

# 基于实时小波的光纤陀螺阈值滤波

汤霞清,程旭维,张环,徐赞

装甲兵工程学院控制工程系,北京 100072

**摘要** 为补偿姿态测量系统中光纤陀螺(Fiber Optic Gyroscope, FOG)的误差,根据光纤陀螺的静、动态误差在时频域上的分布,介绍了小波滤波的一般理论和方法,分析并比较了阈值和阈值函数的选取;采用数据滑动窗的方法实现了递推运算和实时的数据更新,对窗内数据进行周期对称延拓解决滤波信号的边界问题。仿真实验验证了实时小波阈值滤波在光纤陀螺信号处理中的可行性,得出了不同小波基函数的选取对滤波效果的影响,并验证了采用软硬阈值结合方法实时滤波的优越性,该实时滤波方法不仅提高了陀螺输出的稳定性和使用精度,且对光纤陀螺信号处理具有参考价值。

**关键词** 光纤陀螺;阈值;小波滤波;实时滤波

**中图分类号** TP274

**文献标识码** A

**doi** 10.3981/j.issn.1000-7857.2012.17.007

## Threshold Filtering for Fiber Optic Gyroscope Based on Real-time Wavelet

TANG Xiaqing, CHENG Xuwei, ZHANG Huan, XU Zan

Department of Control Engineering, Academy of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China

**Abstract** In order to compensate for the errors of Fiber Optic Gyroscope (FOG) in an attitude measurement system, according to dynamic and static error distributions of FOG in the time and frequency domains, the basic methods of wavelet, analyses are introduced and how to select threshold and threshold function is compared. The algorithm for real-time wavelet threshold filtering with moving window is adopted to de-noise output signals of FOG. Experimental results show the feasibility of the real time wavelet threshold method in FOG signals de-noising. The real-time wavelet de-noising algorithm with combination of soft and hard thresholds has the advantages over single algorithm, the algorithm is able to not only improve the precision and stability of the FOG, but also provide reference value for dealing with the FOG signals.

**Keywords** fiber optic gyroscope; threshold; wavelet filter; real-time filter

### 0 引言

以光纤陀螺为核心的姿态测量系统凭借体积小、质量轻、可靠性高、成本低等优点,正逐步得到广泛应用,成为未来惯性技术的发展趋势。恶劣的动力学环境振动、冲击以及机动等因素使得光纤陀螺输出产生额外的多种噪声,包括高频噪声、随机噪声和白噪声等。通过研究这些非平稳噪声可知,随机漂移受环境因素影响表现出时变与弱非线性,很难建立其准确理想的数学模型<sup>[1]</sup>。因此,从抑制噪声和工程应用的角度出发,采取适当的实时滤波算法对陀螺输出进行滤波消噪,可以提高姿态测量系统精度,具有重要的研究意义。

传统的光纤陀螺信号滤波方法包括数字滤波器通过低通滤波器对噪声进行抑制,但有用信号的高频部分和由噪声引起的高频干扰无法严格区分,且低通滤波器过窄,会造成

有用信号严重损失;而低通滤波器过宽会造成滤波效果差。基于回归或自回归滑动平均模型的 Kalman 滤波方法是针对平稳信号提出的,而光纤陀螺输出信号是非平稳的,需要首先进行信号平稳化,才能利用这种方法进行滤波<sup>[2]</sup>。小波分析是近年来信号处理领域的一个研究热点,具有广泛的函数适应性和最优的自适应滤波能力。由于小波分析方法具有时间窗和频率窗都可以改变的时频局部化特点,因此以其时频多分辨分析的优良特性特别适宜于分析和处理非平稳信号。在信号处理领域,小波分析方法降噪已得到广泛应用。本文以车载光纤陀螺为研究对象,通过对姿态测量系统中的光纤陀螺信号特征进行分析,在满足实时性的要求下,设计和实现了一种适用于光纤陀螺姿态测量系统的实时小波阈值滤波算法。

收稿日期:2012-04-10;修回日期:2012-05-30

作者简介:汤霞清,教授,研究方向为惯性测量和导航技术,电子信箱:tangxiaqing001@126.com

### 1 光纤陀螺输出信号特点

光纤陀螺作为姿态测量系统的角速度传感器,其输出信号除包括作用在 FOG 的外加角速度信息外,还包括了地球自转角速度信息和各种噪声<sup>[3]</sup>。因此,在静基座条件下,当 FOG 测量轴垂直于水平面时,其输出的数学模型为

$$\omega(t) = \omega_e \sin L + \varepsilon(t)$$

其中,  $\omega_e$  为地球自转角速率;  $L$  为当地纬度;  $\varepsilon(t)$  为陀螺漂移,其又可以分解为常值分量、周期分量和白噪声,即  $\varepsilon(t) = \varepsilon_d + \Omega_d \sin(2\pi f_d t + \theta_0) + W(t)$ ;  $\varepsilon_d$  为常值零偏,即当输入角速率为零时,陀螺仪的输出常量,以规定时间内测得的输出量平均值相应的等效输入角速率表示,短时间内可视为一个常数;  $\Omega_d$ 、 $f_d$ 、 $\theta_0$  分别为周期分量的幅值、频率和初始相位;  $W(t)$  为陀螺噪声。

选取光纤陀螺原始输出数据,在滤波处理之前对陀螺仪输出的信号作频谱分析<sup>[4]</sup>,得到沿测量轴光纤陀螺输出信号的频谱和功率谱曲线如图 1 所示。

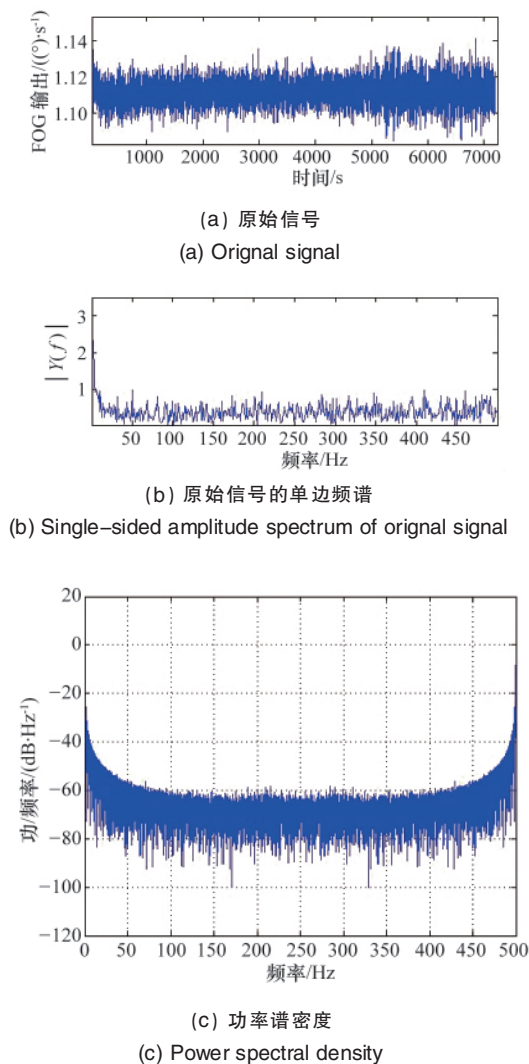


图 1 光纤陀螺输出信号的频谱和功率谱

Fig. 1 Frequency spectrum and power spectrum density of fiber optic gyroscope output

从图 1 中可以看到,在光纤陀螺输出信号中,在静基座条件下,有用信号主要集中在 0Hz 附近的低频段,而影响系统精度的噪声干扰均匀分布在中间过渡段和高频段。

### 2 小波去噪算法

小波去噪的目的是在输出信号中提取有用的信号同时去掉干扰信号,即在小波域内将信号的小波变换和噪声的小波变换有效分离。从严格意义上讲,小波去噪不是平滑(smoothing),即去除高频部分而保留低频部分,而是去噪(denoising),即不管信号的频率范围如何,都要试图去除所有噪声,保留有用信号。

目前小波去噪的方法有 3 种:波变换模极大值去噪法、空域相关去噪法和阈值去噪法。其中阈值去噪法是将含有噪声系列的信号在某尺度上作小波变换,将该尺度的小波系数设定一个门限值,大于该门限值的系数保留下来,而小于该门限值的系数设置为零(或收缩)。阈值去噪法以其算法简单、计算量小,且可以获得很好的去噪效果等特点,在实际的信号处理中得到广泛应用。小波阈值去噪的具体步骤如下。

#### 2.1 对原始信号进行小波分解

考虑到影响光纤陀螺信号的噪声主要表现为由载体机动或环境因素引起的中高频噪声的特点,再综合考量滤波效果和程序运行时间,在众的小波基函数中,选择具有正交性和紧支撑性的 Harr 小波和 Daubechies 小波。这两种小波的小波变换及逆变换都可以用矩阵形式的线性正交变换简洁地解释,适合于实时系统的在线滤波编程<sup>[5]</sup>。由于 Harr 小波只有一阶消失矩,线性函数和二次函数在小波基上的投影为零,当选定某一阈值后,这一部分值就有可能小于阈值而被置零,信号损失就会增大,因此本文选择具有二阶消失矩的 Daubechies 小波,以减少信号损失。

理论上小波的分解尺度越高,表征信号局部特点的能力就越强,但是计算量就会越大,计算时间也将延长,无法达到实时滤波的效果。因此,综合考虑降噪性能和计算量以及实时性问题,在确定小波分解尺度时,采用仿真和试验的方法来确定。权衡比较,在满足系统实时运行的需求下选择 db2 小波基进行 4 尺度分解。

#### 2.2 阈值选取

##### (1) 原始信号确定各级阈值

采用 VisuShrink 阈值选取准则:计算公式为  $\lambda = \sigma \sqrt{2 \ln(N)}$ , 式中  $\sigma$  为噪声信号的标准差,  $N$  为信号的长度。由于其计算量小、处理简单,因此被广泛用于小波实时滤波算法。考虑到光纤陀螺信号的特点,小波域中表示信号的小波系数都不大,阈值公式所确定的阈值也应该偏小;同时,为了保证良好的去噪效果而又不失去信号的细节信息,选取一个适当的收缩因子,修正后的阈值可表示为:  $\lambda_{new} = \lambda(-1 + \frac{1}{K})$ , 其中,  $\lambda_{new}$  为经阈值修正后的阈值,  $K$  为分解尺度,  $\lambda$  为通用阈值公式所确定的阈值。

## (2) 阈值函数选取

对小波系数进行阈值的选择是影响阈值去噪效果的一个关键因素。目前,常用的阈值处理方法有硬阈值(Hard Threshold)和软阈值(Soft Threshold)两种。

$$\text{硬阈值法: } \hat{d}_{j,k} = \begin{cases} d_{j,k} & |d_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |d_{j,k}| < \lambda \end{cases}$$

$$\text{软阈值法: } \hat{d}_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(d_{j,k})(|d_{j,k}| - \lambda) & |d_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |d_{j,k}| < \lambda \end{cases}$$

选用硬阈值处理时将较小的小波系数置零,保留较大的小波系数,由于在  $d_{j,k}=\lambda$  处不连续,容易造成去噪后的信号在奇异点附近出现明显的 Pseudo-Gibos 现象,且结果具有较大方差,重构信号易产生振荡;选用软阈值处理时,将较小的小波系数置零,而将较大的小波系数作收缩处理,这样可以有效避免间断,使得重建的信号比较光滑,但由于对所有大于阈值的信号做了收缩,使得滤波结果有较大的偏差。

针对硬阈值函数、软阈值函数的缺陷,发现比较合理的阈值函数需满足:① 输入输出曲线连续,处理结果要相对平滑,以减少振铃、Pseudo-Gibos 现象;② 表示信号的小波系数基本保持不变,较好地保留信号的边缘细节<sup>[6]</sup>。为此根据实际信号去噪的要求,设计并使用一种改进的阈值函数—软硬阈值折中法:由于实际环境中信号的噪声标准方差是未知的,一般采用估计方法选取阈值,即通用的估计噪声标准方差<sup>[7]</sup>, $\hat{\sigma} = \frac{\text{median}(|d_{j,k}|)}{0.6745}$ ,median()表示中值,运用本文设计的阈值选取准则,将阈值函数改写为

$$\hat{d}_{j,k} = \begin{cases} \text{sign}(d_{j,k})(|d_{j,k}| - \lambda / \exp(m \cdot d_{j,k}^n)) & |d_{j,k}| \geq \lambda \\ 0 & |d_{j,k}| < \lambda \end{cases}$$

实际运用中,选择  $m=36, n=4$ <sup>[8]</sup>,可以看到该阈值函数不仅保留了硬阈值函数的优良特性,且具备了软阈值函数的连续性,改善了在  $d_{j,k}=\lambda$  处不连续的特点。

## 2.3 利用小波变换重构信号

根据小波分解的最低层次低频系数和各高频系数进行重构,求出滤波后的信号值。

## 3 实时滤波的实现

为满足对光纤陀螺采集数据的实时处理,采用基于递推滑动窗的小波变换快速算法<sup>[9]</sup>,处理边界问题时对滑动窗口内的数据采用边界值重复的对称周期延拓方法,以避免边界处理带来的高频噪声。其实时滤波算法步骤如下。

(1)  $k$  时刻光纤陀螺输出信号为  $x(i)$ 。当  $k \geq 2^{j_0}$  时,  $a(i) = x(i), i=1, 2, \dots, k$ 。由于初始阶段,数据量较少,可以选取较小的  $j_0$ ,例如取 4,即滤波的窗口宽度为  $k=2^{j_0}=16$ ,当滤波序列  $x(i)$  取到第  $i=2^{j_0+1}$  时,实时小波滤波的窗口宽度扩展为  $2^{j_0+1}$ ,更新窗口宽度,对输出数据进行处理,完成滤波器的赋初值以及少量数据处理。当数据长度增加到  $k=2^7=128$  时,窗口的宽

度固定。

当  $k \geq 2^{j_0}$  时,

$$a(i) = \begin{cases} x(k-L+i) & i=1, 2, \dots, L \\ x(k+L+i) & i=L, L+1, L+2, \dots, 2L \end{cases}$$

即先对数据序列进行对称周期延拓,得到一个长度为  $2^{j_0+1}$  的数据序列。

(2) 对已获得的  $a(i)$  进行快速离散二进小波分析(Mallat 分析),选择 Daubechies 小波基和分解尺度 4,得到各层小波分解系数。

(3) 运用本文设计的阈值和阈值函数选取阈值,进行去噪处理。

(4) 选择相同的小波基和分解尺度进行信号重构,得到去噪后的数据序列  $s$ 。

(5) 仅把  $s(k)$  作为  $k=2^{j_0}$  时刻的实时值输出。在  $k=2^{j_0+1}$  时刻,取最新得到的  $2^{j_0}$  个采样值,即  $a(2), a(3), \dots, a(k)$ ,进行对称周期延拓后去噪,取  $s(k+1)$  作为  $2^{j_0+1}$  时刻的输出。依此类推,用一个宽度固定(初始阶段宽度变化)的滑动窗口实现滤波。

## 4 实验仿真及结果分析

将某型号 FOG 安装在转台上,进行连续旋转测试,得到了光纤陀螺 FOG 实测输出信号,采样点数为 1000。对采样信号进行滤波处理,分别采用 db3, db2, db1 小波基进行测试,分解尺度选为 4;阈值准则和阈值函数采用本文设计的方法;在线滤波算法实现中,设定  $j=7$ ,即滑动窗口宽度固定值设为 256;原始信号和在线滤波后信号如表 1、图 2 所示。

从结果看,实时小波阈值滤波方法有效抑制了光纤陀螺输出的动态误差和随机误差,滤波后数据更稳定、更平滑,滤波准确性和离线滤波相当,滤波后信号不仅真实地反映了信号的趋势和边界,而且对陀螺在机动时受干扰所产生的突跳有一定的抑制效果。db2 的滤波结果更接近于离线滤波结果,但具有较大的方差;而 db1 和 db3 滤波结果虽有偏差,但方差较小。总之,由于在滤波处理中充分考虑了如何选取合理的分解尺度以及阈值和阈值函数,所以小波滤波器的实时性得到了保证,满足了实时处理的需求,提高了陀螺输出精度。

表 1 原始信号和滤波结果

Table 1 Original signal and filtering results

信号	均值/( $^{\circ}$ )·h <sup>-1</sup>	方差/( $^{\circ}$ )·h <sup>-1/2</sup>	
原始信号	1.1116753	0.0070	
离线滤波	1.1116753	0.0018	
在线滤波	db1	1.1116816	0.0019
	db2	1.1116785	0.0027
	db3	1.1116874	0.0022

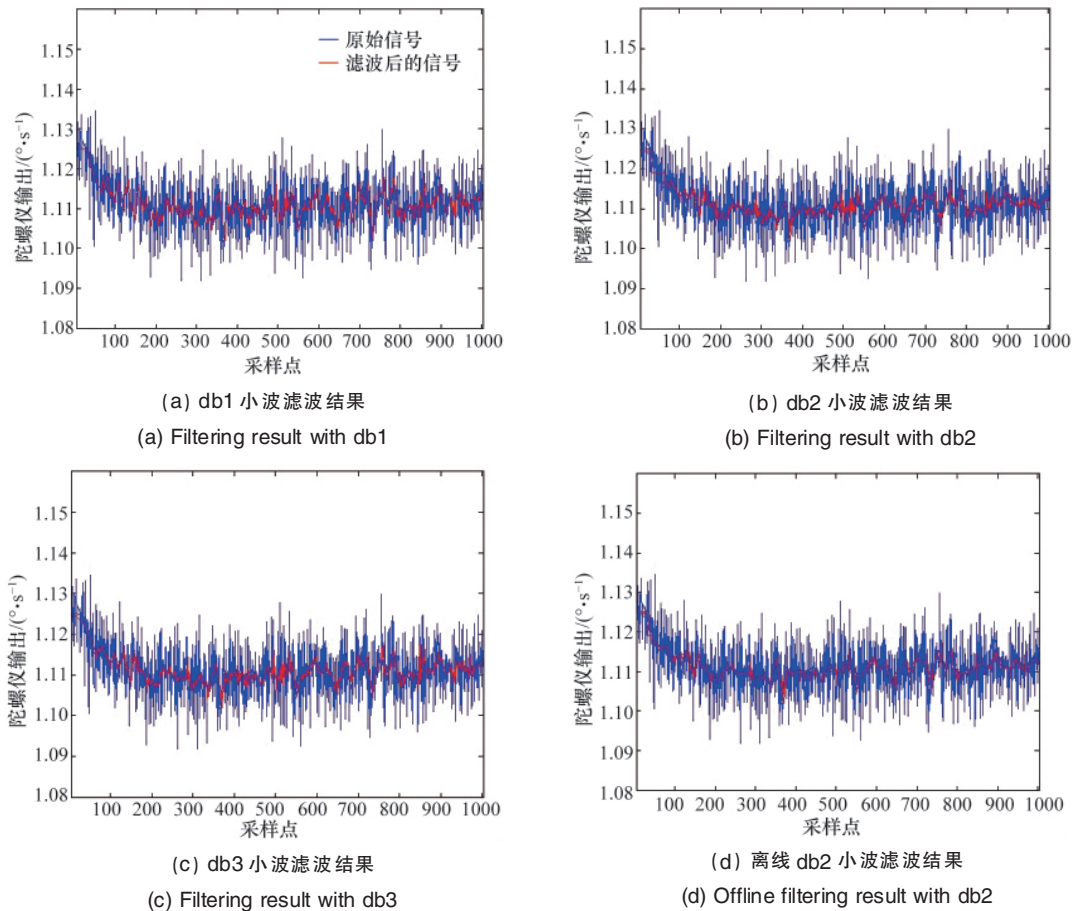


图2 不同小波基实时滤波结果和离线滤波结果对比

Fig. 2 Comparing of real-time filtering results by using different wavelet bases with offline wavelet filtering result

## 5 结论

通过对姿态测量系统中光纤陀螺输出信号的时频域以及功率谱分析,在选择小波基、阈值选取准则、阈值函数时都紧密结合信号特点和实时性需求,不仅使所设计的实时滤波算法针对性更强,去噪效果更好,而且通过数据滑动窗的方法实现了递推运算和实时的数据更新,并通过数据窗内数据进行周期对称延拓的方式解决了滤波信号的边界问题。实验结果证明小波阈值滤波算法在光纤陀螺的实时滤波中具有可行性,且具有成本低、可靠性高等优点。本文方法不仅很好地解决了工程实际应用中面临的问题,拓展了小波滤波的应用,而且为其他传感器输出信号的实时滤波器设计 and 应用提供了一定的参考。

### 参考文献 (References)

- [1] 胡永胜, 富立, 范耀祖. 小波滤波在惯性测量组合误差补偿中的应用[J]. 电光与控制, 2007, 14(6): 153-154.  
HU Yongsheng, Fu Li, Fan Yaozu. *Electronics Optics & Control*, 2007, 14(6): 153-154.
- [2] 李家全, 许化龙, 何婧. 光纤陀螺信号的小波包去噪及改进[J]. 光学学报, 2010, 30(8): 2224-2228.  
Li Jialei, Xu Hualong, He Jing. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(8): 2224-2228.
- [3] 刘颖, 李言, 徐金涛. 一种多算法融合的实时滤波在光纤陀螺中的应用[J]. 光子学报, 2010, 9(6): 1116-1119.  
Liu Ying, Li Yan, Xu Jintao. *Acta Photonica Sinica*, 2010, 9(6): 1116-1119.
- [4] 刘辉, 赵忠, 程耀强. 光纤陀螺组合的信号频谱分析与滤波技术研究[J]. 压电与声光, 2008, 30(3): 268-271.  
Liu Hui, Zhao Zhong, Cheng Yaoqiang. *Piezoelectrics & Acousto-optics*, 2008, 30(3): 268-271.
- [5] 宋丽君, 秦永元, 杨鹏翔. 小波阈值去噪法在MEMS陀螺仪信号降噪中的应用[J]. 测试技术学报, 2009, 23(1): 33-36.  
Song Lijun, Qin Yongyuan, Yang Pengxiang. *Journal of Test and Measurement Technology*, 2009, 23(1): 33-36.
- [6] 杨恢先, 王绪四, 谢鹏鹏, 等. 改进阈值与尺度间相关的小波红外图像去噪[J]. 自动化学报, 2011, 37(10): 1167-1173.  
Yang Huixian, Wang Xusi, Xie Pengpeng, et al. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(10): 1167-1173.
- [7] 张德丰. Matlab小波分析[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009.  
Zhang Defeng. *Matlab wavelet analysis* [M]. Beijing: Machinery Industry Press, 2009.
- [8] 晏昌平, 汤霞清, 张环, 等. 小波分析在光纤陀螺抑制高频噪声中的应用[C]. Proceedings of the 2010 Chinese Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC2010), 上海, 中国, 2010年10月16-18日.  
Yan Changpin, Tang Xiaqing, Zhang Huan, et al. Application of wavelet analysis method in eliminating high frequency noise of fiber optic gyro [C]. Proceedings of the 2010 Chinese Guidance, Navigation and Control Conference, Shanghai, China, October 16-18, 2010.
- [9] 蒋东方, 陈明. 一种实时小波降噪算法[J]. 仪器仪表学报, 2004, 25(6): 781-783.  
Jiang Dongfang, Chen Ming. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2004, 25(6): 781-783.

(责任编辑 马宇红, 代丽)