

功能梯度材料断裂力学研究进展

丁生虎, 李星

宁夏大学数学计算机学院, 银川 750021

摘要 功能梯度材料断裂力学的研究对优化功能梯度材料的设计具有重要意义, 功能梯度材料的广泛应用促进了其断裂力学的深入发展。本文对功能梯度材料断裂力学问题的研究现状进行了评述, 包括动静态断裂力学问题、热弹性断裂力学问题以及功能梯度材料断裂力学试验研究。最后探讨了功能梯度材料断裂力学所面临的新课题及发展方向。

关键词 功能梯度材料; 裂纹; 断裂力学

中图分类号 O346

文献标识码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2012.06.012

Research Progress in the Fracture Mechanics of Functionally Graded Material

DING Shenghu, LI Xing

School of Mathematics and Computer, Ningxia University, Yinchuan 750021, China

Abstract Functionally Graded Materials (FGMs) are new composites which are able to satisfy the harsh requirements for the materials used in the high-technology fields, such as astronautics, aeronautics, national defense, etc. Since FGMs are multiple phase materials with the properties of spatial and continuous variance, they could maintain the structural rigidity, reduce the thermal stress, and resist the severe thermal loading from the high temperature environment. The extensive usage of the FGM promotes the development of fracture mechanics. A description of studies related to fracture mechanics problems of FGMs is presented, and in where four principal topics are covered, that is, static and dynamic fracture mechanics problems, thermal elastic fracture mechanics problems, and the experimental works for investigating the fracture of FGMs. Finally, recommendations are made with regard to the areas in which additional work should be done. The research on the FGMs is of great significance for optimizing the design of FGMs.

Keywords functionally graded material; crack; fracture mechanics

0 引言

随着材料科学与技术的进步, 使得功能梯度材料越来越多地引起了人们的重视。目前, 有关功能梯度材料断裂力学问题的研究逐步增多。这类材料一般由 2 种物理性质完全不同的材料(如陶瓷和金属)复合而成, 从宏观上看, 各组分材料的体积分数在空间位置上是连续变化的。自然界中的动植物为了适应生存环境, 经过漫长的时间演化, 逐渐形成各种不同的天然功能梯度材料, 包括植物类的竹子、树木, 动物类的骨骼等。由于这类材料的力学和热学参数没有突变, 大大缓解了应力集中。另外, 这种材料是可设计的, 可以通过改变各组分材料的空间分布而优化热应力分布。这种材料在航空航天、核反应堆、内燃机和燃气机等领域具有广阔的应用前

景^[1-3]。

从力学方面来看, 功能梯度材料参数在空间上连续变化, 这时材料的力学参数不是常数, 从而使控制弹性方程为变系数的偏微分方程。除了一些通过假设简化的情况, 大多数功能梯度材料裂纹问题不能得到解析解。相对于各向同性的均匀材料而言, 功能梯度材料的裂纹及断裂情况要复杂得多。首先, 由于材料组成及热弹(塑)性质的非均质性, 裂纹尖端的应力强度因子不仅取决于外载、裂纹大小和形状, 还取决于组成梯度及裂纹的取向; 其次, 由于不同组成梯度而引起的不同残余应力分布以及裂纹的不同分布与取向, 裂纹尖端应力场具有复杂性, 既有正应力又有剪应力, 这就决定了功能梯度材料的断裂往往是复合型的。

收稿日期: 2011-11-04; 修回日期: 2012-02-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(10962008, 51061015); 高等学校博士学科点基金项目(20116401110002); 宁夏自然科学基金项目(NZ1001)

作者简介: 丁生虎, 副教授, 研究方向为功能梯度材料断裂力学, 电子信箱: dshsju2009@163.com

1 功能梯度材料静态断裂问题研究

在引入功能梯度材料的概念之前,一些学者研究了力学性质空间上连续变化的非均匀材料的裂纹问题。从断裂力学的观点来看,由于功能梯度材料的材料参数是空间坐标的连续函数而显然具有非均匀性,研究其平面弹性问题时假设一种具体化的线性或指数函数,裂纹尖端应力场的奇异性研究则是功能梯度材料断裂分析时首先要解决的问题。裂纹平行于梯度方向,假设材料物性参数模型为指数函数形式,Delale 和 Erdogan^[3]对功能梯度材料平面裂纹问题进行分析,结果发现,对于材料参数变化连续且可导的非均匀材料,其裂纹尖端应力奇异性将等于均匀材料,具有标准的平方根奇异性。此外还得出泊松比对应应力强度因子的影响可以忽略的重要结论。Eischen^[4]用特征函数展开法求得了对具有任意连续可微材料参数的非均匀材料中裂纹尖端附近应力场的精确描述。结果表明,裂纹尖端渐近应力场的主项和均匀材料中的裂纹尖端应力场一样,也具有传统的平方根奇异性,材料参数的非均匀性只影响尖端场的高阶项。如果忽略 $O(r^{1/2})$ 以及 $O(r^{1/2})$ 以上的项,那么裂纹尖端应力场为

$$\sigma_{ij} \approx \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \tilde{\sigma}_{ij}^I(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \tilde{\sigma}_{ij}^{II}(\theta) + \text{Bounded term}$$

$$i, j = 1, 2 \quad (1)$$

Eischen 的研究结果实际上证实了 Erdogan 等的推断。高廷凯^[5]借助弹性力学和断裂力学理论,研究了两类各向异性功能梯度材料平面断裂问题,将弹性模量按任意函数形式变化的各向异性功能梯度材料平面断裂问题归结为求解一类 4 阶变系数齐次偏微分方程的边值问题。将泊松比及相互影响系数作为常量,考虑拉压和剪切弹性模量按特定的指数函数形式连续变化的情况,又求得另一类 4 阶常系数齐次偏微分方程的边值问题。最后对两类方程进一步分析讨论,指出了第 1 类方程的普遍理论意义和第 2 类方程在解决现实问题时的实用性。Guo 等^[6-7]分别研究了平面载荷下有限厚度功能梯度涂层-均匀基底结构表面开裂问题和集中载荷作用下有限厚度功能梯度涂层-均匀基底结构的界面裂纹问题,并探讨了集中载荷对裂纹尖端应力强度因子和应变能释放率的影响。Huang 等^[8]提出了用分段线性函数来近似模拟功能梯度材料性质的新分层模型,各层介质的属性在界面处保持连续,从而保留了材料的连续性。他们通过该模型对功能梯度界面层和功能梯度涂层中的一系列断裂问题^[8-10]进行分析,求出了应力强度因子,并与指数函数模型下相应的应力强度因子进行对比。Chue 和 Yeh^[11]研究了黏结的功能梯度材料带内含任意方向裂纹时的反平面裂纹问题。Ding 和 Li^[12]采用双参数指数函数形式研究功能梯度黏结材料的共线裂纹问题,假设梯度参数沿 x 方向变化,研究共线裂纹相交时的情况,运用 Fourier 变换将混合边值问题转化为求解 1 组奇异积分方程,利用复势理论估计和证明裂纹尖端处的奇异性,并得到应力强度因子的表达式。

Dag 等^[13]分别用积分变换-奇异积分技术和有限元方法研究了有限厚度正交各向异性功能梯度涂层-均匀正交各向异性基底间界面裂纹问题,并假设梯度涂层力学性质按指数函数变化。结果表明,当裂纹尖端保持力学属性的连续性,即使导数不连续,界面裂纹尖端的应力奇异状态与相应的正交各向异性功能梯度材料或均匀正交各向异性材料的应力奇异状态也是一致的,具有平方根奇异性。由于周期界面裂纹的复杂性,他们用数值方法求解了周期界面裂纹尖端应力强度因子。文献[14]—[16]用有限元法分别研究了正交各向异性功能梯度材料的应力强度因子、应变能释放率和 T-应力。Sladek 等^[17]首先将边界元法应用到非均匀介质中,最近他们又将局部边界积分方程应用到功能梯度材料问题的求解中^[18]。龙述尧等^[19]应用局部边界积分方程求解了平面弹性断裂问题。

2 功能梯度材料的断裂动力学行为研究

由于功能梯度材料的广泛应用,其结构不可避免地要受到变载荷的作用,研究功能梯度材料的动态断裂特性对深入理解功能梯度材料的破坏机理是很必要的。然而,限于问题的复杂性,对功能梯度材料动态断裂问题的研究相对较少。Chen^[20-21]分别研究了正交各向异性功能梯度层单裂纹三型冲击问题、功能梯度涂层-基底结构的梯度涂层内平行周期裂纹的动态问题。一些研究利用层合板的思想求解了非均匀材料或功能梯度材料在动态载荷作用下的反平面、平面裂纹问题以及圆币型裂纹问题,然而由于材料参数在裂纹所在层中为常数,因此可能在某些情况下难以考虑材料梯度的影响^[22-26]。Meguid 等^[27]用积分变换和奇异积分技术研究了无限大功能梯度中定长裂纹以常速扩展的问题,讨论了扩展速度、梯度指数及结构的几何尺寸对裂纹扩展动态行为的影响。其中,剪切模量和密度方向垂直于裂纹扩展方向且以相同指数函数变化,即

$$E(y) = E_0 \exp(\alpha y)$$

$$\rho(y) = \rho_0 \exp(\alpha y) \quad (2)$$

其中, E_0 和 ρ_0 分别为介质的杨氏模量和密度, α 为介质的梯度参数。最近, Ding 等^[28]研究了功能梯度材料共线裂纹的平面开裂问题,分别对内嵌裂纹、边缘裂纹以及穿透裂纹等情况进行了研究。

3 功能梯度材料热弹性断裂问题研究

功能梯度材料若应用到航天工程或其他结构中,常需要承受剧烈的温度载荷,因此研究功能梯度材料中裂纹在热载荷作用下的行为具有重要意义。近年来,在不同几何形状和边界条件的假设下,许多学者用解析和数值的方法研究了功能梯度材料的热弹性断裂问题。Noda 等^[29]利用积分变换方法研究了功能梯度材料含共线裂纹时,裂纹尖端在热载荷作用下的热应力强度因子。

El-Borgi 等^[30]考虑了梯度涂层黏结到均匀基层的表面裂纹问题,其中热流和梯度方向平行。由于正交各向异性材料研究的复杂性,对这方面的热弹性断裂问题研究得不多。Chen 等^[31]假设材料的物性参数按指数形式变化,研究了有限厚度正交各向异性功能梯度板条的稳态温度场问题。Dag 等^[32]分别用积分变换-奇异积分技术和有限元法研究了正交各向异性功能梯度材料嵌入裂纹的热弹性问题,讨论了材料梯度性质以及裂纹的周期性影响。Ding 和 Li^[33]探讨了功能梯度涂层-功能梯度基底界面裂纹部分导热的热效应问题,考虑热力学性质按指数形式变化,即

$$k_j = k_0 e^{\delta_j y}, \mu_j = \mu_0 e^{\beta_j y}, \alpha_j = \alpha_0 e^{\gamma_j y} \quad j=1,2 \quad (3)$$

其中, k_0, μ_0, α_0 分别为热传导系数、剪切模量和热膨胀系数。

假设裂纹区域存在热阻,裂纹面部分绝热,得到

$$\nabla^2 T_j + \delta_j \frac{\partial T_j}{\partial y} = 0 \quad j=1,2 \quad (4)$$

$$k_1 \frac{\partial T_1(x, h_1)}{\partial y} = -Q_0, \quad y=h_1 \quad |x| < +\infty \quad (5)$$

$$k_2 \frac{\partial T_2(x, -h_2)}{\partial y} = -Q_0, \quad y=-h_2 \quad |x| < +\infty \quad (6)$$

$$-k_0 \frac{\partial T_1(x, 0+)}{\partial y} = \frac{1}{R_c} [T_1(x, 0+) - T_2(x, 0-)] \quad |x| < c \quad (7)$$

$$T_1(x, 0+) = T_2(x, 0-) \quad |x| > c \quad (8)$$

$$\frac{\partial T_1(x, 0+)}{\partial y} = \frac{\partial T_2(x, 0-)}{\partial y} \quad |x| < \infty \quad (9)$$

其中, T 为温度; R_c 为裂纹区域导热热阻。

文献[33]通过积分变换得到满足偏微分方程的温度场、位移场和应力场的形式解,然后引入位错函数和边界条件得到奇异积分方程,进而取奇异积分方程中的奇异项分析得到热应力强度因子;分析了材料特性(弹性模量、热膨胀系数以及热传导系数)、梯度指数和无量纲热阻对温度分布及热应力强度因子的影响。Zhou 等^[34]研究了正交各向异性功能梯度材料中的裂纹在对流换热边界下的动态热效应问题。

4 功能梯度材料断裂行为的试验研究

与理论研究相比,目前有关功能梯度材料断裂行为的试验研究相对较少。这主要是因为大尺度的功能梯度材料试件难以制备、费用很高,且试验工艺复杂;而小尺寸的功能梯度材料试件梯度层很薄,试验数据提取困难,一些试验现象不易观测。有关功能梯度材料断裂行为的试验研究方法主要包括相干梯度敏感方法、云纹干涉方法、数字图像相关方法、光弹性方法、焦散线方法和其他非光测试验方法等。目前,通过试验研究,取得了以下研究成果。

Parameswaran 和 Shukla^[35]利用光弹技术和高速摄影系统研究了具有离散性质(层状)的功能梯度材料的动态断裂行为。Butcher 等^[36]首次报道了直接估计弹性参数连续变化的功能梯度材料中裂纹尖端变形和应力强度因子的试验方法,即在准静态载荷下,用光干涉法对 3 点弯曲试件的裂纹尖端应

力场进行测量,并与有限元结果做了比较,其中垂直于梯度方向的裂纹位于梯度界面上。Li 等^[37]研究了含有薄梯度层的紫外线照射聚合物板中的裂纹扩展问题,测量了远场载荷,并数值计算了沿梯度方向的裂纹扩展阻力。Carpenter 等^[38]发展了边界加载技术,得到了 Ti-TiB 功能梯度材料中的裂纹扩展阻力曲线。

Rouseau 和 Tippur^[39]研究了裂纹垂直和平行于梯度方向时的裂纹尖端应力场和应力强度因子,并进行了试验和分析,利用光学方法测量了裂纹尖端的变形和扩展情况^[40]。Rouseau 和 Tippur^[41]以功能梯度玻璃树脂作试件,采用固有梯度感应法(Coherent Gradient Sensing, CGS)测定了动态和静态加载条件下的裂纹尖端变形和断裂参数。Abanto-Bueno 和 Lambros^[42]利用全场测试技术——数字成像干涉法(Digital Image Correlation, DIC)测定了功能梯度材料中的裂纹扩展阻力曲线。Jain 和 Shukla^[43]用动态光弹技术和高速摄影系统研究了微粒加固的功能梯度材料传播裂纹附近的裂纹尖端速率和动态应力场。

5 结论与展望

与传统的陶瓷金属复合材料相比,功能梯度材料具有更好的热机械性能,非常适合用作热障涂层材料。功能梯度复合材料断裂力学分析是航空航天、核反应堆、内燃机和燃气机等领域中的关键技术问题,属于前沿学科,涉及到多学科(包括传热学、力学、材料科学等)的相互渗透。应当指出,功能梯度材料断裂力学研究在许多领域还有待去开发和创新(如现有研究多集中在弹性范围,而对非弹性和高温下与时间相关的断裂力学行为还很少涉及),相信随着研究的深入,必将会对功能梯度材料断裂力学行为产生新的认识,推动功能梯度材料性能和理论应用的发展。

参考文献(References)

- [1] Neubrand A, Rodel J. Gradient materials: An overview of a novel concept [J]. *Zeitschrift für Metallkunde*, 1997, 88(5): 358-371.
- [2] Paulino G H. Fracture of functionally graded materials [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2002, 69(14-16): 1519-1520.
- [3] Delale F, Erdogan F. The crack problem for a nonhomogeneous plane [J]. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 1983, 50(3): 609-614.
- [4] Eischen J W. Fracture of nonhomogeneous materials [J]. *International Journal of Fracture*, 1987, 34(1): 3-22.
- [5] 高廷凯. 各向异性功能梯度材料平面断裂力学分析 [J]. 中北大学学报, 2006, 27(1): 78-81.
Gao Tingkai. *Journal of North University of China: Natural Science Edition*, 2006, 27(1): 78-81.
- [6] Guo L C, Wu L Z, Ma L, et al. Fracture analysis of a functionally graded coating-substrate structure with a crack perpendicular to the interface—Part I: Static problem [J]. *International Journal of Fracture*, 2004, 127(1): 21-38.
- [7] Guo L C, Wu L Z, Ma L. The interface crack problem under a concentrated load for a functionally graded coating-substrate composite system [J]. *Composite Structures*, 2004, 63(3-4): 397-406.

- [8] Huang G Y, Wang Y S, Gross D. Fracture analysis of functionally graded coatings: Plane deformation [J]. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2003, 22(4): 535–544.
- [9] Huang G Y, Wang Y S, Yu S W. Fracture analysis of functionally graded interfacial zone under plane deformation [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2004, 41(3–4): 731–743.
- [10] 黄干云, 汪越胜, 余寿文. 功能梯度材料的平面断裂力学分析 [J]. 力学学报, 2005, 37(1): 1–8.
Huang Ganyun, Wang Yuesheng, Yu Shouwen. *Acta Mechanica Sinica*, 2005, 37(1): 1–8.
- [11] Chue C H, Yeh C N. Mode III fracture problem of two arbitrarily oriented cracks located within two bonded functionally graded material strips[J]. *Meccanica*, 2011, 46(2): 447–469
- [12] Ding S H, Li X. Mode-I crack problem for functionally graded layered structures[J]. *International Journal of Fracture*, 2011, 168(2): 209–226.
- [13] Dag S, Yildirim B, Erdogan F. Interface crack problems in graded orthotropic medium: Analytical and computational approaches [J]. *International Journal of Fracture*, 2004, 130(1): 471–496.
- [14] Kim J H, Glaucio H, Paulino. Mixed-mode fracture of orthotropic functionally graded materials using finite elements and the modified crack closure method[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2002, 69(14–16): 1557–1586.
- [15] Kim J H, Paulino G H. Mixed-mode J-integral formulation and implementation using graded element for fracture analysis of nonhomogeneous orthotropic material [J]. *Mechanics of Materials*, 2003, 35(1–2): 107–128.
- [16] Kim J H, Paulino G H. T-stress in orthotropic functionally graded materials: Lekhnitskii and stroh formalisms [J]. *International Journal of Fracture*, 2004, 126(4): 345–384.
- [17] Sladek J, Sladek V, Markechova I. Boundary element method analysis of stationary thermoelasticity problem in nonhomogeneous media [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1990, 30(3): 505–516.
- [18] Sladek J, Sladek V, Zhang Ch. Transient heat conduction analysis in functionally graded materials by the meshless local boundary integral equation method [J]. *Computational Materials Science*, 2003, 28(3–4): 494–504.
- [19] 龙述尧, 许敬晓. 弹性力学问题的局部边界积分方程方法[J]. 力学学报, 2000, 32(5): 566–578.
Long Shuyao, Xu Jingxiao. *Acta Mechanica Sinica*, 2000, 32(5): 566–578.
- [20] Chen J, Liu Z X. Transient response of a mode III crack in an orthotropic functionally graded strip [J]. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2005, 24(2): 325–336.
- [21] Chen J. Anti-plane problem of periodic cracks in functionally graded coating-substrate structure[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2006, 75(2–3): 138–152.
- [22] 王保林, 杜善义, 韩杰才. 非均匀复合材料反平面裂纹的动态断裂力学研究[J]. 复合材料学报, 1998, 15(4): 119–127.
Wang Baolin, Du Shanyi, Han Jiecai. *Acta Materialia Compositae Sinica*, 1998, 15(4): 119–127.
- [23] Wang B L, Han J C, Du S Y. Multi-crack problems for inhomogeneous composites subjected to dynamic antiplane loading [J]. *International Journal of Fracture*, 1999, 100: 343–353.
- [24] Wang B L, Han J C, Du S Y. Functionally graded penny-shaped cracks under dynamic loading[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 1999, 32(3): 165–175.
- [25] Wang B L, Han J C, Du S Y. Dynamic response for functionally graded materials with penny-shaped cracks[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 1999, 12(2): 106–113.
- [26] Wang B L, Han J C, Du S Y. Crack problems in nonhomogeneous composites subjected to dynamic loading [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2000, 37(9): 1251–1274.
- [27] Meguid S A, Wang X D, Jiang L Y. On the dynamic propagation of a finite crack in functionally graded materials [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2002, 69(14–16): 1753–1768.
- [28] Ding S H, Li X, Zhou Y T. Dynamic stress intensity factors of mode crack problem for functionally graded layered structures [J]. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2010, 56(1): 43–84.
- [29] Noda N, Wang B L. Transient thermoelastic responses of functionally graded materials containing collinear cracks [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2002, 69(14–16): 1791–1809.
- [30] El-Borgi S, Djemel M F, Abdelmoula R. A surface crack in a graded coating bonded to a homogeneous substrate under thermal loading[J]. *Journal of Thermal Stresses*, 2007, 31(2): 176–194.
- [31] Chen J, Soh A K, Liu J X, et al. Thermal fracture analysis of a functionally graded orthotropic strip with a crack [J]. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2004, 1(2): 131–141.
- [32] Dag S, Yildirim B, Sarikaya D. Mixed-mode fracture analysis of orthotropic functionally graded materials under mechanical and thermal loads [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, 44(24): 7816–7840.
- [33] Ding S H, Li X. Thermal stress intensity factors for an interface crack in a functionally graded layered structures [J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2011, 81(7): 943–955.
- [34] Zhou Y T, Li X, Yu D H. Transient thermal response of a partially insulated crack in an orthotropic functionally graded strip under convective heat supply [J]. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2009, 43(3): 191–221.
- [35] Parameswaran V, Shukla A. Dynamic fracture of a functionally gradient material having discrete property variation [J]. *Journal of Materials Science*, 1998, 33(13): 3303–3311.
- [36] Butcher R J, Rousseau C E, Tippu H V. A functionally graded particulate composite: Preparation, measurements and failure analysis[J]. *Acta Materialia*, 1999, 47(1): 259–268.
- [37] Li H, Lambros J, Cheeseman B, et al. Experimental investigation of quasi-static fracture of functionally graded material [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1999, 37(27): 3715–3723.
- [38] Carpenter R D, Paulino G H, Munir Z A, et al. A novel technique to generate sharp cracks in metal/ceramic functionally graded material by reverse 4-point bending[J]. *Scripta Materialia*, 2000, 43: 547–552.
- [39] Rousseau C E, Tippur H V. Compositionally graded materials with cracks normal to the elastic gradient [J]. *Acta Materialia*, 2000, 48(16): 4021–4033.
- [40] Rousseau C E, Tippur H V. Dynamic fracture of compositionally graded materials with cracks along the elastic gradient: Experiment and analysis[J]. *Mechanics of Materials*, 2001, 33(7): 404–421.
- [41] Rousseau C E, Tippur H V. Influence of elastic variations on crack initiation in functionally graded glass-filled epoxy [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2002, 69(14–16): 1679–1693.
- [42] Abanto-Bueno J, Lambros J. Investigation of crack growth in functionally graded materials using digital image correlation [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2002, 69(14–16): 1695–1711.
- [43] Jain N, Shukla A. Mixed mode dynamic fracture in particulate reinforced functionally graded[J]. *Experimental Mechanics*, 2006, 46(2): 137–154.

(责任编辑 孙秀云,代丽)