

岩石节理面粗糙度的分形效应与试件尺寸影响分析

曹平, 罗磊, 刘涛影, 张科

中南大学资源与安全工程学院, 长沙 410083

摘要 岩石节理面的粗糙度是影响岩体变形、位移和强度的主要因素, 准确测量岩石节理表面的粗糙度对评价岩石力学特性非常重要。根据分形理论, 岩石节理表面具有分形特征, 可用分形维数描述节理表面的起伏度, 但是岩石节理表面粗糙度一般不具有严格的自相似分形性质, 因此, 表面分形参数(分形维数 D 和截距 A) 的量测结果受到尺度的影响。本文运用三维表面激光形貌仪扫描 10 个不同尺度的试件(尺寸为 $100\text{mm} \times 100\text{mm}$ — $1000\text{mm} \times 1000\text{mm}$), 结果表明, D 和 A 随试件尺寸增大而减小, 两参数都有尺度效应, 但存在一个极限尺寸。综合考虑岩石表面尺寸、试件长度以及测量尺度对岩石节理表面粗糙度的影响, 提出可靠的分形测量途径。

关键词 表面粗糙度; 自相似性; 分形测量; 分形维数; 截距; 尺度效应

中图分类号 TU455

文献标识码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2011.24.008

Analysis of the Fractal and Sample Size Effects of the Rock Joint Surface Roughness

CAO Ping, LUO Lei, LIU Taoying, ZHANG Ke

School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China

Abstract The surface roughness of rock joints is a major factor that influences the rock mass deformation, displacement and strength. So its determination is very important for the evaluation of rock mechanical properties. The rock joint surface may be assumed to have fractal characteristics, and its fractal dimension can be used to describe the roughness of the surface joints, but the surface roughness of rock joints generally does not strictly have the nature of fractal self-similarity, so, the measurement results of surface fractal parameters (fractal dimension D and the intercept A) would be affected by the scale. In this study, the 3-D superficial laser topography instrument was used to scan samples of 10 different sizes (ranging from $100\text{mm} \times 100\text{mm}$ to $1000\text{mm} \times 1000\text{mm}$). It is shown that both the fractal dimension D and the intercept A are indeed scale-dependent, but the scale effect and their values decrease with the increase of the size of the sampling windows, and a limit size exists. Considering the rock surface size, the sample length and the measurement scale on the rock joint surface roughness, an acceptable solution for fractal measurements is proposed to assess the properties of rocks.

Keywords surface roughness; self-similarity; fractal measurement; fractal dimension; intercept; scale effect

0 引言

经过漫长的地质构造以及受开挖活动的影响, 以完整块体存在的岩石是没有的。普遍存在的是由规模不同、性质各异的不连续面分隔成块体岩石的工程岩体^[1]。理论和实践都证明岩体的稳定性取决于岩体结构面的性质, 因此有必要对岩体结构面进行研究。岩体结构面粗糙度系数 JRC 是描述岩体结构面粗糙起伏状态的力学参数, 节理面粗糙性对变形和

破坏的影响, 目前已有相当多的研究。最早的成果是 Barton 于 1966 年提出来的, 他给出了粗糙结构面的剪切应力 τ 与法向应力 σ 的关系为^[2]

$$\tau = \sigma \tan(\phi_0 + i) \quad (1)$$

其中, ϕ_0 为岩石基本摩擦角, i 为起伏角。Barton 和 Choubel^[3]通过室内试验的测试统计, 给出了节理粗糙度 JRC 的标准剖面, 并建立了剪应力 τ 与 JRC 的关系:

收稿日期: 2010-12-28; 修回日期: 2011-05-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(10972238); 中南大学研究生学位论文创新资助项目(2010ssxt240)

作者简介: 曹平(中国科协所属全国学会个人会员登记号: S330730017M), 教授, 研究方向为岩土工程理论、试验和数值计算, 电子信箱: pcao_csu@tom.com



$$\tau=\sigma\tan[JRC]\lg(JCS/\sigma)+\phi_b\quad(2)$$

其中, JCS 为节理壁的压缩强度。参数 JRC 的量测较为困难,到目前为止还没有一个成熟的理论定量地量测 JRC 的值。1978年,Barton^[4]定义了0—20的10种 JRC 值的典型曲线(或剖面),并被国际岩石力学协会授为节理粗糙度的表示方法。实际上 JRC 是表征节理面粗糙度的一个几何参数。而分形几何中的分形维数 D 也可以用以描述这种粗糙度。近几十年来,已有学者应用分形几何定量地描述节理的粗糙度以及节理力学行为^[5]。通过标准轮廓曲线的粗糙度参数或分形维数 D 与 JRC 的回归分形,建立粗糙度参数或分形维数 D 与 JRC 的相关公式(表1)用于岩石节理面粗糙度系数 JRC 的估算^[6-10]。

表1 JRC 与粗糙度参数或分形维数 D 的相关公式
Table 1 Correlation formulas of JRC and roughness or fractal dimension

相关公式	研究者
$JRC=32.2+32.47\lg Z_2$	Tse & Cruden(1979) ^[10]
$JRC=37.28+16.58\lg SF$	Tse & Cruden(1979) ^[10]
$JRC=4.14+64.46Z_2$	Tse & Cruden(1979) ^[10]
$\cos i=L_d/L_l$	Turk & Dearman(1985) ^[7]
$\cos i=L_d^{(1-D)}$	Turk, et al.(1985) ^[7]
$JRC=\lg R/\lg 1.0910216$	王歧(1986) ^[10]
$JRC=-1022.55+1023.92D$	Carr & warriner(1987) ^[6,8]
$JRC=1000(D-1)$	Carr & warriner(1987) ^[6,8]
$\tan\alpha=\tan\alpha_0=[L/L_0]^{-D}$	Sakettlartou, et al.(1991) ^[10]
$JRC=-0.87804+27.7844(D-1)/0.015-16.9304[(D-1)/0.015]^2$	Lee, et al.(1990) ^[9]
$JRC=85.2671(D-1)^{0.5679}$	Xie H(1996) ^[10]

注: Z_2 为表面轮廓均方根; SF 为均方根偏距; R 为伸长率; L_d 为轮廓曲线长度; L_l 为轮廓直线长度; L 为结构面取样长度; L_0 为实验室尺寸结构面取样长度。

Notes: Z_2 -the root mean square of surface contour; SF -root mean square offset distance; R -elongation; L_d -coutour curve length; L_l -coutour linear length; L -the sample length of structure surface; L_0 - the sample length of lab size structure surface.

分形几何在定量描述不规则物体时,数学上表述成自相似或者自仿射性,即在任意尺度上都存在着类似的现象。

自然界中可以找到许多统计自相似和自仿射分形的例子,然而一些研究者发现并指出,岩石节理表面不具备严格的自相似性,在很大程度上表现出自仿射特性。这意味着复杂的岩石节理表面,在空间不同的方向上有截然不同的尺度规律。同时,表面结构的各向异性和非均匀性,使得分形测量结果受测量方法、取样长度、取样间隔和测量仪器分辨率的影响,即分形尺度效应问题。

本文根据对岩石表面量测的结果,对分形参数对描述岩石节理表面粗糙度中的几何意义和尺度效应进行了探讨和分析,提出获得可靠性测量结果的途径和方法,有助于实际

工程中对岩石节理表面的分形参数的量测。

1 岩石节理表面的分形特征

传统上,统计学、数学和分形理论都是定量地描述不规则的物体,作为描述不规则几何图形的一种特殊数学模型,分形模型能够预测不同尺度下几何表面的关系,分形维数 D 能够描述不规则图形的尺寸属性。一个物体的分形维数介于拓扑维数和欧德几何维数之间。表征一个自仿射分形物体至少需要2个参数:(1)分形维数 D ,它能有效地反应出粗糙度尺度效应;(2)截距 A ,它在一个相关尺度上能精确地表征出岩石节理表面方差。

目前,有许多不同的方法计算粗糙表面分形参数 D 和 A ,如尺码法^[11]、网格法^[12]、小岛法(SI)^[10]、幂律谱法^[13]和方差增量法^[14]等。受岩石材料微观结构、断裂机制和断裂环境等诸多因素的影响,岩石断裂表面结构和形态极其复杂,粗糙面在空间上的任意发展具有随机特征,难有适度的方程对其几何形态进行描述,但粗糙体的起伏变化与其所在的位置并非完全独立,在一定范围内,粗糙体的起伏变化程度与位置又表现出一定的相关性。让单值函数 $z(r)$ 表示粗糙面的高度分布,它随扩展距离 x 随机变化。该函数的增变量定义为:

$$V(r)=\frac{1}{N-j}\sum_{i=1}^{N-j}[z(x+r)-z(x_i)]^2\quad(3)$$

其中, $z(x_i)$ 为在 x_i 点的表面高度, r 为两个取样点的间距, N 为总的取样点数, j 为在 r 间距内的子取样点数。

根据分形理论,随机函数的分形性质可由式(4)表达:

$$V(r)=Ar^{2H}=Ar^\beta\quad(4)$$

在 $V(r)$ 与 r 的双对数关系图中, A 为曲线在 V 轴上的截距, β 为该曲线的斜率, H 为仿射指数($H=2-D$)。这样分形维数 D 由下式确定:

$$D=2-\beta/2\quad(5)$$

研究表明^[15],分形维数 D 主要描述粗糙表面的不规则程度,分形维数越大,表面越粗糙;截距 A 则与粗糙表面上的微凸体的坡度密切相关,截距 A 越大,微凸体的坡度越陡。实验结果表明^[16-18], D 和 A 交叉影响着岩石节理的变形和强度特性,一般具有高分形维数和低截距的岩石节理将产生较大的法向变形刚度;而具有较高分形维数及较大截距的岩石节理,则具有较大的切向刚度和抗剪强度。因此,从研究和确定岩石节理表面粗糙性与节理力学性质之间的关系角度看, D 和 A 是描述节理粗糙度的两个重要的自仿射分形参数,本文将着重分析这两个分形参数的尺度效应。

2 分形维数 D 和截距 A 的尺度效应

数学上,严格的自相似分形具有尺度不变性,即,无论在何种尺度测量,也不论采用多大的尺规,所测得的分形维数是一致的。这种尺度不变性性质确实给应用分形几何测量不规则分形物体带来了极大的便利。然而自然界中岩石节理表

面形态在某种程度上只具有统计自仿射分形的性质,因为粗糙表面的起伏变换和在空间的扩展模式遵从不同的尺度规律。因此,用自仿射分形度量岩石断裂面的粗糙性,势必会有尺度效应。

2.1 测量试件表面大小的影响

本文所涉及试验的岩石样本均取自甘肃省金川镍矿二矿区具有代表性的 1098—850m 中段的大理岩,通过现场观测得知此段岩体由于受到剪应力作用形成的节理基本都是剪节理,所以本文试验中的岩体节理面以剪节理统计。其统计的方法为在较大试件的节理面上分别测量不同长度区段的粗糙度,以保证所测节理特征相同。

利用英国 Taylor Hobson 公司生产的 Talysurf CLI 2000 三维表面激光形貌仪对试件表面进行扫描。其主要的技术参数为:垂直分辨率 $3\mu\text{m}$,横向分辨率 $70\mu\text{m}$,测量的最大坡度 25° ,测量最大速度(x 轴) 30mm/s 。用此激光仪分别扫描 10 个不同尺寸的试件(尺寸 $100\text{mm}\times 100\text{mm}$ — $1000\text{mm}\times 1000\text{mm}$),将试样放在操作平台上,由计算机操作,自动控制操作平台沿 x 轴和 y 轴方向移动,仪器每隔 0.02mm 采集一个数据点,每个节理面数据采集点在 100 万—1000 万不等,扫描图像如图 1 所示。

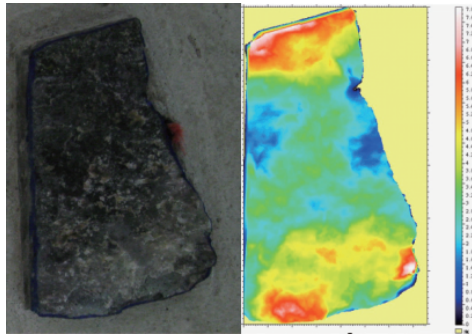


图 1 大理岩试件及扫描结果

Fig. 1 Sample and scan result for marble sample

由分形 Roughness—Length Method(RLM)^[19]理论可以统计出扫描岩体节理表面的分形维数 D 和截距 A 。再由 Matlab 二维分形程序进行校验得到的新的 D_m 和 A_m (表 2)。

由表 2 可以明显的看出,分形维数 D 和截距 A 随着试件尺寸的增大而逐渐减小,但并不是线性的,而是在一定尺寸范围后趋于平稳,这个极限尺寸由图 2 和图 3 可以得到,大约是 500mm 。因此,用分形参数讨论岩体表面节理粗糙度时,一定要考虑试件的尺寸因素。当试件尺寸小于这个极限尺寸时,岩石节理表面粗糙度有明显的尺度效应,而超过这个极限尺寸时,它的尺度效应不明显,并且小尺寸获得的分形参数不具有代表性。

对实验所得到的分形维数 D 进行拟合,拟合曲线如图 4 所示,可以看出,当试件的尺寸在 500mm 左右时曲线的曲率达到了最大,从而可以得到试件的确存在极限尺寸。

表 2 实验和数值分析获得不同尺寸的维数和截距

Table 2 Dimension and the intercept for samples of different sizes obtained from the experiment and the numerical analysis

试件尺寸 (mm×mm)	D	D_m	A/mm	A_m/mm
100×100	2.4207	2.4032	0.0188	0.0185
200×200	2.374	2.3554	0.0179	0.0172
300×300	2.3193	2.3240	0.0161	0.0166
400×400	2.285	2.307	0.0149	0.0158
500×500	2.2721	2.2998	0.014	0.0155
600×600	2.2664	2.2966	0.0139	0.0155
700×700	2.267	2.2942	0.0141	0.0154
800×800	2.2779	2.2938	0.0146	0.0153
900×900	2.2687	2.2932	0.0141	0.0152
1000×1000	2.2822	2.2928	0.0148	0.0153

拟合曲线的方程式:

$$D=0.2883e^{-\sqrt{171.0911}x}+2.2671 \quad (6)$$

式中 x 为试件尺寸。该式可以准确地描述出实验得到的分形维数 D 的规律。

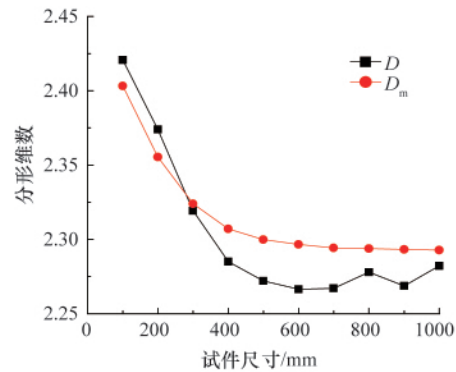


图 2 分形维数 D 和试件尺寸的关系

Fig. 2 Relationship between the fractal dimension D and the size of the sample

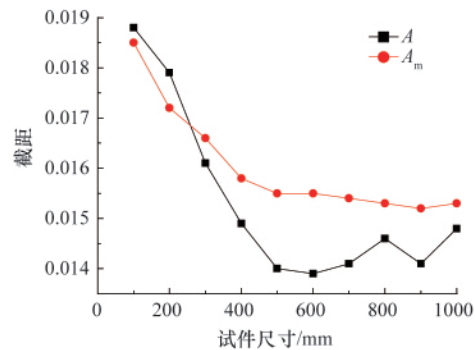


图 3 截距 A 和试件尺寸的关系

Fig. 3 Relationship between the amplitude parameter A and the size of the sample

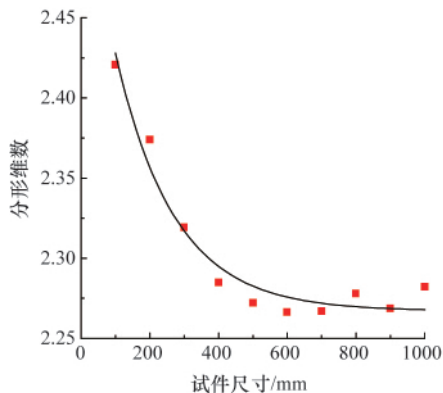


图4 实验数据拟合曲线

Fig. 4 Fitted curve of experimental data

2.2 测量试件长度的影响

王金安等^[17]曾对 150mm 的花岗岩拉断面分别按步距 Δr 为 0.125, 0.250, 0.500 和 1.000mm 进行激光扫描测量。然后在相同的断面上分别取 25, 50, 100, 150mm 的测量范围, 分别计算分形维数 D 和截距 A (图 5、图 6)。

如图 5 所示, 分形维数 D 一般随测量试件长度的增加呈正指数规律增大; 相反, 从图 6 可以得到截距 A 随测量试件长度的增加呈负指数规律递减。然而, 在达到一定测量尺度后, D 和 A 将趋向恒值, 不再随测量长度的增加发生显著变化, 即没有明显的尺度效应。

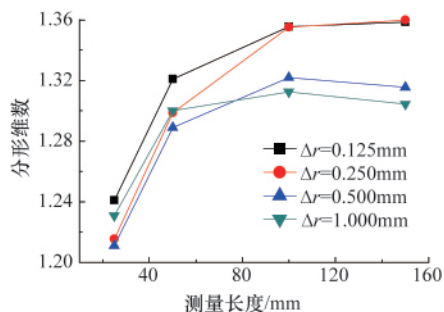


图5 花岗岩断裂面分形维数 D 的尺度效应

Fig. 5 Scale effect on fractal dimension of fractal profiles for granite sample

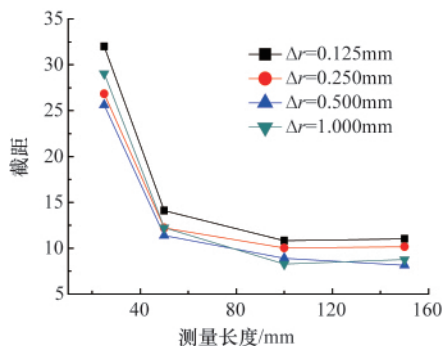


图6 花岗岩断裂面截距 A 的尺度效应

Fig. 6 Scale effect on the intercept of fractal profiles for granite sample

2.3 测量间距的影响

由分形关系:

$$N = \alpha \delta^{-D} \quad (7)$$

其中, α 为常数; N 为在码尺为 δ 下测量总次数; 得到尺码法或覆盖法分维的计算公式:

$$D = \lg N / \lg(1/\delta) \equiv 0 \quad (8)$$

而其充分必要条件为

$$\lg \alpha / \lg(1/\delta) \equiv 0 \quad (9)$$

这就要求尺码 $\delta \rightarrow 0$ 或足够小。尺码越小, 辨认出的表面结构就越精细。获得的分形维数有增大的趋势 (图 5—图 6)。但是, 对节理表面的识别受到测量仪器分辨率和材料结构本身的限制, 即分辨率极限和物理极限。超过这些极限, 将难以反映粗糙表面凸体细微结构特征和变化量方面的差别。所以在测量试件之前根据实际情况, 确定合适的测量间距, 以求获得最精准的结果。

3 结论

(1) 本文运用实验和 Matlab 编程软件分别得到了岩石节理表面大小的分形维数 D 和截距 A , 从结果可以看出, 在达到极限值之前, 岩石节理表面大小有着明显的尺度效应。这就意味着小试件有着更大的分形维数 D 和截距 A , 从而要求在选取要量测的试件时, 试件尺寸不能都在这个极限值以上或以下, 否则得到的结果不够精准。

(2) 统计分析发现, 加大测量试件的尺寸以及缩小测量间距, 所获得的各个剖面分形参数的平均值的标准误差和标准离差将明显降低。从这个意义上讲, 适当加大测量试件的尺寸以及缩小测量间距是克服分形尺度效应、改善和提高测量结果可靠性的有效途径。

通过本文的实验结果以及前人的研究成果分析可知岩石节理表面的确存在尺度效应。为了更准确的了解节理表面的分形特征, 建议将岩石节理表面分形测量的尺度效应和节理力学性质的尺度效应结合起来综合进行研究, 探求节理面的分形效应。

参考文献 (References)

- [1] 杜时贵. 岩体结构面的工程性质[M]. 北京: 地震出版社, 1999.
Du Shigui. The engineering properties of fractured rock mass[M]. Beijing: Earthquake Press, 1999.
- [2] Patton F D. Multiple models of shear failure in rock[C]//First Congress of International Mechanics. Lisbon, Portugal, 1966: 509-513.
- [3] Barton N, Chouhey V. The shear strength of rock joints in theory and practice [J]. *Rock Mechanics*, 1977, 10(1-2): 1-54.
- [4] Barton W E. Suggested methods for the quantitative description of discontinuities in rock masses [J]. *Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr*, 1978, 15(6): 319-368.
- [5] 杜守继, 耿洪涛, 周枝华. 岩石节理剪切过程中应力与渗流性的数值模拟[J]. *岩石力学与工程学报*, 2008, 27(12): 2473-2481.
Du Shouji, Geng Hongtao, Zhou Zhihua. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, 27(12): 2473-2481.

- [6] Carr J R, Warriner J B. Rock mass classification using fractal dimension [C]. The 28th US Symposium on Rock Mechanics, Tucson, June 29 – July 1, 1987: 78–80.
- [7] Turk N, Greig M J, Dearman W R, *et al.* Characterization of rock joint surfaces by fractal dimension [C]. 28th US Symposium on Rock Mechanics. Tucson, Tucson, June 29 – July 1, 1987: 1223–1236.
- [8] Carr J R. Fractal characterization of joint surface roughness in welded tuff at yucca mountain in Nevada, Rock Mechanics. As a Guide for Efficient Utilitation of Natural Resources [C]/Proc 30th US Symp, on Rock Mech, Morgantown. West Virginia, Balkema, Rotterdam, 1989: 193–200.
- [9] Lee Y H, Carr J R, Barr D J, *et al.* The fractal dimension as a measure of the roughness of rock discontinuity profiles [J]. *Int J Rock Mech Mm Sci & Geomech Abstr*, 1990, 27(6): 453–464.
- [10] 谢和平. 分形-岩石力学导论[M]. 北京: 科学出版社, 1996.
Xie Heping. Introduction to fractal rock mechanics[M]. Beijing: Science Press, 1996.
- [11] Mandelbrot B B. How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractal dimension[J]. *Science*, 1967, 156(3775): 636–638.
- [12] Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature [M]. New York: W H Freeman, 1982.
- [13] Brown S R, Scholz C H. Broad bandwidth study of the topography of natural rock surfaces[J]. *J Geophys Res*, 1985, 90(B14): 12575–12585.
- [14] Huang S L, Oelfke S M, Speck R C. Application of fractal characterization and modelling to rock joint profiles [J]. *Int J Rock Meth Min Sci & Geomech Abstr*, 1992, 29(2): 89–98.
- [15] 王金安, 谢和平, Kwasniewski M A. 应用激光技术和分形理论测量和描述岩石节理表面粗糙度 [J]. *岩石力学与工程学报*, 1997, 16(4): 354–361.
Wang Jin'an, Xie Heping, Kwasniewski M A. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1997, 16(4): 354–361.
- [16] 王金安, 谢和平, Kwasniewski M A. 剪切过程中岩石节理面粗糙度分形演化及力学特征[J]. *岩土工程学报*, 1997, 19(4): 2–9.
Wang Jin'an, Xie Heping, Kwasniewski M A. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1997, 19(4): 2–9.
- [17] 王金安, 谢和平, 田晓燕, 等. 岩石断裂表面分形测量的尺度效应[J]. *岩石力学与工程学报*, 2000, 19(1): 11–17.
Wang Jin'an, Xie Heping, Tian Xiaoyan, *et al.* *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000, 19(1): 11–17.
- [18] Burton N, Choubey V. The shear strength of rock joints in theory and practice[J]. *Rock Mech*, 1977, 10(1–2): 1–54.
- [19] Malinverno A. A simple method to estimate the fractal dimension of a self-affine series[J]. *Geophys Res Lett*, 1990, 17(11): 1953–1956.

(责任编辑 岳臣)

· 学术动态 ·



“第六届中国生物识别学术会议”征文

中国科学院自动化研究所、中国计算机学会和中国人工智能学会单位主办的“第六届中国生物识别学术会议”将于 2011 年 12 月 3—4 日在北京召开。

征文范围: 生物特征获取装置; 生物识别过程的人机交互; 生物特征质量评价; 生物特征信号质量增强; 基于生物特征的情感计算; 人脸检测、识别与跟踪; 指纹识别; 虹膜识别; 说话人识别; 笔迹(含签名)识别; 步态识别; 掌纹识别; 静脉识别; 其他生物特征的识别与处理; 多模态生物识别与信息融合; 生物特征数据库建设与合成; 生物特征识别应用与系统; 生物特征与其他信息安全技术的交叉融合(密码学、水印、信息隐藏等)等。

联系电话: 010-82610278; 电子信箱: znsun@nlpr.ia.ac.cn。

会议网站: <http://ccbr2011.csp.escience.cn/dct/page/1>。