

# 矿井通风系统风量变化的可叠加性

闫振国<sup>1</sup>, 范京道<sup>2</sup>, 王红刚<sup>2</sup>

1. 西安科技大学安全技术研究所, 西安 710054
2. 西安科技大学能源学院, 西安 710054

**摘要** 对控制方程为线性的物理现象存在着线性叠加原理。保持其他因素不变, 通风系统风量变化与风阻变化之间是一种复杂的非线性关系, 因而不能直接应用线性叠加原理。然而, 以泰勒公式的应用为基础, 通过将非线性方程线性化, 则通风系统风量变化与风阻变化之间存在一定程度的可叠加性, 即当风阻变化较小时通风系统内某些分支风阻单独变化所产生的通风系统风量变化的叠加总近似等于这些分支风阻同时变化所产生的通风系统风量变化。这种可叠加性的误差随着风阻波动幅度的增加而增加。通风系统的可叠加性对于通风系统风量波动的估计和通风系统风量波动的原因识别都具有重要意义。然而, 对于大型复杂通风网络, 叠加误差随风阻改变分支数以及随风阻改变量的变化而变化的定量描述关系仍需进一步深入研究。

**关键词** 通风系统; 叠加原理; 风量波动; 误差

**中图分类号** TD722

**文献标识码** A

**doi** 10.3981/j.issn.1000-7857.2011.34.005

## Superposition Features of Air Flow's Changes in a Mine Ventilation System

YAN Zhenguo<sup>1</sup>, FAN Jingdao<sup>2</sup>, WANG Honggang<sup>2</sup>

1. Institute of Safety Technology, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China
2. Department of Energy, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China

**Abstract** The linear superposition principle applies where the governing equations of a physical problem are linear. Keeping other factors unchanged, in a ventilation system, the change of the air flow has a non-linear relation with that of the air resistance, and thus the linear superposition principle does not apply directly. Based on the Taylor's expansion, however, the superposition feature can apply to some extent for the changes of the air flow and the air resistance in a ventilation system by the linearization of the non linear equations, which means that in a ventilation system the variations of the air resistance of different parts can approximately be added up to calculate the air flow variation when the changes of air resistances are relatively small. The error of such kind of superposition increases with the expanded range of air resistance's variations. The superposition feature of a ventilation system is important for the evaluation and identification of the air flow's fluctuations. For a large and complex ventilation network, however, the application of the superposition method requires further studies.

**Keywords** ventilation system; superposition principle; air flows' fluctuation; error

### 0 引言

可叠加性是自然界中普遍存在的物理现象。物理学中的

叠加原理指出, 几个物理量同时存在时所产生的总效果等于各物理量单独存在时它们各自产生的效果的总和<sup>[1]</sup>。电学中

收稿日期: 2011-10-25; 修回日期: 2011-11-16

基金项目: 国家自然科学基金项目(51104116); 西安科技大学博士科研启动金项目(2010QDJ002)

作者简介: 闫振国, 工程师, 研究方向为矿井通风与瓦斯灾害防治, 电子信箱: maxwell79@126.com

场的叠加、力学中机械波的叠加、光学中的干涉现象等,都是在经典物理学范围内常见的叠加现象<sup>[9]</sup>。不同的物理现象之所以都具有叠加性,原因在于这些物理现象所满足的偏微分方程是线性的<sup>[9]</sup>。

在不考虑通风动力因素的情况下,通风系统风量变化的可叠加性是指系统内某些分支风阻单独变化所产生的通风系统风量变化的叠加是否等于这些分支风阻同时变化所产生的通风系统风量变化。关于通风系统风量、风阻变化关系方面的已有研究主要集中在灵敏度分析、异常值分析、可靠性分析和稳定性上<sup>[4-12]</sup>。由于通风系统的风量变化是一种极其复杂的非线性动力学现象,线性叠加原理并不能直接应用,其可叠加性是不成立的,因此有关通风系统风量变化可叠加性方面的研究甚少。但是,如果在一定的精度范围内将通风系统风量变化的非线性问题线性化,则在该精度范围内可叠加性是近似存在的。

### 1 通风系统风量变化的可叠加性

设通风网络  $G=(V,E)$ , 其中  $V$  为节点集合,  $E$  为分支集合<sup>[13]</sup>, 称处于平衡状态的各分支的风量  $Q_i^0$  和风阻  $R_i^0$  为初始风量和初始风阻。设  $c_1, c_2, c_3$  为风机性能曲线的系数,  $H_i$  为各分支自然风压, 则任意分支  $j$  的风量  $Q_j$  和各分支风阻  $R_j$ 、自然风压  $H_j$  及  $c_1, c_2, c_3$  之间关系可用如下的多元函数表示:

$$f_j=f_j(Q, R_1, R_2, \dots, R_n, H_1, H_2, \dots, H_n, c_1, c_2, c_3)=0 \quad (1)$$

在风机性能曲线不变、不考虑自然风压波动的情况下, 式(1)简化为

$$f_j=f_j(Q, R_1, R_2, \dots, R_n)=0 \quad (2)$$

对于复杂的通风网络, 式(2)为复杂的非线性方程, 其表达式难以写出。对式(2)在初始状态处用泰勒公式展开并略去二次以上的导数项, 可得

$$f_j(Q_j^0, R_1^0, R_2^0, \dots, R_n^0) + \frac{\partial f_j}{\partial Q_j} \Delta Q_j + \frac{\partial f_j}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial f_j}{\partial R_2} \Delta R_2 + \dots + \frac{\partial f_j}{\partial R_n} \Delta R_n = 0 \quad (3)$$

又因为

$$f_j(Q_j^0, R_1^0, R_2^0, \dots, R_n^0)=0$$

所以, 式(3)变为

$$\frac{\partial f_j}{\partial Q_j} \Delta Q_j + \frac{\partial f_j}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial f_j}{\partial R_2} \Delta R_2 + \dots + \frac{\partial f_j}{\partial R_n} \Delta R_n = 0 \quad (4)$$

移项整理可得

$$\Delta Q_j = \frac{\frac{\partial f_j}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial f_j}{\partial R_2} \Delta R_2 + \dots + \frac{\partial f_j}{\partial R_n} \Delta R_n}{\frac{\partial f_j}{\partial Q_j}} \quad (5)$$

由隐函数求导公式可得

$$\frac{\partial Q_j}{\partial R_i} = - \frac{\frac{\partial f_j}{\partial R_i}}{\frac{\partial f_j}{\partial Q_j}} \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)可得

$$\Delta Q_j = \frac{\partial f_j}{\partial R_1} \Delta R_1 + \frac{\partial f_j}{\partial R_2} \Delta R_2 + \dots + \frac{\partial f_j}{\partial R_n} \Delta R_n \quad (7)$$

式(7)写成矩阵形式, 即

$$[\Delta R_1, \Delta R_2, \dots, \Delta R_n] \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial R_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial R_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial R_n} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial R_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial R_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial R_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial R_1} & \frac{\partial Q_n}{\partial R_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial R_n} \end{bmatrix} = [\Delta Q_1, \Delta Q_2, \dots, \Delta Q_n] \quad (8)$$

式(8)中的矩阵即为灵敏度矩阵, 对应某一状态的灵敏度矩阵为一定值<sup>[5-8]</sup>。式(8)表明, 通风系统风量变化可由风阻变化与灵敏度乘积的线性叠加求出。也就是说, 在做适当的简化近似之后, 通风系统的风量变化具有可叠加性, 这种叠加的误差主要来源于应用泰勒公式造成的截断误差。

若假定通风网络解算的结果为准确值 (实际上风网解算也存在微小的误差), 则应用式(8)所产生的风量变化与准确的风量变化存在一定误差, 相对误差向量各分量可以表示为

$$\Delta \varepsilon_i = \left| \frac{\Delta Q_i' - \Delta Q_i}{\Delta Q_i'} \right| \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

其中,  $\Delta Q_i'$  为风阻变化时调用风网解算程序计算出的风量变化分量;  $\Delta Q_i$  为应用式(8)计算出的风量变化分量。式(9)中各误差分量组成相对误差向量  $\Delta \varepsilon = [\Delta \varepsilon_1, \Delta \varepsilon_2, \dots, \Delta \varepsilon_n]$ 。

### 2 实例分析

设有如图 1 所示的通风网络<sup>[14]</sup>, 其中分支 1 为风机分支, 风机性能曲线的系数为

$$c_1=2686.98, c_2=-31.96, c_3=-0.30$$

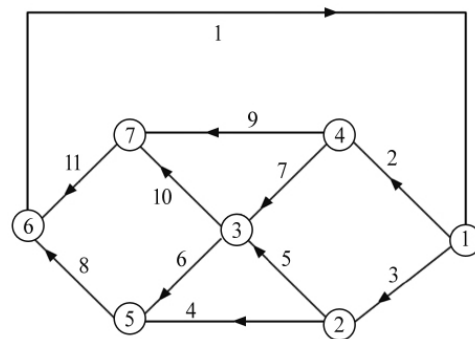


图 1 风网图

Fig. 1 Ventilation network

各分支基本信息如表 1 所示。

表 1 分支基本信息表  
Table 1 Basic information table of branches

分支编号	始节点	末节点	风阻/(N·s <sup>2</sup> ·m <sup>-8</sup> )	风量/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	风压/Pa
1	6	1	2.24649	29.135	-748.330
2	1	4	1.47150	14.168	295.376
3	1	2	1.37340	14.967	307.659
4	2	5	4.12020	7.079	203.473
5	2	3	1.17720	7.888	73.247
6	3	5	0.78480	13.031	133.277
7	4	3	0.98100	9.337	85.530
8	5	6	0.58860	20.110	238.052
9	4	7	5.88600	4.830	137.348
10	3	7	2.94300	4.193	51.761
11	7	6	3.92400	9.024	319.569

表 1 所示状态的灵敏度矩阵为

$$\begin{bmatrix}
 -14.714 & -7.155 & -7.559 & -3.577 & -3.983 & -6.581 & -4.716 & -10.157 & -2.439 & -2.118 & -4.558 \\
 -1.691 & -2.477 & 0.785 & -0.073 & 0.858 & -0.987 & -1.866 & -1.060 & -0.611 & -0.021 & -0.632 \\
 -1.994 & 0.877 & -2.870 & -0.862 & -2.009 & -0.635 & 0.839 & -1.497 & 0.038 & -0.535 & -0.497 \\
 -0.211 & -0.018 & -0.193 & -0.561 & 0.368 & 0.334 & -0.019 & -0.227 & 0.0005 & 0.015 & 0.016 \\
 -0.292 & 0.267 & -0.558 & 0.457 & -1.015 & -0.591 & 0.256 & -0.135 & 0.010 & -0.167 & -0.157 \\
 -1.316 & -0.835 & -0.481 & 1.132 & -1.613 & -2.988 & -0.815 & -1.856 & -0.020 & 0.560 & 0.540 \\
 -0.484 & -0.811 & 0.326 & -0.032 & 0.359 & -0.419 & -1.461 & -0.451 & 0.651 & -0.68 & -0.033 \\
 -4.838 & -2.135 & -2.703 & -1.828 & -0.875 & -4.421 & -2.092 & -6.249 & -0.043 & 1.454 & 1.411 \\
 -0.067 & -0.071 & 0.0039 & 0.0002 & 0.0037 & -0.0027 & 0.174 & -0.0025 & -0.245 & 0.181 & -0.065 \\
 -0.044 & -0.0018 & -0.042 & 0.0053 & -0.047 & 0.058 & -0.138 & 0.063 & 0.136 & -0.243 & -0.107 \\
 -0.437 & -0.256 & -0.181 & 0.025 & -0.206 & 0.259 & -0.031 & 0.284 & -0.225 & -0.496 & -0.721
 \end{bmatrix}$$

以两条分支的风阻变化为例, 现设分支 6 和分支 7 的风阻各增加自身风阻的 3%, 则调用风网解算程序计算出的风量变化向量为

(-0.1148, -0.0565, -0.0583, -0.0057, -0.0526, -0.1461, -0.0554, -0.118, -0.0012, 0.0381, 0.0369)

采用式(8)计算出的风量变化向量为

(-0.1164, -0.0573, -0.0591, -0.0056, -0.0534, -0.1484, -0.0561, -0.154, -0.0012, 0.0388, 0.0376)

应用式(9)计算出的相对误差向量为

(0.0135, 0.014, 0.013, 0.0098, 0.0155, 0.0157, 0.0134, 0.0148,

0.0407, 0.0195, 0.0188)

从相对误差向量可以看出, 当风阻变化较小时(本例为 3%), 通风系统风量变化的可叠加性基本可以满足。本例中除分支 9 的误差超过 4% 外, 其他分支的误差均不超过 2%。

然而, 当风阻变化较大时, 应用式(8)所示的线性叠加方法所产生的误差将逐渐增大, 这是因为此时式(2)中略去的二次以上导数项逐渐增大。

表 2 列出了分支 6 和分支 7 风阻变化幅度从 3% 到 30% 的过程中, 应用式(8)所得风量变化量与应用风网解算所得的结果之间的误差向量的变化情况。

表 2 风阻不同变化幅度时的相对误差向量 (i=6, 7)  
Table 2 Relative error under different varying range of resistances (i=6, 7)

$\frac{\Delta R_i}{R_i}/\%$	$\Delta \varepsilon_1$	$\Delta \varepsilon_2$	$\Delta \varepsilon_3$	$\Delta \varepsilon_4$	$\Delta \varepsilon_5$	$\Delta \varepsilon_6$	$\Delta \varepsilon_7$	$\Delta \varepsilon_8$	$\Delta \varepsilon_9$	$\Delta \varepsilon_{10}$	$\Delta \varepsilon_{11}$
3	0.0135	0.0140	0.0130	0.0098	0.0155	0.0157	0.0134	0.0148	0.0407	0.0195	0.0188
5	0.0225	0.0232	0.0217	0.0160	0.0257	0.0261	0.0223	0.0246	0.0670	0.0323	0.0311
10	0.0440	0.0455	0.0425	0.0303	0.0502	0.0510	0.0437	0.0480	0.1287	0.0627	0.0605
15	0.0644	0.0666	0.0623	0.0432	0.0735	0.0745	0.0640	0.0702	0.1850	0.0911	0.0880
20	0.0839	0.0866	0.0812	0.0548	0.0955	0.0967	0.0834	0.0912	0.2364	0.1177	0.1138
25	0.1024	0.1057	0.0991	0.0653	0.1164	0.1178	0.1018	0.1111	0.2837	0.1426	0.1380
30	0.1200	0.1238	0.1162	0.0747	0.1363	0.1377	0.1194	0.1300	0.3272	0.1661	0.1609

### 3 讨论与结论

本文以一个小型的简单通风网络展示了通风系统线性化之后风量随风阻变化的叠加原理的近似应用,指出在风阻变化幅度为3%时,通风系统风量变化的叠加误差最大为4%,平均不超过3%。从叠加原理的公式推导过程中可以看出,叠加误差的来源主要是应用泰勒公式时对二次以上导数项的省略。因此,当同时发生风阻改变的分支数目增加或某分支风阻改变量增加时,都将引起叠加误差的增加。在本例中,有两条分支风阻发生了改变,占总分支数的2/11,对于多达数百条分支的大型通风网络而言,在通风监控系统一个巡检周期内(通常不超过30s)有10%以上的分支风阻发生较显著的变化(3%以上)的概率很小,因此通常情况下对于大型复杂通风网络应用叠加原理获得较为满意的结果是可以期望的。然而这仅仅是定性的分析,对于大型的复杂通风网络而言,叠加误差随风阻改变分支数以及分支风阻改变幅度的变化规律仍需进一步深入的研究。

综上所述,本文可以得出如下结论:

(1) 通风系统的风量与风阻之间的函数关系是非线性的,严格来讲不存在可叠加性;

(2) 通过应用泰勒公式将通风系统风量与风阻之间的非线性函数关系线性化,可得到一定精度范围内的可叠加性;

(3) 以风网解算计算结果为准,则通风系统风量变化的可叠加性误差随风阻波动幅度的增加而增加;

(4) 在单条分支风阻变化对通风系统风量所造成的变化已知时,利用通风系统风量变化的可叠加性可以快速便捷地对多分支风阻变化条件下的风量波动进行估计;

(5) 当通风系统的风量波动已知时,可以应用式(8)对造成风量波动的风阻变化因素进行搜索和定位,这也是今后的重要研究内容。

#### 参考文献 (References)

- [1] 马秀艳, 韩国松. 叠加原理的数学基础及其在物理上的应用 [J]. 安阳师范学院学报, 2006(5): 24-26.  
Ma Xiuyan, Han Guosong. *Journal of Anyang Normal College*, 2006(5): 24-26.
- [2] 薛兴恒. 数学物理偏微分方程 [M]. 合肥: 中国科技大学出版社, 1995: 44.  
Xue Xingheng. *Mathematical physics and partial differential equation*[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 1995: 44.
- [3] 杨奇林. 数学物理方程与特殊函数 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 11.  
Yang Qilin. *Mathematical physics equation and special function* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 11.
- [4] 何学明, 徐安廷, 刘正东. 提高矿井通风系统的安全和可靠性[J]. 煤炭技术, 2003, 22(1): 46-48.  
He Xueming, Xu Anting, Liu Zhengdong. *Coal Technology*, 2003, 22(1): 46-48.
- [5] 吴勇华. 通风系统灵敏度分析 [J]. 西安矿业学院学报, 1992, 12(3): 207-221.  
Wu Yonghua. *Journal of Xi'an University of Science & Technology*, 1992, 12(3): 207-221.
- [6] 贾进章, 马恒, 刘剑. 基于灵敏度的通风系统稳定性分析[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2002, 21(4): 428-429.  
Jia Jinzhang, Ma Heng, Liu Jian. *Journal of Liaoning Technical University: Natural Science*, 2002, 21(4): 428-429.
- [7] 张强, 常心坦, 许晋源. 矿井风量监测异常值研究的模型与算法[J]. 西安矿业学院学报, 1998, 18(4): 301-303.  
Zhang Qiang, Chang Xintan, Xu Jinyuan. *Journal of Xi'an University of Science & Technology*, 1998, 18(4): 301-303.
- [8] 王红刚, 吴奉亮, 王雨. 基于灵敏度的通风网络风量异常值分析[J]. 煤矿安全, 2008, 9(9): 86-87.  
Wang Honggang, Wu Fengliang, Wang Yu. *Coal Safety*, 2008, 9(9): 86-87.
- [9] 李湖生. 矿井通风系统的敏感性和风流稳定性[J]. 淮南矿业学院学报, 1997, 17(3): 32-34.  
Li Husheng. *Journal of Huainan Mine Institute*, 1997, 17(3): 32-37.
- [10] 刘新, 郝晓华. 基于相对灵敏度的通风网络分支稳定性分析[J]. 矿业研究与开发, 2010, 30(3): 89-91.  
Liu Xin, Hao Xiaohua. *Mining Research & Development*, 2010, 30(3): 89-91.
- [11] 贾进章, 刘剑, 宋寿森. 通风系统稳定性数值分析 [J]. 矿业安全与环保, 2003, 30(6): 10-11.  
Jia Jinzhang, Liu Jian, Song Shousen. *Mine Safety & Environment Protection*, 2003, 30(6): 10-11.
- [12] 吴奉亮. 矿井复杂风网灵敏度求解及其稳定性分析[J]. 科技导报, 2011, 29(19): 62-65.  
Wu Fengliang. *Science and Technology Review*, 2011, 29(19): 62-65.
- [13] 张国枢. 通风安全学[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2000: 86.  
Zhang Guoshu. *Ventilation safety* [M]. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 2000: 86.
- [14] 刘泽功. 通风安全工程计算机模拟与预测 [M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1995: 87-106.  
Liu Zegong. *Computational simulation and prediction of ventilation safety engineering* [M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1995: 87-106.

(责任编辑 郑伟,刘志远)