

# 圆柱形空腔多孔材料辐射效应研究

陈富利

中国轻型燃气轮机开发中心, 北京 100028

**摘要** 多孔材料具有孔隙率高、密度小和比表面积大等特征,在消声、减震、隔热和电磁屏蔽等应用方面具备多种优异性能。由于其在气孔中存在低热导率的空气介质,可以用作绝热材料。与其他相应材料相比,它具有耐高温和强度高的优点,已被广泛应用于航空航天、原子能和交通运输等行业。本文研究了热辐射效应对圆柱形空腔多孔材料传热性能的影响,推导了多孔材料局部有效热导率的方便工程应用的封闭公式。与已有理论结果比较,给出了本文公式的精度。数值算例揭示了孔洞对于热传输的有意义的影响规律。多孔材料的局部有效热导率可以分为两部分:一部分由固相和气相的纯传导引起,无量纲化的传导热导率不依赖于温度和孔径;另一部分由热辐射引起,随温度和孔径的变化而剧烈变化。在温度较低和孔径较小的情形下,辐射影响可以忽略不计。

**关键词** 多孔材料;圆柱形空腔;热辐射;有效热导率

**中图分类号** TB330.1

**文献标识码** A

**doi** 10.3981/j.issn.1000-7857.2012.32.010

## Radiation Effect of Porous Materials with Cylindrical Cavities

CHEN Fuli

China Light Gas-Turbine Development Center, Beijing 100028, China

**Abstract** Porous materials possess superior mechanical and thermal performances, and have been widely used in aeronautics, astronautics, atomic energy, transportation etc industries. The effect of the radiation for the heat transfer property of the porous materials with the cylindrical cavities is studied. The micromechanics methods, ie dilute, self-consistent and Mori-Tanaka methods, are extended to predict the effective thermal conductivity of porous materials accounting for the radiation effect at high temperature. The compact closed form formula of the local effective thermal conductivity is derived, which is very convenient for engineering application. A comparison with available theoretical predictions is made to demonstrate the accuracy of the present formula. The dilute and self-consistent methods give unreasonable predictions for the relative high porosity. The Mori-Tanaka predicts reasonable solutions. Numerical examples reveal a lot of interesting interaction phenomena of pores on heat transfer. It is seen that the local effective thermal conductivity divides into two parts: one attributes to conduction and the dimensionless conductivity by pure conduction is independent of temperature and pore size, whereas the other is due to thermal radiation in the pores and strongly depends on temperature and pore size, which is negligible at low temperature and in the case of small pores.

**Keywords** porous materials; cylindrical cavity; thermal radiation; effective thermal conductivity

### 0 引言

多孔材料拥有许多优异的力学和热学性能,例如轻质、高比强、高比模、强韧性、高能量吸收及良好的隔热性能等,已被广泛应用于航空、航天、原子能和交通运输等行业<sup>[1-2]</sup>。

有效热导率是非均匀材料(含多孔材料)的重要性能之一,其研究最早可追溯到1873年Maxwell<sup>[3]</sup>的工作。一般来说,Maxwell法没有考虑夹杂(含孔洞)间的相互作用,因此适用于夹杂(含孔洞)体积分数不高的情形。1935年,Bruggeman<sup>[4]</sup>研

究复合材料的热传导时最早提了自洽法,该方法过高地估计了夹杂(含孔洞)间的相互作用。在夹杂的体积分数较大时,自洽法估计并不十分准确。1957年,Eshelby<sup>[5]</sup>发展了等效夹杂理论,该方法仅适用于夹杂(孔洞)体积分数较低的情形。1986年,Hatta和Taya<sup>[6]</sup>求解了热传导问题的Eshelby张量,从而将传统的细观力学模型成功推广应用到热传导问题。上述研究更多地适用于预测非均匀材料的力学性能或热传导性能,不适用多孔材料复杂的传热方式。

收稿日期:2012-08-30;修回日期:2012-09-24

作者简介:陈富利,博士,研究方向为复合材料细观力学、传热学,电子信箱:fl.chen@126.com

热在多孔材料中的传输有 3 种传输方式:固相和气相中的热传导、孔中的热辐射和孔中气相的热对流传输方式。这些传输方式通常是相互耦合的,适当简化和忽略一些次要因素是十分必要的。对于大多数实际情况,材料在低温下并且孔径较小时热辐射可以忽略<sup>[7]</sup>。然而随着温度升高、孔径变大,热辐射的贡献会变得越来越重要。对于考虑辐射影响的多孔材料有效热导率的研究比较少见。例如,1999 年 Liang 和 Qu<sup>[8]</sup>在假设孔周期排列,温度沿热流方向呈线性分布的基础上,研究了多孔材料的有效热导率。2006 年, Liu 和 Zhang<sup>[9]</sup>利用均匀化方法在仅考虑热传导的情形下得到了温度分布,并利用此温度计算辐射效应。

本文采用与其他学者相同的两点假设<sup>[8-9]</sup>:(1) 当气孔大部分或全部封闭时,对流传热可以忽略不计;(2) 当考虑热辐射时,孔的表面看做黑体,而孔中的气体看做透明的。并且推广细观力学模型(如稀疏法、自洽法和 Mori-Tanaka 法<sup>[10]</sup>);在远场施加温度梯度边界条件下,求解了代表性单元内固相和气相的热传导及孔中热辐射这两部分构成的热流密度;推导出了各种模型在考虑热辐射时该类材料局部有效热导率的方便工程应用的封闭公式。

### 1 模型与公式

假设多孔材料受远场均匀温度梯度  $H_0$  作用,则根据均匀化理论,多孔材料内的平均热流密度和平均温度梯度为

$$\langle q \rangle = \langle q \rangle_1 \lambda + \langle q \rangle_2 (1 - \lambda) \quad (1)$$

$$\langle H \rangle = \langle H \rangle_1 \lambda + \langle H \rangle_2 (1 - \lambda) \quad (2)$$

其中,  $q, H$  分别为热流密度和温度梯度;  $\langle \cdot \rangle$  为取域内平均值;下标 1, 2 分别为气相和固相;  $\lambda$  为孔隙率。当气孔大部分或全部封闭时,对流传热可以忽略,则孔内的平均热流密度可以分解为传导热流密度和辐射热流密度两部分:

$$\langle q \rangle_i = \langle q \rangle_i^c + \langle q \rangle_i^r \quad (3)$$

将式(3)代入方程(1)得到:

$$\begin{aligned} \langle q \rangle &= (\langle q \rangle_1^c + \langle q \rangle_1^r) \lambda + \langle q \rangle_2 (1 - \lambda) \\ &= \langle q \rangle_1^c \lambda + \langle q \rangle_2 (1 - \lambda) + \langle q \rangle_1^r \lambda \end{aligned} \quad (4)$$

其中,上标 c 和 r 分别为热传导部分和热辐射部分。由于远场的温度梯度是确定的,因此在考虑辐射效应时,代表性单元内的温度梯度仍然可以用式(2)近似表示。

多孔材料的有效热导率  $k_e$  定义为

$$k_e = - \frac{\langle q \rangle}{\langle H \rangle} \quad (5)$$

式中下标 e 为多孔材料。将方程(4)和(2)代入式(5)后得到

$$k_e = - \frac{\langle q \rangle_1^c \lambda + \langle q \rangle_2 (1 - \lambda) + \langle q \rangle_1^r \lambda}{\langle H \rangle_1 \lambda + \langle H \rangle_2 (1 - \lambda)} = k_e^c + k_e^r \quad (6)$$

其中,

$$k_e^c = - \frac{\langle q \rangle_1^c \lambda + \langle q \rangle_2 (1 - \lambda)}{\langle H \rangle_1 \lambda + \langle H \rangle_2 (1 - \lambda)} \quad (7)$$

$$k_e^r = - \frac{\langle q \rangle_1^r \lambda}{\langle H \rangle_1 \lambda + \langle H \rangle_2 (1 - \lambda)} \quad (8)$$

从式(6)~(8)可以看出,多孔材料的有效热导率也可以直接分解为传导热导率  $k_e^c$  和辐射热导率  $k_e^r$  两部分。

### 2 仅考虑传导时的细观力学模型求解

仅考虑传导时代表性单元内平均热流密度满足关系

$$\langle q \rangle = \langle q \rangle_1 \lambda + \langle q \rangle_2 (1 - \lambda) = -\lambda k_1 \langle H \rangle_1 - (1 - \lambda) k_2 \langle H \rangle_2 \quad (9)$$

将式(2)代入(9)并消去  $\langle H \rangle_2$  后,得到

$$\langle q \rangle = -\lambda k_1 \langle H \rangle_1 - k_2 (\langle H \rangle - \lambda \langle H \rangle_1) = -k_2 [\langle H \rangle - \lambda (k_1 - k_2) \langle H \rangle_1] \quad (10)$$

利用温度梯度集中系数概念,孔内平均温度梯度可以用多孔材料的平均温度梯度表示:

$$\langle H \rangle_1 = M^o \langle H \rangle \quad (11)$$

将式(10)和(11)代入式(5),有

$$k_e^c = k_m + \lambda (k_i - k_m) M^o \quad (12)$$

其中,  $M^o$  为温度梯度集中系数。对于稀疏法,  $M^{di}$  的表达式为

$$M^{di} = \frac{k_2}{k_2 + S(k_1 - k_2)} \quad (13)$$

其中,  $S$  为热传导时的 Eshelby 分量<sup>[6]</sup>,对于圆柱,  $S$  取值 1/2。

对于自洽法,  $M^{sc}$  的表达式为

$$M^{sc} = \frac{k_e}{k_e + S(k_1 - k_e)} \quad (14)$$

对于 Mori-Tanaka 法,  $M^{MT}$  可以由稀疏法的  $M^{di}$  表示为

$$M^{MT} = \frac{M^{di}}{1 - \lambda + \lambda M^{di}} \quad (15)$$

值得注意的是,将式(15)代入方程(12)后, Mori-Tanaka 法给出的圆柱形多孔材料的传导热导率  $k_e^c$  为

$$k_e^c = k_2 + \lambda (k_1 - k_2) \frac{M^{di}}{1 - \lambda + \lambda M^{di}} = k_2 \frac{k_1 + k_2 + \lambda (k_1 - k_2)}{k_1 + k_2 - \lambda (k_1 - k_2)} \quad (16)$$

此式与广义自洽模型给出的结果完全相同。

### 3 圆柱形孔洞问题的辐射热导率

图 1 为半径  $R$  的圆柱形孔的横截面示意图,截面  $A_s$  将圆孔分截为上下两部分。假设温度在孔洞内的分布形式为

$$T = B r \sin \varphi + T_0 \quad (17)$$

其中,  $B$  为待定系数,  $T_0$  为孔中点温度。沿圆孔表面的温度分布  $T_\varphi$  为

$$T_\varphi = B R \sin \varphi + T_0 \quad (18)$$

圆周  $A$  上各点与截面  $A_s$  间的角系数为<sup>[8]</sup>

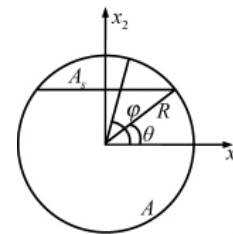


图 1 圆柱形孔洞横截面示意

Fig. 1 Scheme of the cylindrical cavity cross-section

$$\begin{cases} F_{d\varphi-A}^1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right) \left(\sin\frac{\varphi}{2} + \cos\frac{\varphi}{2}\right) & \varphi \in [\theta, \pi - \theta] \\ F_{d\varphi-A}^2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right) \left(\sin\frac{\varphi}{2} - \cos\frac{\varphi}{2}\right) & \varphi \in [\pi - \theta, 2\pi + \theta] \end{cases} \quad (19)$$

则根据净辐射原理, 流过截面  $A_s$  的热量可以表达为

$$\begin{aligned} Q_{r(\theta)} &= \int_{\theta}^{\pi-\theta} \sigma T_{\varphi}^4 F_{d\varphi-A}^1 R d\varphi - \int_{\pi-\theta}^{2\pi+\theta} \sigma T_{\varphi}^4 F_{d\varphi-A}^2 R d\varphi \\ &= \sigma R \left[ \int_{\theta}^{\pi-\theta} T_{\varphi}^4 F_{d\varphi-A}^1 d\varphi - \int_{\pi-\theta}^{2\pi+\theta} T_{\varphi}^4 F_{d\varphi-A}^2 d\varphi \right] \end{aligned} \quad (20)$$

其中,  $\sigma$  为斯蒂芬-玻尔兹曼常数。

将式(18)代入式(20)后, 得到

$$\begin{aligned} Q_{r(\theta)} &= \frac{8}{315} \sigma B R^2 \cos\theta [6T_0(57B^2R^2 + 70T_0^3) + \\ &\quad B R [-54BRT_0 \cos 2\theta + (47B^2R^2 + 252T_0^3) \sin\theta - 5B^2R^2 \sin 3\theta]] \end{aligned} \quad (21)$$

因此, 圆柱形孔内的平均辐射热流密度为

$$\begin{aligned} \langle q \rangle_{\text{cyl}}^r &= \frac{1}{A} \int_R^{-R} Q_{r(\theta)} dx_2 = -\frac{1}{\pi R^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Q_{r(\theta)} R \cos\theta d\theta \\ &= -\frac{1}{\pi R} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Q_{r(\theta)} \cos\theta d\theta = -4\sigma B^3 R^3 T_0 - \frac{16}{3} \sigma B R T_0^3 \end{aligned} \quad (22)$$

又根据式(17), 可以得到孔洞内的平均温度梯度

$$\langle H \rangle_1 = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{\partial T}{\partial x_2} r dr d\varphi = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_0^R B r dr d\varphi = B \quad (23)$$

结合方程(11)得到

$$B = M^0 \langle H \rangle \quad (24)$$

将上式代入式(22), 孔内平均热流密度  $\langle q \rangle_{\text{cyl}}^r$  可以表达为

$$\langle q \rangle_{\text{cyl}}^r = -4\sigma M^3 \langle H \rangle^3 R^3 T_0 - \frac{16}{3} \sigma M^0 \langle H \rangle R T_0^3 \quad (25)$$

将上式代入辐射热导率的表达式(8)并考虑到式(2), 得到

$$k_c^i = \frac{16}{3} \lambda \sigma M^0 R T_0^3 + 4\lambda \sigma M^3 \langle H \rangle^2 R^3 T_0 \quad (26)$$

观察式(26)可以发现, 第2项  $4\lambda \sigma M^3 \langle H \rangle^2 R^3 T_0$  远小于第1项  $\frac{16}{3} \lambda \sigma M^0 R T_0^3$ , 于是式(26)可以进一步写为

$$k_c^i = \frac{16}{3} \lambda \sigma M^0 R T_0^3 \quad (27)$$

## 4 数值算例

### 4.1 细观力学模型结果比较

表1列出了氧化铝和空气在不同温度下的热导率<sup>[1]</sup>。

图2给出了孔半径0.5mm, 温度473K和1073K时无量纲有效热导率  $k_e/k_m$  随孔隙率的变化, 其中  $k_m = k_2$ 。

从图2中可以看出, 无论温度是在473K还是1073K时, 当孔隙率大于一定值后, 稀疏法和自洽法给出的预测结果趋于零, 这显然是不合理的; Mori-Tanaka法(或广义自洽法)的预测结果则比较合理。无量纲有效热导率  $k_e/k_m$  随孔隙率的增加而迅速减小。对于固定的孔半径和孔隙率的多孔材料而

言, 温度越高无量纲有效热导率越大。

表1 不同温度下氧化铝和空气热导率  
Table 1 Aluminum oxide and the air thermal conductivities with different temperatures

温度 $T/K$	473	673	873	1073
氧化铝 $k_2/(W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1})$	21.16	12.54	8.36	6.79
空气 $k_1/(W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1})$	0.03873	0.05091	0.06153	0.07178

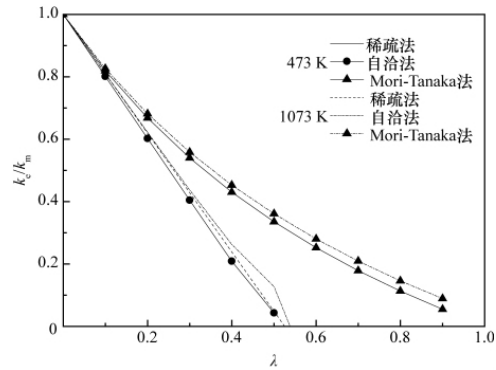


图2 孔洞半径  $R=0.5\text{mm}$  时  $k_e/k_m$  随孔隙率  $\lambda$  的变化曲线  
Fig. 2 Variation curves of the  $k_e/k_m$  vs  $\lambda$  at  $R=0.5\text{mm}$

### 4.2 辐射热导率

利用 Mori-Tanaka 法的预测公式, 图3给出了孔半径  $R=10\text{mm}$ , 温度  $T_0=1073\text{K}$  时, 辐射热导率随孔隙率的变化曲线。可以看出, 辐射热导率  $k_c^i$  随孔隙率的增大而增大, 当孔隙率较大时, 辐射热导率的值较大, 此时考虑多孔材料的传热时, 辐射效应是不能忽略的。

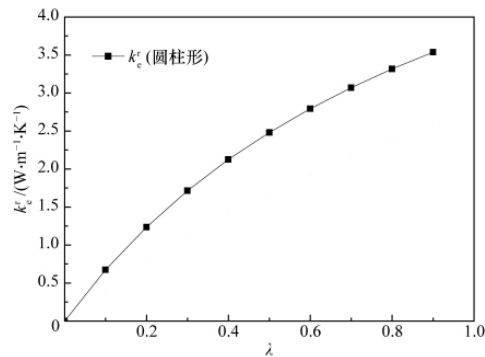


图3  $R=10\text{mm}$  且  $T_0=1073\text{K}$  时的辐射热导率计算结果  
Fig. 3 Radiative conductivity at  $R=10\text{mm}$  and  $T_0=1073\text{K}$

### 4.3 孔隙率对有效辐射热导率的影响

为了进一步清楚地观察辐射效应, 定义无量纲量  $k_c^i/k_e$  为有效辐射热导率。当孔半径取  $10\text{mm}$  时, 图4给出了不同温度下  $k_c^i/k_e$  随孔隙率  $\lambda$  的变化曲线。图5给出了温度  $T_0=1073\text{K}$  时, 对于几个不同的半径取值,  $k_c^i/k_e$  随  $\lambda$  的变化曲线。从图4和图5可以看出, 温度和孔的半径对有效辐射热导率  $k_c^i/k_e$  的影响很大。固定孔的半径,  $\lambda$  相同时, 温度越高有效辐射热导率  $k_c^i/k_e$  越大。同样, 在温度和孔隙率相同时, 孔的半径越大有

效辐射热导率  $k'_e/k_e$  也越大。

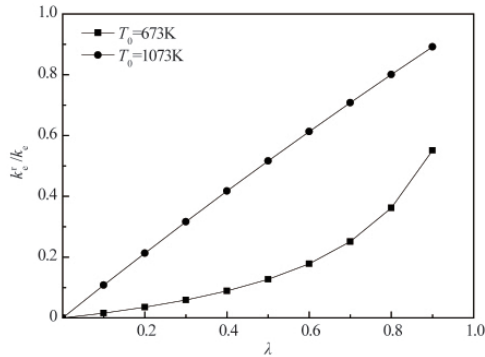


图4  $R=10\text{mm}$  时  $k'_e/k_e$  随  $\lambda$  变化曲线

Fig. 4 Variation curves of the  $k'_e/k_e$  vs  $\lambda$  at  $R=10\text{mm}$

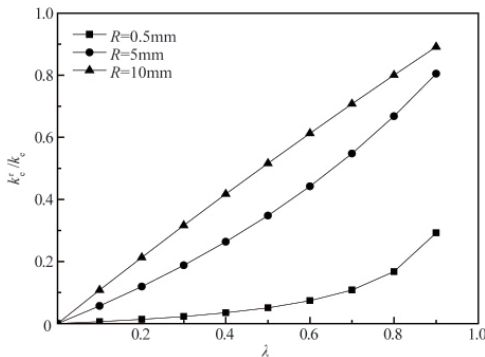


图5 温度  $T_0=1073\text{K}$  时  $k'_e/k_e$  随  $\lambda$  变化曲线

Fig. 5 Variation curves of the  $k'_e/k_e$  vs  $\lambda$  at  $T_0=1073\text{K}$

#### 4.4 孔径对有效辐射热导率的影响

众所周知,只考虑纯传导时,细观力学方法预测的多孔材料有效热导率与温度、孔径无关。但在考虑辐射效应后,多孔材料有效热导率是强烈依赖于温度和孔径的。

当固定材料的孔隙率  $\lambda=0.5$  后,图6给出了有效辐射热导率  $k'_e/k_e$  随孔半径的变化曲线。

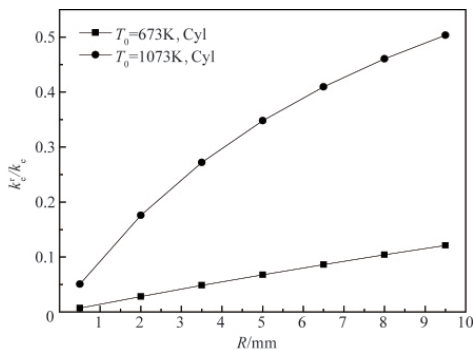


图6  $\lambda=0.5$  时有效辐射热导率随孔半径的变化

Fig. 6 Variations of  $k'_e/k_e$  vs.  $R$  at  $\lambda=0.5$

从图6中可以看出,固定材料的孔隙率为0.5后,温度较低时(673K),即使孔的半径增大至10mm,有效辐射热导率也非常小(约0.1)。但是当温度较高时(1073K),随着孔半径的增大,有效辐射热导率将变得很大(在孔半径10mm时,有效

辐射热导率达到0.5以上)。因此温度较高,孔径较大时,多孔材料内的辐射热传输变得非常重要,是不能轻易忽略的。

## 5 结论

本文推广细观力学模型,用于预测考虑辐射效应的圆柱形空腔多孔材料的有效热导率,给出了简便的方便工程应用的计算公式。一般情况下,对流传热的影响是可以忽略的,此时多孔材料的有效热导率可以分解为传导热导率和辐射热导率两部分。温度较低,孔径较小时,辐射贡献所占的比重不大,可以直接利用传导热导率预测多孔材料的有效热导率。但有效辐射热导率随温度和孔径的变化非常剧烈,当孔径较大,温度较高时,有效辐射热导率也非常大,此时热辐射效应是不能忽略的。

## 参考文献 (References)

- [1] 杨亚政, 杨嘉陵, 曾涛, 等. 轻质多孔材料研究进展[J]. 力学季刊, 2007, 28(4): 503-516.  
Yang Yazheng, Yang Jialing, Zeng Tao, et al. Chinese Quarterly of Mechanics, 2007, 28(4): 503-516.
- [2] Zhao S Y, Zhang B M, Du S Y. Effects of contact resistance on heat transfer behaviors of fibrous insulation[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2009, 22(5): 569-574.
- [3] Maxwell J C. Treatise on electricity and magnetism[M]. Oxford: Clarendon Press, 1873.
- [4] Bruggeman D A G. Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen: I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen [J]. Annalen der Physik, 1935, 416(7): 636-664.
- [5] Eshelby J D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems [J]. Proceedings of the Royal Society of London, 1957, A241(1226): 376-396.
- [6] Hatta H, Taya M. Equivalent inclusion method for steady state heat conduction in composites[J]. International Journal of Engineering Science, 1986, 24(7): 1159-1172.
- [7] Zhu Q, Zhang F W, Zhang Y, et al. A novel approach for the effective thermal conductivity of porous ceramics [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2006, 19(S1): S244-S247.
- [8] Liang X G, Qu W. Effective thermal conductivity of gas-solid composite materials and the temperature difference effect at high temperature[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1999, 42(10): 1885-1893.
- [9] Liu S T, Zhang Y C. Multi-scale analysis method for thermal conductivity of porous material with radiation [J]. Multidiscipline Modeling in Materials and Structures, 2006, 2(3): 327-344.
- [10] 秦庆华, 杨庆生. 非均匀材料多场耦合行为的宏细观理论 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.  
Qin Qinghua, Yang Qingsheng. Macro-micro theory on multifield coupling behavior of heterogeneous materials [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [11] Francl J, Kingery W D. Thermal conductivity: IX, Experimental investigation of effect porosity on thermal conductivity[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1954, 37(2): 99-107.

(责任编辑 朱宇)