

介观电容和电感耦合电路中的库仑阻塞效应

张玉强¹, 蔡绍洪^{1,2}

1. 贵州大学物理系, 贵阳 550025

2. 贵州财经学院数学与统计学院, 贵阳 550004

摘要 考虑到电荷在介观电容和电感耦合电路中不连续这一事实, 借助经典拉格朗日正则变换及有限微分薛定谔方程对电路中的库仑阻塞效应进行研究。结果显示, 影响电路中库仑阻塞的因素不仅有各个回路中的元件参数, 还有相互耦合的元件的参数, 从而进一步认识介观尺寸下的量子效应的特征和规律, 为微电子器件和集成电路的优化设计提供理论指导。

关键词 分立电荷; 介观耦合电路; 库仑阻塞效应

中图分类号 O413.1

文献标识码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2011.20.004

Coulomb Blockade Effect in Coupled Mesoscopic Capacitance and Inductance Circuit

ZHANG Yuqiang¹, CAI Shaohong^{1,2}

1. Department of Physics, Guizhou University, Guiyang 550025, China

2. School of Mathematics and Statistics, Guizhou College of Finance and Economics, Guiyang 550004, China

Abstract In view of the discreteness of electric charges in coupled mesoscopic capacitance and inductance circuit, the Coulomb blockade effect is studied by means of the classical Lagrangian canonical transformation and the finite-difference Schrödinger equation. The results show that Coulomb blockade effect is not only related with the component parameters of each circuit, but also with the coupling parameters, which would serve as an insight to understand the characteristics of the quantum in mesoscopic fields. This paper provides a theoretical basis for design of the micro-nano circuits and devices.

Keywords discrete charge; mesoscopic coupling circuit; Coulomb blockade effect

0 引言

随着科技特别是纳米技术的迅速发展, 新的现象及更先进的系统设计, 将揭示越来越多的新物理。在纳米技术中, 最紧迫的问题之一就是不断研究介观物理中的输运, 从而进一步完善解决原子尺度现象的全量子理论^[1]。20世纪80年代中期, 随着实验和理论研究的深入, 介观物理得到飞速发展^[2]。对介观系统中粒子数涨落的研究和控制已显示出极为丰富的、令人感兴趣的量子现象, 对微电路和纳米技术的蓬勃发

展提供了理论指导和技术支持^[3-5]。现有技术已能让微结构的尺寸远小于电子的平均自由程^[6]。当所研究的尺度达到电子两次非弹性碰撞之间的距离时, 必须考虑电路及器件中的量子效应。在基本的量子现象及量子信息中, 对介观系统中电子之间的相互作用的研究是重要课题之一。在从纳米到微米尺寸的导体范围内, 介观输运的现象尤为明显^[6]。在过去的几十年中, 对介观电路的研究引起了人们广泛的兴趣, 并已取得显著的有意义的成果^[7-9], 随着纳米技术的迅速发展, 对介

收稿日期: 2010-09-29; 修回日期: 2011-06-30

基金项目: 《科技导报》博士生创新研究资助计划项目(kjdb201001-9); 贵州省自然科学基金项目(黔科合J字[2010]2143); 贵州大学研究生创新基金项目(校研理工 2010046); 贵州省教育厅自然科学基金项目(黔教科 20090133)

作者简介: 张玉强, 博士研究生, 研究方向为介观系统中的量子相干效应, 电子信箱: zhyq123168@163.com; 蔡绍洪(通信作者), 教授, 研究方向为介观电子系统及复杂性, 电子信箱: aa.shcai@gzu.edu.cn

观导体的研究做了大量的工作^[10-12],特别是在降低微电路中的量子噪声等方面。当今对集成电路中线路及器件的研究加速了介观电子学的发展,目前人们研究介观电路中量子效应的方法主要有与经典谐振子相类比^[13]、在引入复正则电荷与电流的基础上借助于产生和湮灭算符将电路进行量子化^[14],以及直接考虑电路量子化^[15]3种,并在此基础上对介观电路处在真空态、压缩态、相干态等的量子效应进行了深入研究,得到了对生产和实践有重要指导意义的结论。但在过去的研究中,均将电荷作为连续量处理,对介观电路中量子效应的研究主要是在连续电荷的基础上。事实上,电荷是量子的、分立的。因此,有必要研究当电荷取分立值时介观电路中的量子效应。研究相干输运影响因素是一个富有挑战性的问题^[16],库仑阻塞是研究介观电子输运的重要内容之一,也是电子量子化的一个重要结果,对它的研究对单电子晶体管等电器元件的进一步优化设计会有所帮助。

鉴于此,本文研究了考虑电荷取分立值时,介观电容电感耦合电路中的库仑阻塞效应,找出其影响因素,以进一步完善介观物理中的量子理论,并为实验的设计及应用提供可行性的指导。

1 模型构建与量子化

电路的日趋复杂化是微电子器件研发的一大趋势,本文所研究的两网孔两元件介观耦合电路,从结构上看比以前多次研究的单网孔的情况复杂;从耦合元件的数量上看,也比单元件耦合多,因而相对而言,更具有普适性。

构建一个如图1所示的无耗散介观电容电感耦合电路,图中 $\varepsilon(t)$ 为其中一个回路中的电源,则图1耦合系统的拉格朗日量为

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 L_i \dot{q}_i^2 + \frac{1}{2} L (I_1 - I_2)^2 - \frac{(q_1 - q_2)^2}{2C} + q_1 \varepsilon(t) \quad (1)$$

其中, $i=1,2$; L 和 C 分别表示两回路耦合部分的电感和电容; $q_i(t)$ 是回路中的电荷表示“广义坐标”代替传统意义上的坐标。现在,引入“广义动量” $P_i(i=1,2)$,其表示如下:

$$\begin{cases} P_1 = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} = (L_1 + L) \dot{q}_1 - L \dot{q}_2 \\ P_2 = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} = (L_2 + L) \dot{q}_2 - L \dot{q}_1 \end{cases} \quad (2)$$

则可以得到相应系统的哈密顿量为

$$H = \frac{P_1^2}{2L_1} + \frac{P_2^2}{2L_2} - \frac{1}{2} \frac{LL_1L_2}{LL_1 + LL_2 + L_1L_2} \left(\frac{P_1}{L_1} - \frac{P_2}{L_2} \right)^2 + \frac{(q_1 - q_2)^2}{2C} - q_1 \varepsilon(t) \quad (3)$$

考虑到电荷取分立值,自轭算符 $\hat{q}$ 的本征值也取分立值^[15],即

$$\begin{cases} \hat{q}_1 |q\rangle_1 = n_1 q |q\rangle_1 \\ \hat{q}_2 |q\rangle_2 = n_2 q |q\rangle_2 \end{cases} \quad (4)$$

其中 $n_1, n_2 \in \mathbf{Z}$, $|q\rangle_1$ 和 $|q\rangle_2$ 分别代表两电路中电荷的本征值。

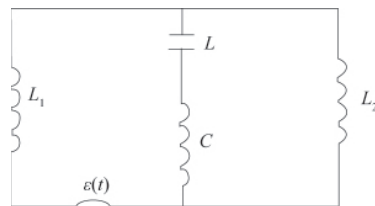


图1 介观电容电感耦合电路

Fig. 1 Coupled mesoscopic capacitance and inductance circuit

q_e 代表基本电荷,即 $q_e = 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ 。

定义最小位移算符为^[15]

$$\begin{cases} \hat{Q}_1 = \exp(iq_e \hat{p}_1 / \hbar) \\ \hat{Q}_2 = \exp(iq_e \hat{p}_2 / \hbar) \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\hbar$ 为普朗克常数。则用最小位移算符表示的左、右有限微分算符为

$$\begin{cases} \nabla_{q_e}^{(i)} = \frac{\hat{Q}_i - 1}{q_e} \\ \bar{\nabla}_{q_e}^{(i)} = \frac{1 - \hat{Q}_i}{q_e} \end{cases} \quad (6)$$

由式(6)易得

$$\bar{\nabla}_{q_e}^{(i)} = -\nabla_{q_e}^{(i)} \quad (7)$$

则自轭“动量”算符可表示为

$$\hat{p}_i = \frac{\hbar}{2i} (\nabla_{q_e}^{(i)} - \bar{\nabla}_{q_e}^{(i)}) = \frac{i\hbar}{2q_e} (\hat{Q}_i^\dagger - \hat{Q}_i) \quad (8)$$

结合式(6)一式(8),可得自由哈密顿算符为

$$\begin{aligned} \hat{H}_0 &= -\frac{\hbar^2}{2L_i} \nabla_{q_e}^{(i)} \bar{\nabla}_{q_e}^{(i)} = -\frac{\hbar^2}{2L_i q_e^2} (\hat{Q}_i^\dagger + \hat{Q}_i - 2) \\ &= \frac{\hbar^2}{2L_i q_e^2} (\bar{\nabla}_{q_e}^{(i)} - \nabla_{q_e}^{(i)}) \end{aligned} \quad (9)$$

则考虑电荷取分立值后,系统量子化后哈密顿量的形式为

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \frac{\hbar^2}{2q_e} \sum_{i=1}^2 \frac{\bar{\nabla}_{q_e}^{(i)} - \nabla_{q_e}^{(i)}}{L_i} - \frac{\hbar^2}{8} L \left[\frac{1}{L_1} (\bar{\nabla}_{q_e}^{(1)} + \nabla_{q_e}^{(1)}) - \frac{1}{L_2} (\bar{\nabla}_{q_e}^{(2)} + \nabla_{q_e}^{(2)}) \right]^2 + \\ &\quad \frac{(\hat{q}_1 - \hat{q}_2)^2}{2C} - \hat{q}_1 \varepsilon(t) \end{aligned} \quad (10)$$

2 数值计算与结果分析

由于电源对介观电路系统的作用时间远大于原子的特征时间,因此在绝热近似的情况下, $\varepsilon(t)$ 可看作一个常数 ε 。由式(10)可得有限微分薛定谔方程为

$$\begin{aligned} &\left\{ \frac{\hbar^2}{2q_e} \sum_{i=1}^2 \frac{\bar{\nabla}_{q_e}^{(i)} - \nabla_{q_e}^{(i)}}{L_i} - \frac{\hbar^2}{8} L \left[\frac{1}{L_1} (\bar{\nabla}_{q_e}^{(1)} + \nabla_{q_e}^{(1)}) - \frac{1}{L_2} (\bar{\nabla}_{q_e}^{(2)} + \nabla_{q_e}^{(2)}) \right]^2 + \right. \\ &\quad \left. \frac{(\hat{q}_1 - \hat{q}_2)^2}{2C} - \hat{q}_1 \varepsilon(t) \right\} |\psi\rangle = E |\psi\rangle \end{aligned} \quad (11)$$

为求解量子化后的薛定谔方程,引入如下形式的变换:

$$\begin{bmatrix} \hat{q}_1 \\ \hat{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu \cos \frac{\varphi}{2} & \nu \sin \frac{\varphi}{2} \\ -\mu \sin \frac{\varphi}{2} & \mu \cos \frac{\varphi}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{q}'_1 \\ \hat{q}'_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu \cos \frac{\varphi}{2} & \mu \sin \frac{\varphi}{2} \\ -\nu \sin \frac{\varphi}{2} & \nu \cos \frac{\varphi}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{p}'_1 \\ \hat{p}'_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} \nu = \left(\frac{L_2}{L_1} \right)^{\frac{1}{4}} \\ \mu = \frac{1}{\nu} = \left(\frac{L_1}{L_2} \right)^{\frac{1}{4}} \end{cases} \quad (14)$$

$$\tan \varphi = \frac{L}{(L+L_1)\nu^2 - (L+L_2)\mu^2} \quad (15)$$

由式(11)一式(15),式(11)中的薛定谔方程变为

$$\begin{aligned} & -\frac{\hbar^2}{q_e \alpha_1} \left\{ \cos \left[\frac{q_e}{\hbar} \mu \left(\hat{p}'_1 \cos \frac{\varphi}{2} + \hat{p}'_2 \sin \frac{\varphi}{2} \right) \right] - 1 \right\} - \\ & \frac{\hbar^2}{q_e \alpha_2} \left\{ \cos \left[\frac{q_e}{\hbar} \mu \left(\hat{p}'_2 \cos \frac{\varphi}{2} + \hat{p}'_1 \sin \frac{\varphi}{2} \right) \right] - 1 \right\} + \\ & \frac{1}{2} \beta_1 \left(\hat{q}'_1 - \frac{\varepsilon_A}{\beta_1} \right) + \frac{1}{2} \beta_2 \left(\hat{q}'_2 - \frac{\varepsilon_B}{\beta_2} \right) | \tilde{\psi} \rangle = \tilde{E} | \tilde{\psi} \rangle \quad (16) \end{aligned}$$

其中

$$\frac{1}{\alpha_1} = \frac{L+L_2}{L_1 L_2 + L_1 L + L_2 L} \mu^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{L+L_2}{L_1 L_2 + L_1 L + L_2 L} \nu^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{L}{L_1 L_2 + L_1 L + L_2 L} \sin \varphi \quad (17)$$

$$\frac{1}{\alpha_2} = \frac{L+L_2}{L_1 L_2 + L_1 L + L_2 L} \mu^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{L+L_2}{L_1 L_2 + L_1 L + L_2 L} \nu^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} - \frac{L}{L_1 L_2 + L_1 L + L_2 L} \sin \varphi \quad (18)$$

$$\beta_1 = \frac{\nu^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} + \mu^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} + 2 \cos \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\varphi}{2}}{C} \quad (19)$$

$$\beta_2 = \frac{\nu^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \mu^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} - 2 \cos \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\varphi}{2}}{C} \quad (20)$$

$$\varepsilon_A = \nu \varepsilon \cos \frac{\varphi}{2} \quad (21)$$

$$\varepsilon_B = \nu \varepsilon \sin \frac{\varphi}{2} \quad (22)$$

$$\tilde{E} = E + \frac{1}{2} \beta_1 \varepsilon_A^2 + \frac{1}{2} \beta_2 \varepsilon_B^2 \quad (23)$$

考虑到电荷取分立值的事实,必须符合式(4),由式(12)和式(16)可得

$$\begin{cases} \varepsilon_A = m \beta_1 q_e \\ \varepsilon_B = n \beta_2 q_e \end{cases} \quad (24)$$

不难得到,电源电压的表达式为

$$\varepsilon = \mu \left(m \beta_1 q_e \cos \frac{\varphi}{2} + n \beta_2 q_e \sin \frac{\varphi}{2} \right) \quad (25)$$

这就是在介观电容电感耦合电路中的库仑阻塞效应。由式(14)、式(15)和式(24)可以看出,在绝热近似条件下,考虑电荷取分立值时,库仑阻塞效应的大小不但与各回路的元件参数(L_1, L_2)有关,还与耦合的元件参数(L, C)有关;并由式(25)可知,在此条件下,无耗散介观电容和电感耦合电路中的电压的取值也是不连续的。库仑阻塞效应作为单电子重要现象之一,Yano 等于 1994 年在多晶体硅超薄膜中首次观测到^[17],并对其在室温下的情况进行了观测^[18];另外,对半导体量子点中的库仑阻塞效应峰值的分布也在实验中得到观测和研究^[19]等,所有这些,拓展了单电子器件的应用前景,促进了介观电子学的快速发展。

3 结论

本文在考虑介观电容电感耦合电路中电荷量子化的情况下,给出了影响介观两元件耦合电路库仑阻塞效应的因素。结果显示,介观耦合电路中的库仑阻塞效应不仅与每个回路中的元件的参数有关,还与相互耦合元件的参数有关。本文结果丰富了介观电路的量子理论,可为介观领域中的实际应用提供有益参考,对微电路的优化设计及降低其中量子噪声和量子计算、量子信息的研究有重要指导意义。

参考文献 (References)

- [1] Ferretti A, Calzolari A, Felice R D, *et al.* First-principles theory of correlated transport through nanojunctions [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 94 (11): 116802.
- [2] Gueorguiev G K, Pacheco J M, Toma'nek D. Quantum size effects in the polarizability of carbon fullerenes [J]. *Phys Rev Lett*, 2004, 92 (21): 215501.
- [3] Imry Y. Introduction to mesoscopic physics [M]. London: Oxford University Press, 1997.
- [4] Lebanon E, Coleman P. Nonequilibrium noise as a probe of the kondo effect in mesoscopic wires [J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 95(4): 046803.
- [5] Levy S, Lahoud E, Shomroni I, *et al.* The a.c. and d.c. Josephson effects in a Bose-Einstein condensate [J]. *Nature*, 2007, 449: 579-583.
- [6] Datta S. Transport in mesoscopic systems [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2002.
- [7] Chen B, Shen X, Li Y, *et al.* Dynamic theory for the mesoscopic electric circuit [J]. *Phys Lett A*, 2005, 335: 103-109.
- [8] Xu X L, Li H Q, Wang J S. Quantum fluctuation of mesoscopic RLC circuit involving complicated in thermal squeezed state [J]. *Physica B*, 2007, 396(1/2): 199-206.
- [9] Gabelli J, Fève G, Berroir J M, *et al.* A quantum mesoscopic RC circuit realized in a 2D electron gas [J]. *Physica E*, 2006, 34(1-2): 576-579.
- [10] Carr L D, Wall M L, Schimer D G, *et al.* Mesoscopic effects in quantum phases of ultracold quantum gases in optical lattices [J]. *Phys Rev A*, 2010, 81(1): 013613.
- [11] Bednorz A, Belzig W. Models of mesoscopic time-resolved current detection [J]. *Phys Rev B*, 2010, 81(12): 125112.
- [12] Rotter S, Alhassid Y. Strong-coupling limit of a Kondo spin coupled to a mesoscopic quantum dot: Effective Hamiltonian in the presence of exchange correlations [J]. *Phys Rev B*, 2009, 80(18): 184404.

- [13] 路易塞尔. 辐射的量子统计性质[M]. 北京: 科学出版社, 1982.
Louisell. Quantum statistical properties of radiation[M]. Beijing: Science Press, 1982.
- [14] Zhang Z M, He L S, Zhou S K. A quantum theory of an RLC circuit with a source[J]. *Phys Lett A*, 1998, 224(4): 196-200.
- [15] Li Y, Chen B. Quantum theory for mesoscopic electric circuits [J]. *Phys Rev B*, 1996, 53(7): 4027-4032.
- [16] Sa'nchez R, Lo'pez R, Sa'nchez D, *et al.* Mesoscopic Coulomb drag, broken detailed balance, and fluctuation relations [J]. *Phys Rev Lett*, 2010, 104(7): 076801.

- [17] Yano K, Ishii T, Hashimoto H, *et al.* Impact of Coulomb blockade on low-charge limit of memory device [J]. *IEEE Trans Electron Devices*, 1994, 41(9): 1628-1638.
- [18] Qin H, Gu X, Lu H, Liu J, *et al.* Observation of Coulomb-blockade in a field-effect transistor with silicon nanocrystal floating gate at room temperature[J]. *Solid State Communications*, 1999, 111(3): 171-174.
- [19] Folk J A, Patel S R, Godijn S F, *et al.* Statistics and parametric correlations of Coulomb blockade peak fluctuations in quantum dots[J]. *Phys Rev Lett*, 1996, 76(10): 1699-1702.

(责任编辑 代丽)

·学术动态·



“中国感光学会 2011 年学术年会”征文

中国感光学会将于 2011 年 11 月下旬以“数字时代的影像科学与技术”为主题召开“中国感光学会 2011 年学术年会”。

征文范围: 影像的捕获方法、系统与设备; 色彩科学与技术; 数字图像处理、操作与传送; 新型成像材料和相关功能材料, 如光化学成像材料、光热成像材料、光电子材料、发光与显示材料、激光直接成像的高灵敏材料、微刻 / 纳米刻的新工艺和材料、其他先进和新颖的成像功能材料; 紫外光固化材料与技术; 数字影像呈现和显示技术与器件, 如数字影像呈现的新方法和算法、柔性有机显示器、类纸显示器和电子纸、其他新型影像呈现和显示系统和技术; 数字影像及其相关性能的评价方法和设备; 数字成像技术和系统, 如数字照相机、数字医学影像、遥感、智能影像、其他新颖的数字成像技术和系统; 硬拷贝和输出系统相关领域的科学与技术, 包括静电照相技术、喷墨成像技术、热敏成像技术、磁成像技术、其他新型成像系统和技术; 数字冲印技术和系统; 数字和按需印刷 / 出版技术和系统; 其他与影像相关的科学技术、器材和系统。

征文截止日期: 2011 年 8 月 30 日。

联系电话: 010-82543686, 010-82543687; **传真:** 010-82543687。

电子信箱: xh@csist.org.cn。

会议网址: www.csist.org.cn。

《科技导报》征集“封面文章”

为快速反映我国最新科技研究成果,《科技导报》拟利用刊物最显著位置——封面将最新科研成果第一时间予以突出报道。来稿要求: 研究成果具创新性或新颖性; 反映该领域我国乃至世界前沿研究水平; 可以图片形式予以反映, 图片美观、清晰、分辨率超过 300dpi; 文章篇幅不限, 要说明研究的背景、方法、取得的结果, 以及结论。在线投稿: www.kjdb.org。

