

致密油藏有限元数值模拟

张允, 薛亮

中国石油大学(华东)石油工程学院, 山东青岛 266555

摘要 目前数值模拟方法均基于达西渗流, 无法对致密油藏非达西渗流进行有效模拟。致密油藏内在复杂, 为实现致密油藏非达西渗流的科学模拟, 建立了油水 2 相微可压缩非达西流的油藏数值模拟数学模型。同时考虑到致密油藏渗透率低、非均质性强的特点并兼顾模拟精度采用有限单元法进行离散, 从而建立了有限元数值模型, 形成了新的致密油藏数值模拟方法, 最后将该方法进行实例检验, 验证了方法的正确性。

关键词 致密油藏; 非达西渗流; 有限元; 数值模拟

中图分类号 TP301.6, TE119

文献标识码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2012.10.005

Finite Element Numerical Simulation for Tight Reservoirs

ZHANG Yun, XUE Liang

School of Petroleum Engineering, China University of Petroleum, Qingdao 266555, Shandong Province, China

Abstract The fluid flow is non-Darcy flow in a tight reservoir. A startup pressure gradient is necessary for the flow in the tight reservoir porous media. The numerical simulation technology and software are mostly based on the Darcy seepage and could not effectively simulate the non-Darcy flow for tight reservoirs. In this paper, considering the complexity of the tight reservoir, the non-Darcy flow and the nonlinear characteristics, the oil-water two-phase compressible flow continuity equation, the motion equation, the state equation and the auxiliary equation are derived, to establish the oil-water two-phase non-Darcy flow mathematical model for the reservoir. The startup pressure gradient is considered in this model. The model is discretized for the low permeability and the strong heterogeneity in the tight reservoir with the finite element to be applied to complicated boundaries, high order differential equations, and weak grid orientations, with a high calculation precision. The numerical solution equation for saturation and pressure is obtained. The method is verified by examples.

Keywords tight reservoir; non-Darcy flow; finite element; numerical simulation

0 引言

随着油田勘探开发程度的不断发展, 中国投入开发的致密油田的储量占总动用储量的比例也越来越大。这些致密油田中相当部分处于低效状态, 大部分油田所遇到的共同矛盾主要是产量下降快、注水压力高和开发效果差, 而致密油藏孔喉细小、结构复杂、渗流阻力大且存在启动压力梯度。1924 年苏联学者布兹列夫斯基首先指出在某些情况下, 多孔介质中只有超过某个起始压力梯度时才能发生液体的渗流, 后来 Mille、Basak、特列宾、阎庆来等众多学者研究证明

了致密油藏中存在启动压力梯度并开展了相关研究^[1-3]。研究表明, 难以形成有效的驱动压力体系使原油难以得到很好的动用。目前国内外比较成熟的油藏数值模拟软件如 Eclipse、VIP、CMG、Workbench 等均以达西定律为基础, 在致密油藏中的应用受到限制。针对流体在致密油藏中的渗流特征, 一些学者对油藏数值模拟技术进行了改进以描述流体渗流规律, 但仍不成熟, 使提高致密油藏开发水平成为难题。在数值解法方面有限单元法因适用于复杂边界、高阶微分方程和网格取向性弱、计算精度高的特点, 适用于非均质

收稿日期: 2012-02-10; 修回日期: 2012-03-21

作者简介: 张允, 高级工程师, 研究方向为油气田开发理论与应用, 电子信箱: sdyunzh@163.com

性很强的致密油藏,为此开展了致密油藏非达西渗流有限元数值模拟方法研究。

1 致密油藏数值模拟数学模型

在致密油藏中,达西定律已不能满足对其渗流规律的精确描述,需要进行修正。目前,致密油藏流体的运动规律描述方程主要为^[4-6]

$$\begin{cases} v = -\frac{k}{\mu} \left(1 - \frac{\lambda_b}{|\nabla p|}\right) \nabla p & |\nabla p| > \lambda_b \\ v = 0 & |\nabla p| \leq \lambda_b \end{cases} \quad (1)$$

其中, v 为流体流动速度,m/s; k 为地层渗透率, μm^2 ; μ 为原油黏度,mPa·s; p 为地层压力,MPa; λ_b 为启动压力梯度,MPa/m。

本文采用拟启动压力的描述方式进行研究,并做以下假设:(1)油藏中存在油水2相流体;(2)油藏为非均质各向异性;(3)流体和岩石均不可压缩;(4)考虑毛细管力重力的影响;(5)油井以定产量生产;(6)油藏为封闭外边界;(7)流体在地层流动为等温流动。

根据非线性渗流描述方法,建立致密油藏数值模拟的数学模型^[7]。

(1) 连续性方程。

根据质量守恒定律得到连续性方程为

$$\nabla \cdot (\rho_o v_o) + q_o = \frac{\partial(\rho_o \phi S_o)}{\partial t} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\rho_w v_w) + q_w = \frac{\partial(\rho_w \phi S_w)}{\partial t} \quad (3)$$

其中, ρ_o, ρ_w 分别为油、水密度; q_o, q_w 分别为油、水源汇项; S_o, S_w 分别为油、水饱和度; ϕ 为孔隙度; t 为时间。

(2) 运动方程。

运动方程可表示为

$$\begin{cases} v_o = -k \frac{k_{ro}}{\mu_o} \left(1 - \frac{\lambda_{bo}}{|\nabla \Phi_o|}\right) \nabla \Phi_o & |\nabla p_o| > \lambda_{bo} \\ v_o = 0 & |\nabla p_o| \leq \lambda_{bo} \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} v_w = -k \frac{k_{rw}}{\mu_w} \left(1 - \frac{\lambda_{bw}}{|\nabla \Phi_w|}\right) \nabla \Phi_w & |\nabla p_w| > \lambda_{bw} \\ v_w = 0 & |\nabla p_w| \leq \lambda_{bw} \end{cases} \quad (5)$$

其中, Φ_o, Φ_w 分别为油、水势,且 $\Phi_o = p_o - \rho_o g D, \Phi_w = p_w - \rho_w g D, g$ 为重力加速度, D 为势; k_{ro}, k_{rw} 分别为油、水相对渗透率; $\lambda_{bo}, \lambda_{bw}$ 分别为油、水的启动压力梯度。

(3) 状态方程。

状态方程可表示为

$$C_o = \frac{1}{\rho_o} \frac{\partial \rho_o}{\partial p_o} \quad C_{io} = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p_o} \quad (6)$$

$$C_w = \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial \rho_w}{\partial p_w} \quad C_{iw} = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p_w} \quad (7)$$

其中, C_o, C_w 分别为油、水的压缩系数; p_w, p_o 分别油、水压力; C_{io}, C_{iw} 分别为随油相压力、水相压力变化的孔隙压缩系数。

(4) 辅助方程。

辅助方程可表示为

$$S_o + S_w = 1 \quad (8)$$

$$p_c = p_o - p_w \quad (9)$$

其中, p_c 为毛管压力。

2 致密油藏数值模拟有限元数值模型的建立

根据建立的致密油藏数值模拟的数学模型,为了提高数值模拟精度,采用有限单元法进行离散。首先对所求的连续介质进行离散化处理^[8],即对油藏区域进行网格剖分,采用三角形网格以避免网格趋向性问题,每个单元有 n 个结点,在每个单元内部,假设压力或饱和度变化模式在单元 e 中的表达式为

$$\Gamma_o^{(e)}(x, y, t) = N(x, y) \Gamma_o^e \quad (10)$$

其中, N 为基函数,且 $N(x, y) = [N_1(x, y) N_2(x, y) \cdots N_n(x, y)]$; Γ 为油藏结点压力 p 或饱和度 S ,且 $\Gamma_o^e = [\Gamma_{o1}^e(t), \Gamma_{o2}^e(t), \cdots, \Gamma_{on}^e(t)]^T$ 。

则

$$\frac{\partial \Gamma_o^{(e)}}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial x} \Gamma_o^e, \quad \frac{\partial \Gamma_o^{(e)}}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial y} \Gamma_o^e, \quad \frac{\partial \Gamma_o^{(e)}}{\partial t} = N^T \frac{\partial \Gamma_o^e}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial \Gamma_o^e} \left(\frac{\partial \Gamma_o^{(e)}}{\partial x} \right) = \frac{\partial N^T}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial \Gamma_o^e} \left(\frac{\partial \Gamma_o^{(e)}}{\partial y} \right) = \frac{\partial N^T}{\partial y}, \quad \frac{\partial \Gamma_o^{(e)}}{\partial t} = N \Gamma_o^e$$

$$\Gamma_o^e = \left[\frac{\partial(\Gamma_o^e)_1}{\partial t}, \frac{\partial(\Gamma_o^e)_2}{\partial t}, \dots, \frac{\partial(\Gamma_o^e)_p}{\partial t} \right]^T$$

由式(2)~式(9)可得

$$\begin{cases} \nabla \cdot ((\lambda_o + \lambda_w) \nabla p_o) = -\nabla \cdot (\lambda_w \nabla p_c) - (q_w + q_{wv}) & |\nabla p_o| > \lambda_{bo} \\ p_o = p_o^{t_n} & |\nabla p_o| \leq \lambda_{bo} \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\lambda_o \nabla p_o) + q_w = \frac{\partial(\phi S_o)}{\partial t} & |\nabla p_o| > \lambda_{bo} \\ S_o = S_o^{t_n} & |\nabla p_o| \leq \lambda_{bo} \end{cases} \quad (12)$$

其中, λ_o, λ_w 为油、水流量; q_w, q_{wv} 为源汇项; $p_o^{t_n}, p_o^{t_{n-1}}$ 和 $S_o^{t_n}, S_o^{t_{n-1}}$ 分别为 t_n, t_{n-1} 时刻油相压力和饱和度。

采用虚位移原理^[8]将式(11)和式(12)化为微分方程的积分弱形式,即

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot ((\lambda_o + \lambda_w) \nabla p_o) \delta p_o d\Omega = - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\lambda_w \nabla p_c) \delta p_o d\Omega - \int_{\Omega} (q_w + q_{wv}) \delta p_o d\Omega \quad (13)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial(\phi S_o)}{\partial t} \delta S_o d\Omega = \int_{\Omega} \nabla \cdot (\lambda_o \nabla p_o) \delta S_o d\Omega + \int_{\Omega} q_w \delta S_o d\Omega \quad (14)$$

对上式进行分部积分,得

$$\int_{\Omega} \frac{1}{2} (\lambda_o + \lambda_w) (\nabla p_o)^2 d\Omega = - \int_{\Omega} \lambda_w \nabla p_c \nabla p_o d\Omega + \int_{\Omega} (q_w + q_{wv}) p_o d\Omega \quad (15)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial(\phi S_o)}{\partial t} S_o d\Omega = - \int_{\Omega} \lambda_o \nabla p_o \nabla S_o d\Omega + \int_{\Omega} q_w S_o d\Omega \quad (16)$$

其中, Ω 为油藏积分区域。

2.1 油藏压力有限元单元方程

$$(1) |\nabla p_o| > \lambda_{bo}$$

$$I^e = \int_{\Omega^e} \frac{1}{2} (\lambda_o + \lambda_w) (\nabla p_o^e)^2 d\Omega + \int_{\Omega^e} \lambda_w \nabla p_o^e \nabla p_w^e d\Omega - \int_{\Omega^e} (q_{ow} + q_{ww}) p_o^e d\Omega \quad (17)$$

根据单元 e 中压力 $p_o^e(x, y, t)$ 的表达式(式(10)), 在每个单元上取极值, 即 $\frac{\partial I^e}{\partial p_o^e} = 0$ (p_o^e 为单元上的油相压力), 则

$$\begin{aligned} \frac{\partial I^e}{\partial p_o^e} &= \int_{\Omega^e} (\lambda_o + \lambda_w) \frac{\partial(\nabla p_o^e)}{\partial p_o^e} (\nabla p_o^e) d\Omega + \int_{\Omega^e} \lambda_w \nabla p_o^e \frac{\partial(\nabla p_w^e)}{\partial p_o^e} d\Omega - \int_{\Omega^e} (q_{ow} + q_{ww}) \frac{\partial p_o^e}{\partial p_o^e} d\Omega \\ &= \int_{\Omega^e} \left((\lambda_o + \lambda_w) \frac{\partial N^T}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial x} p_o^e + (\lambda_o + \lambda_w) \frac{\partial N^T}{\partial y} \frac{\partial N}{\partial y} p_o^e \right) d\Omega + \int_{\Omega^e} \left(\lambda_w \frac{\partial(p_w^e)}{\partial x} \frac{\partial N^T}{\partial x} + \lambda_w \frac{\partial(p_w^e)}{\partial y} \frac{\partial N^T}{\partial y} \right) d\Omega - \int_{\Omega^e} (q_{ow} + q_{ww}) N^T d\Omega \end{aligned} \quad (18)$$

令

$$\begin{aligned} H_1^e &= \int_{\Omega^e} \left((\lambda_o + \lambda_w) \frac{\partial N^T}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial x} + (\lambda_o + \lambda_w) \frac{\partial N^T}{\partial y} \frac{\partial N}{\partial y} \right) d\Omega \\ &= \int_{\Omega^e} B^T D B d\Omega \end{aligned}$$

其中

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_p}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_p}{\partial y} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} (\lambda_o + \lambda_w) & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & (\lambda_o + \lambda_w) \end{bmatrix};$$

$$\psi_1^e = \int_{\Omega^e} (\lambda_w \frac{\partial(p_w^e)}{\partial x} \frac{\partial N^T}{\partial x} + \lambda_w \frac{\partial(p_w^e)}{\partial y} \frac{\partial N^T}{\partial y}) d\Omega, \psi_2^e = \int_{\Omega^e} (q_{ow} + q_{ww}) N^T d\Omega, \psi^e = -\psi_1^e + \psi_2^e$$

$$(2) |\nabla p_o| \leq \lambda_{bo}$$

此时压力梯度未达到启动压力梯度, 油藏流体未流动,

即 $p_{o\xi}^t = p_{o\xi}^{t-1}$, 其中 ξ 表示单元结点。最终得

$$H^e p_o^e = \psi^e \quad (19)$$

其中, H^e 和 p_o^e 分别为单元上的压力系数矩阵和压力矩阵。

2.2 油藏饱和度有限元单元方程

$$(1) |\nabla p_o| > \lambda_{bo}$$

$$I^e = \int_{\Omega^e} \frac{\partial(\phi S_o^e)}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega^e} \lambda_o \nabla p_o^e \nabla S_o^e d\Omega - \int_{\Omega^e} q_{ow} S_o^e d\Omega \quad (20)$$

其中, S_o^e 为单元上的饱和度。

根据单元 e 中饱和度 $S_o^e(x, y, t)$ 的表达式(式(10)), 在每个单元上取极值, 即 $\frac{\partial I^e}{\partial S_o^e} = 0$, 则

$$\frac{\partial I^e}{\partial S_o^e} = \int_{\Omega^e} \frac{\partial S_o^e}{\partial S_o^e} \frac{\partial(\phi S_o^e)}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega^e} \lambda_o \nabla p_o^e \frac{\partial S_o^e}{\partial S_o^e} d\Omega - \int_{\Omega^e} q_{ow} \frac{\partial S_o^e}{\partial S_o^e} d\Omega$$

$$= \int_{\Omega^e} N^T N S_o^e d\Omega + \int_{\Omega^e} \left(\lambda_o \frac{\partial p_o^e}{\partial x} N^T + \lambda_o \frac{\partial p_o^e}{\partial y} N^T \right) d\Omega - \int_{\Omega^e} q_{ow} N^T d\Omega \quad (21)$$

令

$$H_1^e = \int_{\Omega^e} (N^T N) d\Omega = \int_{\Omega^e} B^T B d\Omega$$

其中

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_p}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_p}{\partial y} \end{bmatrix}; \psi_1^e = \int_{\Omega^e} \left(\lambda_o \frac{\partial p_o^e}{\partial x} N^T + \lambda_o \frac{\partial p_o^e}{\partial y} N^T \right) d\Omega, \psi_2^e = \int_{\Omega^e} q_{ow} N^T d\Omega, \psi^e = -\psi_1^e + \psi_2^e$$

$$(2) \text{ 当 } |\nabla p_o| \leq \lambda_{bo}$$

这时压力梯度未达到启动压力梯度, 油藏流体未流动, 即 $S_{o\xi}^t = S_{o\xi}^{t-1}$, 其中 ξ 表示单元结点。最后可得

$$H^e S_o^e = \psi^e \quad (22)$$

其中, S_o^e 为单元上的饱和度矩阵。

有限元是用有限个基本单元来逼近整体模型, 把有限个基本单元的单元特征矩阵组装到一起, 形成总特征矩阵^[9]。组合每个单元的特征矩阵和特征列阵, 对油藏压力整体方程, 流体压力的求解为

$$H p_o = \psi \quad (23)$$

$$\text{其中, } H = \sum_{e=1}^E H^e, \psi = \sum_{e=1}^E \psi^e, p_o = [p_{o1}, p_{o2}, \dots, p_{on}]^T$$

对油藏饱和度整体方程, 饱和度的求解为

$$H^e S_o^e = \psi^e \quad (24)$$

$$\text{其中, } H^e = \sum_{e=1}^E H^e, \psi^e = \sum_{e=1}^E \psi^e, S_o = \begin{bmatrix} S_{o1} \\ S_{o2} \\ \vdots \\ S_{on} \end{bmatrix}$$

需要对时间项进行差分处理, 饱和度方程对时间差分后的方程为

$$\frac{1}{\Delta t} H^e S_o(t_{n+1}) = \psi^e(t_{n+1}) + \frac{1}{\Delta t} H^e S_o(t_n) \quad (25)$$

3 油藏数值模拟实例

根据致密油藏数值模拟方法, 编制了致密油藏非线性渗流数值模拟程序, 然后进行数值模拟研究。该井区储层物性差, 渗透率仅为 1.6mD, 原始地层压力为 19.32MPa, 地饱压差为 13.5MPa, 岩石和水的压缩系数为 8.505×10^{-4} , 地层绝对渗透率随流体压力变化的公式为^[10]

$$K = K_0 e^{-\alpha(p_0 - p)} \quad \alpha = 0.0575 e^{-0.1852 K_0}$$

其中, K_0 为原始地层压力下的绝对渗透率; p_0 为原始地层压力; α 为非达西渗流因子, 则原油启动压力梯度为^[10]

$$\lambda_b = 0.1164 K_0^{-0.8567}$$

通过模拟得到产量曲线(图1),模拟结果表明非线性渗流模拟产量与达西流模拟产量相比误差较小,验证了该方法的正确性。

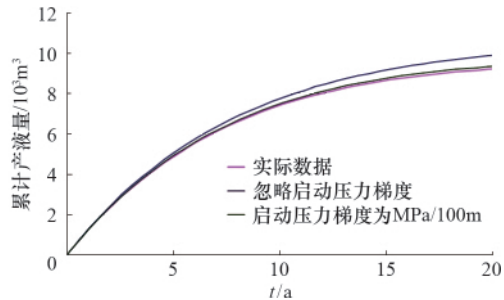


图1 累计产液量曲线

Fig. 1 Curves of cumulative liquid-producing capacity

4 结论

本文通过研究形成了新的致密油藏非达西渗流数值模拟方法,编制了相应的数值模拟软件。井组实例模拟结果表明,该数值模拟方法更加逼近油藏的真实情况,验证了本方法的正确性。

参考文献 (References)

- [1] 熊伟,雷群,刘先贵,等.低渗透油藏拟启动压力梯度[J].石油勘探与开发,2009,36(2):232-236.
Xiong Wei, Lei Qun, Liu Xiangui, et al. *Petroleum Exploration & Development*, 2009, 36(2): 232-236.
- [2] Thomas L K, Katz D L, Tek M R. Threshold pressure phenomena in porous media[J]. *SPE Journal*, 1968, 8(2): 174-184.
- [3] 杨正明,于荣泽,苏致新,等.特低渗透油藏非线性渗流数值模拟[J].石油勘探与开发,2010,37(1):94-96.
Yang Zhengming, Yu Rongze, Su Zhixin, et al. *Petroleum Exploration & Development*, 2010, 37(1): 94-96.
- [4] 邓英尔,刘慈群.低渗油藏非线性渗流规律数学模型及其应用[J].石油学报,2001,22(4):72-77.
Deng Ying'er, Liu Ciqun. *Acta Petrolei Sinica*, 2001, 22(4): 72-77.
- [5] 薛国庆,李闽,王道成,等.低渗非均质油藏数值模拟研究[J].断块油气田,2007,14(4):43-44.
Xue Guoqing, Li Min, Wang Daocheng, et al. *Fault-Block Oil & Gas Field*, 2007, 14(4): 43-44.
- [6] 郭永存,卢德唐,曾清红,等.有启动压力梯度渗流的数学模型[J].中国科学技术大学学报,2005,35(4):492-498.
Guo Yongcun, Lu Detang, Zeng Qinghong. *Journal of University of Science and Technology of China*, 2005, 35(4): 492-498.
- [7] 韩大匡.油藏数值模拟基础[M].北京:石油工业出版社,2003.
Han Dakuang. *Fundamentals of numerical reservoir simulation* [M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 2003.
- [8] 署恒木,全兴华.工程有限单元法[M].东营:石油大学出版社,2003:6-20.
Shu Hengmu, Tong Xinghua. *Engineering finite element method* [M]. Dongying: China University of Petroleum Press, 2003: 6-20.
- [9] 张允.裂缝性油藏离散裂缝网络模型数值模拟研究[D].东营:中国石油大学(华东),2008.
Zhang Yun. *Study on numerical simulation method of discrete fracture network for naturally fractured reservoirs* [J]. *Dongying: China University of Petroleum*, 2008.
- [10] 吕成远,王健,孙志刚.低渗透砂岩油藏渗流启动压力梯度试验研究[J].石油勘探与开发,2002,29(2):86-89.
Lu Chengyuan, Wang Jian, Sun Zhigang. *Petroleum Exploration & Development*, 2002, 29(2): 86-89.

(责任编辑 孙秀云,代丽)

·学术动态·

“第七届乳酸菌与健康国际研讨会暨 第三届亚洲乳酸菌研讨会”征文

由中国食品科学技术学会主办,2012年5月29—31日在江苏省无锡市市召开“第七届乳酸菌与健康国际研讨会暨第三届亚洲乳酸菌研讨会”。

征文范围:(1)乳酸菌资源开发;(2)乳酸菌与肠道菌群;(3)乳酸菌工艺技术与产品研发;(4)乳酸菌安全与评价;(5)乳酸菌与传统发酵食品;(6)乳酸菌应用拓展;(7)乳酸菌基因组学及其他;(8)乳酸菌功能与疾病预防。

联系电话:010-65265376,65265375。

电子信箱:cifst.lab@gmail.com。

大会网站:<http://www.05e0.com/demo/LABHIS2012/>。