence of inner radius on fatigue life when outer/inner radius ratio is fixed

变,使内径从 0.9cm 变化到 1.5cm,计算血管壁增厚对疲劳寿命的影响,如图 2 所示。可以看出,随着内径的增加疲劳寿命会增加,而且内径减少 60%的情况下,疲劳寿命可以增加近

10 倍。这是因为内径增加使得内壁应力集中下降,从而裂纹强度因子显著减小,寿命增加。这说明血栓本身的单一因素在力学上对血管的寿命是有利的。



(a) 裂纹长度的时间曲线  
(a) Crack length versus the normalized time



(b) 血管内径与寿命的关系  
(b) Inner radius versus the normalized fatigue life

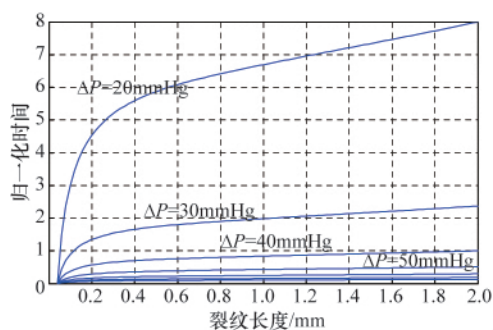
图 2 外径不变时内径变化对疲劳寿命的影响

Fig. 2 Influence of inner radius on fatigue life when outer radius is fixed

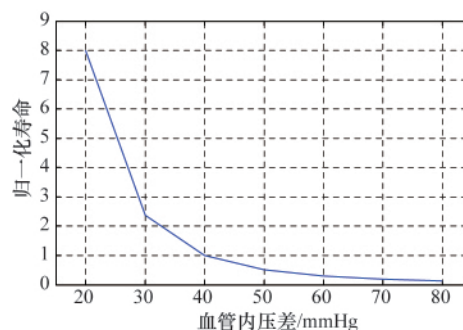
### 2.3 血压的增加对疲劳寿命的影响

考查血压增加对寿命的影响。考虑压差  $\Delta P$  在 20—

80mmHg(约 2.7—10.7kPa)之间变化,计算结果如图 3 所示。可以看出,血压对血管疲劳寿命的影响非常大,几乎成指数



(a) 裂纹长度的时间曲线  
(a) Crack length versus the normalized time



(b) 血压差与寿命的关系  
(b) Blood pressure versus the normalized fatigue life

图 3 血压变化对疲劳寿命的影响

Fig. 3 Influence of blood pressure on fatigue life

次增长。当血压差增加 2 倍时,寿命减少到 1/8。该结果其实也证实了 Paris 公式中的指数  $\alpha=3$ 。考虑到实际临床中,血栓堵塞严重的普遍性程度远小于高血压,因而血压在血管疲劳寿命中扮演着关键作用。

## 2.4 复合影响

血液循环系统具有自我调节功能,各个因素不是单一变化的,所以需要利用血管动力学方法对影响血管疲劳的因素进行复合分析。这里只从局部的血栓效应来考查,粗略认为血液为无黏性流体。

根据质量守恒公式

$$vA=C_1 \quad (7)$$

与伯努利方程

$$z+\frac{P}{\rho g}+\frac{v^2}{2g}=C_2 \quad (8)$$

可以知道,血栓部位血管面积  $A$  减小会导致血液流速  $v$  增加,因而血压  $P$  反而会下降,因此局部来说,血栓反而对血管的疲劳寿命是有利的。其中,  $v$ 、 $A$ 、 $z$ 、 $P$ 、 $\rho$ 、 $g$  分别为血液流速、内腔面积、高度、血压、血液密度、重力加速度;  $C_1$ 、 $C_2$  为常数。

因为忽略了血管的整体动力学,上述过程为一个局部性的分析。血栓危害的真正机理在于由于内壁半径减少,导致血液不流通,同时增加血管壁与血液之间的黏性,因而心脏会自动调节增加动力,进而使得主动脉血压显著增加,间接导致寿命的降低。由于血栓跟血管材料不同,并且血栓内部的裂纹扩展只要超过了血栓纤维帽的厚度,脂质池破裂会导致血管阻塞,因而失效裂纹长度  $a_i$  实际上不应当是基准大小,这些因素都值得考虑。

## 3 结论

本文利用断裂力学最基本的模型考查血管内外径比、血栓、血压等因素对血管疲劳的影响,得到以下结论。

(1) 在血管内外径之比不变的情况下,即使内径变化非常大,血管疲劳寿命的变化也只有不到 5%。

(2) 血栓形成会增加壁厚,单一因素本身反而会降低应力集中,因而增加疲劳寿命。

(3) 血压对血管疲劳寿命的影响非常大,并成指数次减小或增加。

本文目前只探讨了二维模型,裂纹问题本质上是三维的,未来将进一步分析三维裂纹扩展,以及对血液的整体动力学进一步分析其连锁效应。

### 参考文献 (References)

- [1] Li Z Y, Howarth S P, Tang T, *et al.* How critical is fibrous cap thickness to carotid plaque stability: A flow-plaque interaction model [J]. *Stroke*, 2006, 37(5): 1195-1199.
- [2] Richardson P D. Biomechanics of plaque rupture: Progress, problems, and new frontiers[J]. *Ann Biomed Eng*, 2002, 30(4): 524-536.
- [3] Naghavi M, Libby P, Falk E, *et al.* From vulnerable plaque to vulnerable

patient: A call for new definitions and risk assessment strategies: Part II [J]. *Circulation*, 2003, 108(15): 1772-1778.

- [4] Naghavi M, Libby P, Falk E, *et al.* From vulnerable plaque to vulnerable patient: a call for new definitions and risk assessment strategies: Part I [J]. *Circulation*, 2003, 108(14): 1664-1672.
- [5] Rohde L E, Lee R T. Pathophysiology of atherosclerotic plaque development and rupture: An overview [J]. *Semin Vasc Med*, 2003, 3 (4): 347-354.
- [6] Cheng G C, Loree H M, Kamm R D, *et al.* Distribution of circumferential stress in ruptured and stable atherosclerotic lesions: A structural analysis with histopathological correlation [J]. *Circulation*, 1993, 87 (4): 1179-1187.
- [7] Lee R T. Atherosclerotic lesion mechanics versus biology [J]. *Z Kardiol*, 2000, 89(S2): 80-84.
- [8] Loree H M, Kamm R D, Stringfellow R G, *et al.* Effects of fibrous cap thickness on peak circumferential stress in model atherosclerotic vessels [J]. *Circulation Research*, 1992, 71(4): 850-858.
- [9] Lee R T, Loree H M, Cheng G C, *et al.* Computational structural analysis based on intravascular ultrasound imaging before *in vitro* angioplasty: Prediction of plaque fracture locations [J]. *Journal of the American College of Cardiology*, 1993, 21(3): 777-782.
- [10] Huang H, Virmani R, Younis H, *et al.* The impact of calcification on the biomechanical stability of atherosclerotic plaques [J]. *Circulation*, 2001, 103(8): 1051-1056.
- [11] Tang D, Yang C, Zheng J, *et al.* 3D MRI-based multicomponent FSI models for atherosclerotic plaques [J]. *Ann Biomed Eng*, 2004, 32(7): 947-960.
- [12] Imoto K, Hiro T, Fujii T, *et al.* Longitudinal structural determinants of atherosclerotic plaque vulnerability: A computational analysis of stress distribution using vessel models and three-dimensional intravascular ultrasound imaging[J]. *J Am Coll Cardiol*, 2005, 46(8): 1507-1515.
- [13] Bank A J, Versluis A, Dodge S M, *et al.* Atherosclerotic plaque rupture: A fatigue process[J]. *Med Hypotheses*, 2000, 55(6): 480-484.
- [14] Versluis A, Bank A J, Douglas W H. Fatigue and plaque rupture in myocardial infarction[J]. *J Biomech*, 2006, 39(2): 339-347.
- [15] Stehens W E. The fatigue hypothesis of plaque rupture and atherosclerosis[J]. *Med Hypotheses*, 2002, 58(4): 359-360.
- [16] Bowie O L, Freese C E. Elastic analysis for a radial crack in a circular ring[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1972, 4(2): 315-321.
- [17] Tada H, Paris P C, Irwin G R. The stress analysis of cracks handbook [M]. 3rd ed. New York: ASME Press, 2000.
- [18] 陆毅中. 工程断裂力学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1987. Lu Yizhong. Engineering fracture mechanics [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 1987.
- [19] Kobayashi A S, Emery A F, Love W, *et al.* Inner and outer cracks in internally pressurized cylinders [J]. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 1977, 99(1): 83-89.
- [20] Raju I S, Newman J C, Jr. Stress-intensity factors for internal and external surface cracks in cylindrical vessels [J]. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 1982, 104(4): 37-49.

(责任编辑 马宇红,朱宇)