

基于有限元折减强度法与极限平衡法结合的岩质边坡稳定性分析

陈建宏, 钟福生, 杨珊

中南大学资源与安全工程学院, 长沙 410083

摘要 基于露天矿岩质边坡的稳定性分析及边坡角优化的需要, 提出采用有限元折减强度法与极限平衡法相结合的方法对露天岩质边坡进行稳定分析, 并对算例中的最终边坡角进行了优化。该方法首先利用有限元折减强度法计算出边坡内部塑性区, 并假定塑性区为边坡潜在的滑动面, 从而能够确定滑动面的倾角范围。此后再以此滑动面倾角范围为分析起点, 结合极限平衡理论计算出在不同边坡角下的边坡安全系数。通过绘制安全系数随边坡角的变化曲线, 即可找出满足安全阈值的最优边坡角。最后, 采用该方法对兰伯特角铁矿中部矿区上盘边坡角进行了优化, 证明了该方法的可行性。

关键词 岩质边坡; 有限元强度折减法; 极限平衡分析; 安全系数

中图分类号 TU457

文献标识码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2012.11.004

Rock Slope Stability Analysis Based on Strength Reduction of Finite Element Method and Limit Equilibrium Method

CHEN Jianhong, ZHONG Fusheng, YANG Shan

School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China

Abstract A hybrid methodology combining strength reduction of Finite Element Method(FEM) with limit equilibrium theory is presented to evaluate rock slope stability by considering the demand for slope stability analysis and slope angle optimization of an open-pit, and it is applied to a case study for optimizing slope angle. The methodology uses the strength reduction of FEM to identify the plastic area in slope preliminary, which is supposed to be the most likely sliding surface. Thus the range of sliding surface inclination could be regularized. And then by taking this sliding surface as a start point of analysis, the limit equilibrium theory is used to calculate safety factors under different slope angles. By plotting the curve of safety factors with respect to different slope angles, the optimal inclination of a slope which is met to safety threshold could be determined. Finally, the upper slope located in the central part of open-pit iron mine, Cape of Lambert is presented to demonstrate this methodology. Results show that this approach is effective to deal with the analysis of rock slope stability.

Keywords rock slope; strength reduction of finite element method; limit equilibrium theory; safety factor

0 引言

在露天矿开采过程中, 边坡的稳定性是整个矿山开采过程中的核心问题, 而合理边坡角的选取则是解决该问题的关键, 它不仅影响到矿山建成后的经济效益, 还直接影响到开采过程中作业人员和设备的安全^[1]。目前, 露天边坡角的选取通常是在经验类比法的基础上, 根据矿石品位、剥采比、开采深度等确定, 结果往往偏于保守。另一方面, 边坡角的优化大多采用矿业软件^[2-4]或自行设计的算法^[5]在计算机上实现露天

境界的可视化圈定, 这种方法更多考虑的是经济因素带来的影响, 很少将边坡稳定性分析结合在一起考虑。

笔者认为, 边坡角优化应当在保证边坡安全稳定的前提下, 逐步提高边坡角, 直到边坡安全系数值刚好满足事先设置的安全阈值为止。至于如何保证边坡的安全稳定性要求, 则属于边坡稳定性分析的范畴, 也有不同的分析方法。

边坡稳定性分析主要方法有极限平衡法和有限元法。前者将滑动体视作刚体, 根据作用于岩土体中潜在破坏面上的

收稿日期: 2012-02-25; 修回日期: 2012-03-23

基金项目: 国家自然科学基金项目(50774092); 国家自然科学基金青年科学基金项目(51104178); 全国优秀博士学位论文专项资金项目(200449);

湖南省博士生科研创新项目(CX2010B046)

作者简介: 陈建宏, 教授, 研究方向为数字矿山、矿业经济研究, 电子邮箱: cjh@263.net

抗剪力与剪切力之比,求该块体的安全系数^[6]。但它的运用需先了解滑动面的位置和形状,而岩体完整性良好、岩石坚硬致密的边坡的滑动面位置是难以预知的,这就限制了极限平衡法在完整性较好的岩质边坡中的应用。有限元法考虑边坡岩土体变形对边坡稳定性的影响,能够分析边坡破坏的发展过程,但这类数值方法难以给出一个意义明确的安全系数^[7],限制了其在工程中的应用。因而本文提出采用有限元分析与极限平衡分析相结合的方法对露天岩质边坡进行稳定性分析及边坡角优化:首先利用有限元强度折减法计算出边坡潜在滑动面的位置;再运用极限平衡分析法计算出不同边坡角度下的安全系数,作为确定安全稳定的边坡角的依据。

1 利用有限元强度折减法搜索滑动面倾角范围

在边坡稳定分析中,滑动面的位置和形状常常根据钻孔勘察和工程经验而定^[8],特别是对于岩质边坡而言,其破坏模式通常取决于岩体中的结构面产状和力学特性。对于无明显控制性结构面的岩质边坡而言,难以判断边坡可能出现的破坏模式,仅通过地质勘查也难以判断潜在滑动面位置。

为此,有学者提出采用有限元计算出岩体开挖后的塑性区,将此塑性区作为边坡失稳的潜在滑动面的方法,并在工程实践中进行了尝试^[9-10]。赵尚毅等^[8]采用有限元强度折减法,针对一个复杂滑坡算例,准确搜索出低于设定安全系数的所有滑动面;陈明晓^[11]同样采用有限元强度折减法对某个处于挤压变形阶段的滑坡进行了分析,并用物探的面波等速度彩色剖面图合成技术查明滑动带,证明有限元计算的滑动面位置和实测结果相吻合。

本文采用有限元强度折减法对边坡按一次开挖步骤进行解算,找出开挖后边坡内部形成的塑性区,并测量它的倾角范围。具体步骤如下。

(1) 设置最终边坡面倾角 ψ_f 的下限值 ψ_f^{\min} 和上限值 ψ_f^{\max} ;其中, ψ_f^{\max} 通常根据剥采比,结合经验类比法确定; ψ_f^{\min} 为露天矿边坡角的极限值(通常情况下不大于 60°)。

(2) 令 $\psi_f = \psi_f^{\min}$,对边坡进行建模、加载;选用合理的黏聚力和摩擦角作为岩体的初始强度参数,利用有限元强度折减法对边坡进行弹塑性有限元求解,找出折减后的塑性区。将塑性区近视处理成平直的滑动面,测量滑动面的倾角范围集 $\{\psi_p^1\}$ 。

(3) 设置折减迭代步距 $\Delta\psi_f$,令 $\psi_f^j = \psi_f^{\min} + (j-1) \cdot \Delta\psi_f$,其中 $j=1, 2, \dots, m$; m 为迭代步数,且 $m = \left\lceil \frac{\psi_f^{\max} - \psi_f^{\min}}{\Delta\psi_f} \right\rceil + 1$ 。重新对边坡角进行建模、加载,利用折减强度法计算出新的滑动面倾角范围集 $\{\psi_p^j\}$ 。

(4) 重复步骤3,直至 $j=m$,则最终确定的滑动面倾角出现范围集为:

$$\{\psi_p\} = \{\psi_p^1\} \cup \{\psi_p^2\} \cup \dots \cup \{\psi_p^j\} \cup \dots \cup \{\psi_p^m\} = [\psi_p^{\min}, \psi_p^{\max}]$$

按照以上步骤求出的 $[\psi_p^{\min}, \psi_p^{\max}]$ 即为滑动面倾角范围,其中 ψ_p^{\min} 是滑动面倾角的最保守值。

2 平面滑动型极限平衡分析

极限平衡法是岩土体稳定性分析常用的方法之一。对于有竖直张裂缝的平面滑动破坏型边坡,需要分为张裂缝出现在坡顶面和坡面两种情况,平面滑动破坏分析所要考虑的几何要素如图1所示。图中 H 为边坡高度,m; Z 为张裂缝深度,m; Z_w 为张裂缝中的充水深度,m; ψ_f 与 ψ_p 分别为边坡面和滑动面倾角, $^\circ$; Bt 为张裂缝距坡顶线的距离,m; Ht 为张裂缝出露端口距坡底的距离,m。

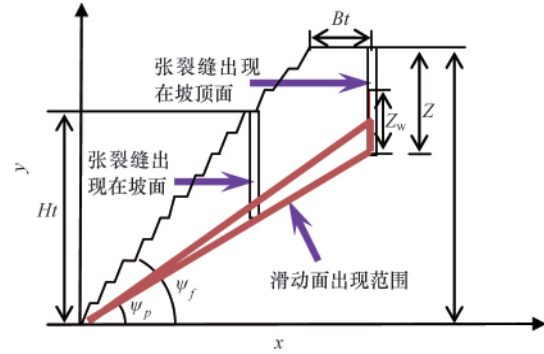


图1 有竖直张裂缝的平面滑动

Fig. 1 Planar sliding of surface with vertical tension crack

可根据Hoek和Bray^[12]提出的平面滑动极限平衡理论计算边坡安全系数:

$$F = \frac{cA + (W \cos\psi_p - U - V \sin\psi_p) \tan\Phi}{W \sin\psi_p + V \cos\psi_p} \quad (1)$$

其中, c 为滑动面黏聚力,kPa; Φ 为滑动面内摩擦角, $^\circ$; A 为滑动面长度,m; W 为滑动体自重,kN; U 为滑动面上水压力产生的上举力,kN; V 为张裂缝中水压产生的推力,kN。 W 可通过滑动体的面积和容重算出, A 、 Z 的计算公式如下。

当张裂缝出现在坡顶面上时:

$$Z = H - \tan\psi_p (H \cot\psi_f + Bt) \quad (2)$$

$$A = (H \cot\psi_f + Bt) \cdot \sec\psi_p \quad (3)$$

当张裂缝出现在坡面上时:

$$Z = \tan\psi_p \cdot Ht \cdot \cot\psi_f \quad (4)$$

$$A = Ht \cdot \cot\psi_f \cdot \sec\psi_p \quad (5)$$

不论张裂缝出现在坡顶面还是在坡面上, U 、 V 的数值均可采用下列式计算:

$$U = \frac{1}{2} \gamma_w Z_w (H - Z) \cdot A \quad (6)$$

$$V = \frac{1}{2} \gamma_w Z_w^2 \quad (7)$$

其中, γ_w 为水的容重,kN/m³;为保证边坡在最不利因素影响下能保持稳定,计算时假设张裂缝充满水,即 $Z_w = Z$ 。

令 $\psi_f = \psi_f^j$,在其他几何参数和物理参数确定的条件下,边坡安全系数 F 是关于滑动面倾角 ψ_p 与张裂缝距坡脚的距离 Bt 的函数,即 $F = F(\psi_p, Bt)$ 。此时可通过依次改变滑动面倾角和张裂缝位置的方法求出在 $\psi_f = \psi_f^j$ 条件下的安全系数最小值 F_{\min}^j 。

3 边坡角优化

当滑动面倾角范围确定之后,可以通过不断改变滑动面倾角及张裂缝位置搜索出最安全系数最小值,利用极限平衡原理计算出不同边坡角度下的安全系数最小值,便可找出满足安全阈值 F_s 的最大边坡角,该边坡角即为优化后的结果。具体步骤如下。

(1) 采用经验类比法确定边坡角优化范围 $[\psi_j^{\min}, \psi_j^{\max}]$ 。

(2) 根据前面介绍的有限元折减强度法找出滑动面倾角范围 $[\psi_p^{\min}, \psi_p^{\max}]$ 。

(3) 令 $\psi_j = \psi_j^{\min} + (j-1)\Delta\psi_j, j=1, 2, \dots, m$; 通过逐步改变滑动面倾角和张裂缝位置的方法,搜索出在 $\psi_j = \psi_j$ 条件下的安全系数最小值 F_{\min}^j 。

(4) 重复步骤(3),找出所有的 F_{\min}^j 值,直到 $j=m$ 为止;绘制 $F-\psi_j$ 曲线,即可找出在安全阈值 F_s 条件下的最大边坡角。

4 工程实例

4.1 工程背景

兰伯特角铁矿是一座尚未开挖的铁矿,其中部矿区上盘边坡最大高度达 375m,由 12 个高 30m 坡面角为 70°的台阶和 1 个高 15m 坡度为 53°的台阶组成,最终边坡角 53°。由于该矿区岩体完整性程度高、岩石坚硬致密,且尚未发现对边坡稳定有不利影响的不良地质构造,为降低矿山剥离工程量,需要重新对中部矿区上盘边坡进行稳定性分析,以确定经济安全的边坡角。

4.2 地层岩性

矿区地层主要为太古界火山岩、长英质火山岩、超基性岩和条带状含铁建造等。该区域除覆盖层为一层厚度 2—5m 的第四系残坡土,覆盖层以下的岩石坚硬致密,透水性差。中部矿区岩石坚硬致密。图 2 所示为中部矿区的主要地质单元分布情况,其具体名称和代码见表 1。

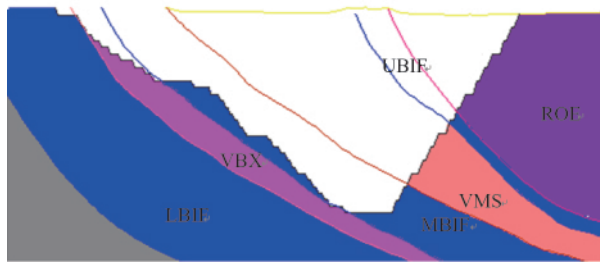


图 2 中部矿区典型岩层分布

Fig. 2 Distribution of strata in central mining area

表 1 所列的各岩体单元是根据综合岩性和岩石力学特征来划分的。其中,与上盘边坡稳定性相关的 4 个岩体单元的主要特征见表 1。

矿区岩体平均体重为 2.80t/m³。矿区内完整岩石的抗剪强度较大,岩石坚硬致密,大部分岩样的单轴抗压强度值在

表 1 中部矿区岩体类型

Table 1 Rock mass classification in central mining area

名称	代码	地质单元
玄武岩	ROE	流纹凝灰岩,玄武岩
上部含铁建造带	UBIF	主要岩石有燧石页岩,含铁燧石,碧玉铁质岩
多级火山岩	VMS	主要岩石有燧石,页岩,碳酸盐
中部含铁建造带	MBIF	主要岩石有碧玉铁质岩,凝灰岩,含铁燧石

80—120MPa 之间。

4.3 滑动面倾角范围搜索

从图 2 中可以看出,地质单元之间的层理面与边坡面的倾向相反,有利于边坡的稳定,可初步判定边坡是稳定的。但由于勘察程度不足,且边坡尚未成形,这种判断不可靠。很多实例表明,边坡在裂隙发育、爆破动应力、地表水下渗透、风化等多重因素的影响下,会出现局部或整体破坏^[3]。例如,南非的帕拉博拉露天矿是世界上最高最陡的露天矿之一,该矿的北部边坡于 2004 年发生大范围滑坡,形成长约 800m,宽 300m 的塌陷区^[4]。因而,假定在更陡的最终边坡角度下发生边坡失稳是合理的。本文假设该边坡开挖后引起的卸荷作用会导致岩体内节理裂隙会沿着塑性区发育,最终导致边坡平面滑动破坏,并利用有限元计算工具 ABAQUS 找出边坡内塑性区,且认为该塑性区即为边坡潜在的滑动面。由于边坡走向长,为真实反映边坡状况,需要选择典型剖面进行计算和稳定性分析^[5]。

根据前面所述的有限元强度折减法对兰伯特角中区上盘边坡进行滑动面搜索。设置边坡角下限值为 53°,上限值为 60°,折减迭代步距为 1°;进行 8 次迭代计算,分别计算出不同边坡角度下的塑性区以确定滑动面倾角范围;最终确定的滑动面倾角范围是 39°—43°;其中 39°为滑动面倾角的最保守值。图 3 为在 53°边坡角下,利用有限元折减强度法计算出的内部塑性区。

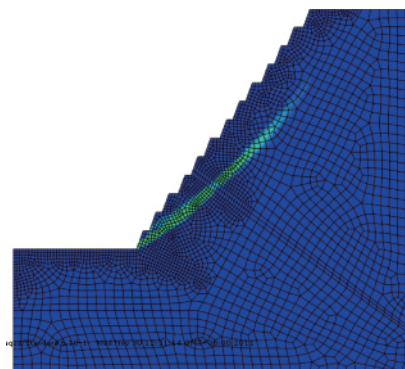


图 3 边坡开挖后形成的塑性区

Fig. 3 Plastic area of slope after excavation

4.4 张裂缝位置搜索

将张裂缝出现位置分为坡顶面和坡面两种情况,运用极

限平衡法分析出这两种情况下的安全系数变化曲线。计算所需的参数及数值见表 2。

表 2 边坡稳定性分析中所使用的计算参数
Table 2 Parameters used for slope stability analysis

参数符号	H/m	$\psi_f/(\circ)$	$\psi_p/(\circ)$	c/kPa	$\Phi/(\circ)$	$\gamma/(t \cdot m^{-3})$	Bt/m	Ht/m
取值	375	53—60	39—43	150	26	2.80	0—70	260—375

根据需要,计算安全系数时 Bt 、 Ht 、 ψ_f 、 ψ_p 作为变量考虑。

4.4.1 张裂缝出现在坡顶面

张裂缝与坡顶线之间的距离 Bt 及滑动面倾角 ψ_p 的位置关系影响着整个边坡的稳定性。当边坡角大小和滑动面倾角固定时,可根据式(1)—式(3),式(6),式(7)计算 F 随 Bt 的关系曲线。图 4 为在 $\psi_f=53^\circ$ 的情况下, $F-Bt-\psi_p$ 关系曲线。从图中可知最危险滑动面倾角为 39° ,且张裂缝恰好出现在坡顶线上,此时 $F=1.4$ 。在此后计算中,设置不同边坡角的大小进行安全系数计算时,不必再考虑滑动面倾角大于 39° 的情形。

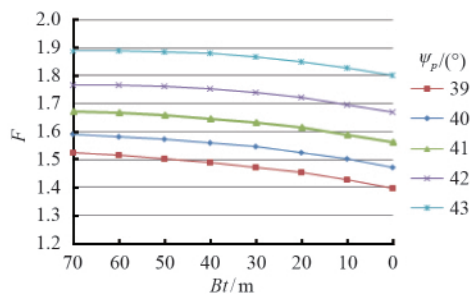


图 4 $F-Bt$ 关系曲线 ($\psi_f=53^\circ$)
Fig. 4 Curve of $F-Bt$ ($\psi_f=53^\circ$)

设定 $\psi_p=39^\circ$, $Bt=0$, 逐渐增加边坡角的大小计算出不同边坡角度下的安全系数 F , 根据计算结果绘制 $F-\psi_f$ 曲线,见图 5。从图中可以看出,安全系数值随边坡角的不断增加而下降,当边坡角大于 54° 时,安全系数值小于 1.3; 大于 58° 时,安全系数值小于 1。

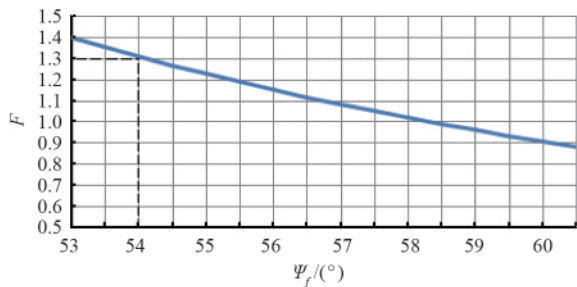


图 5 $F-\psi_f$ 关系曲线
Fig. 5 Curve of $F-\psi_f$

4.4.2 张裂缝出现在坡面

为了更好地表示张裂缝出现位置与安全系数的关系,当张裂缝出现在坡面上时,以张裂缝端口出露位置与坡底线的垂直距离 Ht 来描述张裂缝位置,此时采用式(1),式(4)—式(7)计算边坡安全系数。与张裂缝出现在坡顶面时候的情况相同, ψ_p 越大,则 F 也越大。因此设定 $\psi_p=39^\circ$, 通过不断改变 Ht 的大小计算出不同边坡角度下的安全系数值。

表 3 列出了边坡角为 $53^\circ-57^\circ$ 时的安全系数。从表中可以看出,当张裂缝出现在坡面的不同高度时,安全系数具有不同值,且随着 Ht 的减小而增大。原因在于,张裂缝出露端口位置越低,滑动体自重越小,下滑力越小。

虽然表 3 中所列安全系数值均大于 1, 但不能说明每个安全系数值对应的条件下边坡都是稳定的,因为本文对安全系数的计算略去了爆破震动带来的影响。因此,在设定安全阈值 F_s 时需要充分评估诸如爆破、降雨、风化等各种因素的影响。

表 3 不同最终边坡角下的安全系数
Table 3 Safety factors with different final slope angles

Ht/m	$\psi_f/(\circ)$				
	53	54	55	56	57
375	1.492	1.403	1.323	1.250	1.183
380	1.526	1.434	1.352	1.277	1.209
370	1.561	1.467	1.383	1.307	1.237
360	1.598	1.502	1.416	1.337	1.266
350	1.637	1.539	1.450	1.370	1.296
340	1.680	1.578	1.487	1.404	1.329
330	1.742	1.619	1.525	1.441	1.363
320	1.770	1.663	1.566	1.479	1.400
310	1.820	1.709	1.610	1.521	1.439
300	1.897	1.759	1.657	1.565	1.481
290	1.930	1.812	1.707	1.612	1.525
280	1.991	1.869	1.761	1.662	1.573
270	2.073	1.949	1.880	1.774	1.650
260	2.217	1.971	1.913	1.802	1.678

4.5 边坡角优化结果

根据表 3 的数据绘制 $F-Ht$ 关系曲线,如图 6 所示。可以

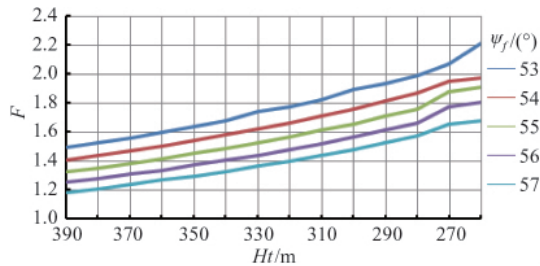


图6 不同边坡角下的安全系数变化曲线

Fig. 6 Curves of safety factor with respect to different final angles

通过确定安全阈值的方法,从图5和图6中选取满足安全阈值条件的最终边坡角。对于岩质露天边坡而言,合理的安全阈值在1.2—1.4之间,当地质勘察不充分而导致地质参数信息不足时,可取大值,反之则取小值^[6]。由于之前的极限平衡计算中采用了较为保守的参数值,因而本文以 $F_s=1.3$ 为边坡稳定的临界条件。在图6中,当边坡角 $\psi_f \leq 55^\circ$ 时满足设定安全阈值,在图5中则为 $\psi_f \leq 54^\circ$ 时才能满足设定安全阈值。在两者中取小值,即边坡角 $\psi_f \leq 54^\circ$ 时,能够在 $F_s=1.3$ 临界条件下保持稳定。

以上分析结果表明,兰伯特角铁矿的露天边坡角仍然可以提高,原设计的 53° 最终边坡角偏于安全,可提高至 54° 。

5 结论

对于岩体整体完整性程度高、岩性坚硬致密露天高边坡,可结合有限元折减强度法搜索出滑动面倾角范围,然后再利用极限平衡理论计算出边坡的安全系数,以选取合理的边坡角。利用该方法对工程实例进行计算,可得出以下结论。

(1) 对于均质和类均质边坡而言,利用有限元折减强度法计算出塑性区范围,并将塑性区作为潜在滑动面出现的区域是可行的,该方法可以找出滑动面倾角范围。

(2) 在工程实例中,当张裂缝出现在坡顶面时,张裂缝距坡线的距离与边坡安全系数值呈正相关关系;当张裂缝出现在边坡面上时,其端口出露位置越低,边坡越稳定。

(3) 由于边坡岩体完整程度高,且无对边坡稳定具有决定性影响的大型结构面;本文认为若边坡失稳时的潜在滑动面即为塑性区,这种判断潜在滑动面的方法仅适用于岩体完整程度高,无大型不良结构面的岩质高边坡情况。对于节理较多,岩体完整性差的露天边坡,则不适用。

参考文献 (References)

- 李文秀, 梁旭黎, 梅松华, 等. 动力影响下山区露天矿合理边坡角的确定[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(17): 2949-2953.
Li Wenxiu, Liang Xuli, Mei Songhua, et al. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(17): 2949-2953.
- 王海军, 王青, 顾晓薇, 等. 露天矿最终境界的优化研究 [J]. 矿冶, 2010, 20(4): 33-37.

- Wang Haijun, Wang Qing, Gu Xiaowei, et al. *Mining and Metallurgy*, 2010, 20(4): 33-37.
- 张彤炜, 王李管, 龚元翔. 露天开采的境界优化算法研究及应用[J]. 金属矿山, 2008, 38(2): 30-34.
Zhang Tongwei, Wang Liguan, Gong Yuanxiang. *Metal Mine*, 2008, 38(2): 30-34.
- 黄俊歆, 王李管, 毕林, 等. 改进的露天境界优化几何约束模型及其应用[J]. 重庆大学学报: 自然科学版, 2010, 33(12): 78-83.
Huang Junxin, Wang Liguan, Bi Lin, et al. *Journal of Chongqing University: Natural Science Edition*, 2010, 33(12): 78-83.
- 陈晓青, 任凤玉, 张国建, 等. 一种计算机圈定露天矿境界的新方法[J]. 辽宁工程技术大学学报: 自然科学版, 2011, 30(1): 5-8.
Chen Xiaoqing, Ren Fengyu, Zhang Guojian, et al. *Journal of Liaoning Technical University: Natural Science Edition*, 2011, 30(1): 5-8.
- 陈祖煜. 土质边坡稳定分析: 原理·方法·程序 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003: 533-560.
Chen Zuyu. *Soil slope stability analysis: Theory methods and programs* [M]. Beijing: China Water & Power Press, 2003: 533-560.
- 刘明维, 郑颖人. 基于有限强度折减法确定滑坡多滑动面方法 [J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(8): 1544-1549.
Liu Mingwei, Zheng Yingren. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2006, 25(8): 1544-1549.
- 赵尚毅, 郑颖人, 邓卫东. 用有限元强度折减法进行节理岩质边坡稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2): 254-260.
Zhao Shangyi, Zheng Yingren, Deng Weidong. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2003, 22(2): 254-260.
- 栾茂田, 武亚军, 年廷凯. 强度折减有限元法中边坡失稳的塑性区判据及其应用[J]. 防灾减灾工程学报, 2003, 23(3): 1-8.
Luan Maotian, Wu Yajun, Nian Tingkai. *Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering*, 2003, 23(3): 1-8.
- 赵尚毅, 郑颖人, 张玉芳. 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨 [J]. 岩土力学, 2005, 26(2): 332-336, 331.
Zhao Shangyi, Zheng Yingren, Zhang Yufang. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, 26(2): 332-336, 331.
- 陈明晓. 有限元强度折减法识别滑动带的例证 [J]. 广州航海高等专科学校学报, 2010, 18(3): 26-30.
Chen Mingxiao. *Journal of Guangzhou Maritime College*, 2010, 18(3): 26-30.
- Hoek E, Bray J. *Rock slope engineering*[M]. 3rd ed. London: Institution of Mining and Metallurgy, 1981.
- 王军. 多重作用的边坡稳定性及分析方法的研究 [D]. 长沙: 中南大学, 2009.
Wang Jun. *Study on stability analysis of slope under multi-functions influence and solved method* [D]. Changsha: Central South University, 2009.
- Vyazmensky A, Elmo D. Numerical analysis of block caving-induced instability in large open-pit slopes: A finite element/discrete element approach[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2010, 43(1): 21-39.
- 王家臣, 常来山, 夏成华, 等. 露天矿节理岩体边坡稳定性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(18): 3350-3354.
Wang Jiachen, Chang Laishan, Xia Chenghua, et al. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(18): 3350-3354.
- Wyllie D C, Mah C W. *Rock slope engineering*[M]. New York: Taylor & Francis, 2005: 10-11.

(责任编辑 吴晓丽)