

基于遗传算法的直觉模糊 C 均值聚类算法

刘守生, 王 忠, 张 露

解放军理工大学理学院, 南京 211101

摘要 针对一般直觉模糊 C 均值聚类算法在寻优过程中易陷入局部最优解的问题, 利用遗传算法具备全局寻优的优点, 提出了一种基于遗传算法的直觉模糊 C 均值聚类算法。在该算法中聚类中心为直觉模糊数, 这使得遗传过程中个体信息变得复杂, 进而增大了约束问题的处理难度。本文对产生的个体采用适时分段的归一化方法, 很好地解决了该问题。仿真结果表明该算法所得聚类结果不仅准确而且更为细致。

关键词 直觉模糊集; 直觉模糊 C 均值聚类; 遗传算法

中图分类号 TP182

文献标识码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2011.14.008

Intuitionistic Fuzzy C-means Clustering Algorithms Based on Genetic Algorithms

LIU Shousheng, WANG Zhong, ZHANG Lu

Institute of Sciences, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China

Abstract In this paper, an intuitionistic fuzzy C-means clustering algorithms (IFCM) based on genetic algorithms is proposed. Compared with other methods based on various similarity matrixs, more objective results can be obtained by utilizing the optimal method to do clustering analysis. Firstly, the IFCM clustering method currently in use is discussed. By using this method, a local optimal value may be obtained as fuzzy C-means. The method proposed in this paper can overcome this drawback by combining that method with the GA method. In this process, the main problem is that the real number is changed into the intuitionistic fuzzy number. As a result, the clustering center is also changed from a real number to an intuitionistic fuzzy number. There may be some difficulty in handling with each clustering center, because the sum of membership, non-membership and uncertainty must be considered for each intuitionistic fuzzy number. In the GA program, after the cross operation, normalization is done for each clustering center to get the ideal results. At the end of this paper, an example is given and three methods are compared to illustrate the effectiveness of this method.

Keywords intuitionistic fuzzy sets; intuitionistic fuzzy C-means clustering algorithms; genetic algorithm

0 引言

自直觉模糊集于 1986 年由 Atanassov^[1]提出以来, 引起国内外很多学者的关注并被应用于社会生活的诸多领域, 如决策分析^[2]、模式识别^[3]、医疗诊断^[4]等。面对越来越大的信息量, 如何实现对其又快又好的分析亟待解决。聚类分析作为其中一种处理信息的有效工具, 已有很长的发展历史, 但其在直觉模糊集方面的发展刚刚起步。目前已有的直觉模糊聚类方法主要有基于等价关系的聚类方法^[5-6]、基于关联矩阵的直觉模糊聚类算法^[7]、直觉模糊等价相异矩阵的聚类方法^[8]等。这些算法的思路都是先求得能表征各方案之间相互关系的矩

阵, 然后求相应矩阵的传递闭包得到等价传递矩阵, 最后由等价传递矩阵的截矩阵实现分类。这类算法聚类结果的好坏与度量方案间相互关系时所选用的方法密切相关, 有很大的人为因素。基于熵最大的直觉模糊聚类^[9]算法类似于传统的模糊 C 均值 (FCM) 算法, 都是基于目标函数寻优的迭代算法, 这种方法降低了人为因素, 但在迭代过程中有可能会陷入局部最优值。FCM 算法作为一种经典的聚类算法能否在直觉模糊集中发挥同样的作用也已引起学者的关注。文献[10]成功地进行了拓展并取得了较好的结果。

如 FCM 一样, 直觉模糊 C 均值 (IFCM) 也是基于目标函

收稿日期: 2011-01-11; 修回日期: 2011-04-18

作者简介: 刘守生, 教授, 研究方向为最优化方法与智能计算, 电子信箱: ssluunuaa@sina.com

数的一种聚类算法。由于该类算法在对目标函数寻优时有可能陷入局部最优值,针对此问题许多学者也对其进行了研究并提出了很多解决办法^[11-12]。遗传算法^[13]是借鉴生物的自然选择和遗传进化机制而提出的一种全局优化自适应概率搜索算法。该算法可以克服上述缺陷并且具有很好的鲁棒性。本文将已有的 IFCM 算法与遗传算法相结合,从而克服 IFCM 算法有可能陷入局部最优值的缺陷。

1 直觉模糊 C 均值聚类算法

1.1 直觉模糊集相关概念及运算

定义 1^[1] 设 X 是一个非空集合,则称

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle | x \in X \}$$

为直觉模糊集,其中 $\mu_A(x)$ 和 $\nu_A(x)$ 分别为 X 中元素 x 属于 A 的隶属度和非隶属度,即

$$\mu_A: X \rightarrow [0, 1], x \in X \rightarrow \mu_A(x) \in [0, 1]$$

$$\nu_A: X \rightarrow [0, 1], x \in X \rightarrow \nu_A(x) \in [0, 1]$$

且满足条件 $\mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$ 。

定义 2^[14] 对于 X 中每一直觉模糊集 A ,如果 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \nu_A(x)$,则称 $\pi_A(x)$ 为元素 x 属于 A 的犹豫度(或直觉指标),显然 $0 \leq \pi_A(x) \leq 1$ 。特别地,如果对于所有 $x \in X$ 都有 $\pi_A(x) = 0$,则 A 退化为模糊集;如果对于所有 $x \in X$ 都有 $\mu_A(x) = \nu_A(x) = 0$,则直觉模糊集 A 是完全犹豫的。

若 X 为有限集,考虑集合 X 中元素 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的重要程度可能不同,令 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 为权重向量,且满足 $\omega_i \geq 0, i=1, 2, \dots, n, \sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ 。对于两个直觉模糊集 A 和 B ,文献[15]定义了如下加权欧式距离:

$$d_1(A, B) = \left(\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \omega_i ((\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i))^2 + (\nu_A(x_i) - \nu_B(x_i))^2 + (\pi_A(x_i) - \pi_B(x_i))^2) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

特别地,如果 $\omega = (1/n, 1/n, \dots, 1/n)$,则式(1)退化为规范化的欧式距离^[16]:

$$d_2(A, B) = \left(\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n ((\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i))^2 + (\nu_A(x_i) - \nu_B(x_i))^2 + (\pi_A(x_i) - \pi_B(x_i))^2) \right)^{\frac{1}{2}}$$

1.2 直觉模糊 C 均值聚类算法

文献[10]针对直觉模糊 C 均值聚类算法提出了如下数学模型:

$$\begin{aligned} \min J_m(U, V) &= \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^c u_{ij}^m d_1^2(Z_j, V_i) \\ \text{s.t.} \quad &\begin{cases} \sum_{i=1}^c u_{ij} = 1 & 1 \leq j \leq p \\ u_{ij} \geq 0 & 1 \leq i \leq c, 1 \leq j \leq p \\ \sum_{j=1}^p u_{ij} > 0 & 1 \leq i \leq c \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $Z = \{Z_1, Z_2, \dots, Z_p\}$ 为 p 个直觉模糊集的集合, $Z_j (1 \leq j \leq p)$ 为 n 维直觉模糊向量, $c (1 \leq c \leq p)$ 为类别数, $V_i (1 \leq i \leq c)$ 为第 i 类的直觉模糊聚类中心,参数 m 为模糊因子 ($m > 1$), u_{ij} 为第 j 个样本 Z_j 隶属于第 i 类的隶属度,划分矩阵 $U = (u_{ij})$ 为 c 行 p 列的矩阵。

针对上述数学模型,文献[10]给出了如下求解过程:

步骤 1 随机产生聚类中心 $V(0)$,令 $k=0$,并置 $\varepsilon > 0$ 。

步骤 2 计算 $U(k) = (u_{ij}(k))_{c \times p}$,其中

(1) 如果对于所有 $j, r, d_1(Z_j, V_r(k)) > 0$,则

$$u_{ij}(k) = \frac{1}{\sum_{i=1}^c \left(\frac{d_1(Z_j, V_i(k))}{d_1(Z_j, V_r(k))} \right)^{\frac{2}{m-1}}} \quad 1 \leq i \leq c, 1 \leq j \leq p$$

(2) 如果存在 j, r ,满足 $d_1(Z_j, V_r(k)) = 0$,则令 $u_{ij}(k) = 1$ 且 $u_{ij}(k) = 0 (i \neq r)$ 。

步骤 3 计算 $V_1(k+1), V_2(k+1), \dots, V_c(k+1)$ 。

$$V_i(k+1) = f(Z, \omega^{(i)}(k+1)) =$$

$$\left\{ \left\langle x_l, \sum_{j=1}^p \omega_j^{(i)} \mu_{Z_j}(x_l), \sum_{j=1}^p \omega_j^{(i)} \nu_{Z_j}(x_l) \right\rangle \mid 1 \leq l \leq n \right\} \quad 1 \leq i \leq c \quad (3)$$

其中

$$\omega^{(i)}(k+1) = \left\{ \frac{u_{i1}(k)}{\sum_{j=1}^p u_{ij}(k)}, \frac{u_{i2}(k)}{\sum_{j=1}^p u_{ij}(k)}, \dots, \frac{u_{ip}(k)}{\sum_{j=1}^p u_{ij}(k)} \right\} \quad 1 \leq i \leq c$$

步骤 4 如果 $\sum_{i=1}^c d_1(V_i(k), V_i(k+1)) / c < \varepsilon$,则执行步骤 5;

否则,令 $k=k+1$,返回步骤 2。

步骤 5 结束。

在求得划分矩阵后,划分矩阵中元素的数值表示了对应样本属于该类的隶属度的大小。划分矩阵的行数表示了要分类的数目,列数表示了样本的个数,其中每一列的最大值表示该样本所属的分类。找出划分矩阵中每一列的最大值所在的行,也就得到了最后的聚类结果。因此,在避免寻优过程中陷于局部最优的同时求得分类较为明显的划分矩阵成为改进算法所要达到的另一个目标。

2 基于遗传算法的直觉模糊 C 均值聚类算法

基于遗传算法的直觉模糊 C 均值聚类算法 (GA-IFCM) 聚类问题同样包括遗传算法的几个主要步骤:生成初始种群、选择、交叉、变异,仍利用式(2)所示模型。下面先对要考虑对象及参数的设置简单描述,然后对遗传算法各个部分的具体实施过程做详细介绍。

设待聚类的样本数目为 p ,每个样本考虑 n 个属性,聚类数目为 c ,则对应的划分矩阵 $U = (u_{ij})$ 为 c 行 p 列矩阵,其中 u_{ij} 表示第 j 个样本隶属于第 i 类的隶属度。考虑待聚类对象为直觉模糊集,且其中每个直觉模糊集可看作由 n 个直觉模糊数构成的向量,因此聚类中心也应取为向量形式,其中每一元素也都为直觉模糊数,见式(3)。

2.1 生成初始种群

遗传算法中假设种群中有 M 个个体,并取 M 为偶数,采

用实数编码方式(本文中个体的每个基因位用[0,1]内的实数表示),则表示种群的矩阵是一个 $(c \cdot p + 3c)$ 行 M 列的实数矩阵。于是,可随机产生一个 $(c \cdot p + 3c)$ 行 M 列的实数矩阵作为初始种群。

2.2 选择

由于所用模型为求解极小化问题,根据遗传算法的“优胜劣汰”法则,适应度大的个体将被保留,因此将目标函数加以改进,建立如下适应度函数:

$$f_{\text{fitness}} = \left(\sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^c u_{ij}^m d_i^2(Z_j, V_i) \right)^{-1} \quad (4)$$

在计算适应度之前需要根据约束条件对每一个体的数据进行处理。其中,约束条件

$$\sum_{i=1}^c u_{ij} = 1 \quad 1 \leq j \leq p \quad (5)$$

和聚类中心的处理是数据处理的关键,由于遗传算法在生成初始个体及以后的交叉和变异过程中不可能始终满足该条件,每次在计算适应度之前都需要根据约束条件适时分段进行归一化处理。对于划分矩阵,需要每 c 个做一次归一化以满足式(5)的条件,这样共需做 p 次归一化。对于聚类中心,由于每一类的聚类中心是一个直觉模糊数构成的向量,该向量中元素(p 个)均为直觉模糊数,也应进行归一化处理。归一化完成后按照式(1)计算各样本与聚类中心间的距离,再按照式(4)计算每一个体的适应度。最后,按轮盘赌方式结合最优个体保留法进行选择操作,得到新种群。

2.3 交叉

交叉过程选择单点交叉方式。首先生成一个由自然数1到 M 的一个全排列,这 M 个自然数对应初始种群中的 M 个个体,然后按此随机数表中自然数的出现顺序选择两相邻自然数对应的两个个体作为交叉对象,依据交叉概率确定交叉位置,每次交叉产生两个新个体。由于每个个体大小均为 $c \cdot p + 3c$ 维,交叉位置有 $c \cdot p + 3c - 1$ 种选取位置,按上述方式完成后可得 $2M$ 个交叉后的个体,连同初始 M 个个体共生成 $3M$ 个个体。经归一化处理后得到新的个体。

2.4 变异

采取下述变异方式:首先根据变异概率确定每一个体的变异位置,变异位置上的变异结果取为

$$u = L_B + (U_B - L_B) \cdot \alpha$$

其中, L_B 为决策变量的下界, U_B 为决策变量的上界, α 为[0,1]之间的随机数。对于本文, $u = \alpha$ 。

3 数值实验

鉴于文献[5]是最早提出直觉模糊聚类问题的文章,且其方法为传统的求传递闭包方法,有很好的传递性,在聚类结果上更具说服力,本文选取文献[5]中例子进行数值实验。首先运用传统的直觉模糊C均值聚类算法对实例进行仿真实验,然后再运用本文所改进方法进行实验,最后将文献[5]在内的3种算法进行比较,说明改进方法的优势和有效性。

例^[5] 某机动车交易市场欲对5款不同的汽车 $Y_i(i=1,2,3,4,5)$ 进行聚类。每辆汽车有6个评价因素:油耗(G_1)、摩擦系数(G_2)、价格(G_3)、舒适度(G_4)、设计(G_5)和安全系数(G_6)。对每一评价因素 $G_j(j=1,2,3,\dots,6)$ 的评价用直觉模糊数表示,结果如表1所示。

表1 汽车的特征信息

Table 1 Feature information of each car

汽车	G_1	G_2	G_3	G_4	G_5	G_6
Y_1	(0.3,0.5)	(0.6,0.1)	(0.4,0.3)	(0.8,0.1)	(0.1,0.6)	(0.5,0.4)
Y_2	(0.6,0.3)	(0.5,0.2)	(0.6,0.1)	(0.7,0.1)	(0.3,0.6)	(0.4,0.3)
Y_3	(0.4,0.4)	(0.8,0.1)	(0.5,0.1)	(0.6,0.2)	(0.4,0.5)	(0.3,0.2)
Y_4	(0.2,0.4)	(0.4,0.1)	(0.9,0.0)	(0.8,0.1)	(0.2,0.5)	(0.7,0.1)
Y_5	(0.5,0.2)	(0.3,0.6)	(0.6,0.3)	(0.7,0.1)	(0.6,0.2)	(0.5,0.3)

方法1 运用IFCM。

(1) 当类别数 $c=1$ 时,划分矩阵为

$$\tilde{U} = (1, 1, 1, 1, 1)$$

此时5种汽车聚为1类: $\{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5\}$ 。

(2) 当 $c=2$ 时,划分矩阵为

$$\tilde{U} = \begin{pmatrix} 0.9601 & 0.0722 & 0.0108 & 0.9206 & 0.9915 \\ 0.0399 & 0.9278 & 0.9892 & 0.0794 & 0.0085 \end{pmatrix}$$

此时5种汽车聚为2类: $\{Y_2, Y_3\}, \{Y_1, Y_4, Y_5\}$ 。

(3) 当 $c=3$ 时,划分矩阵为

$$\tilde{U} = \begin{pmatrix} 0.0045 & 0.1059 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0003 \\ 0.0116 & 0.0138 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0008 \\ 0.9839 & 0.8804 & 0.0000 & 0.0000 & 0.9989 \end{pmatrix}$$

此时5种汽车聚为3类: $\{Y_1, Y_2, Y_3\}, \{Y_3\}, \{Y_4\}$ 。

(4) 当 $c=4$ 时,划分矩阵为

$$\tilde{U} = \begin{pmatrix} 0.0003 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0014 \\ 0.9918 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.8863 \\ 0.0068 & 0.9999 & 0.0000 & 0.0000 & 0.1079 \\ 0.0010 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0044 \end{pmatrix}$$

此时5种汽车聚为4类: $\{Y_1, Y_3\}, \{Y_2\}, \{Y_3\}, \{Y_4\}$ 。

(5) 当 $c=5$ 时,划分矩阵为

$$\tilde{U} = \begin{pmatrix} 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{pmatrix}$$

此时5种汽车聚为5类: $\{Y_1\}, \{Y_2\}, \{Y_3\}, \{Y_4\}, \{Y_5\}$ 。

方法2 运用GA-IFCM。

(1) 当 $c=1$ 时,划分矩阵为

$$Z = (1, 1, 1, 1, 1)$$

此时5种汽车聚为1类: $\{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5\}$ 。

(2) 当 $c=2$ 时,划分矩阵为

$$Z = \begin{pmatrix} 0.4988 & 0.2142 & 0.2775 & 0.6989 & 0.5342 \\ 0.5012 & 0.7858 & 0.7225 & 0.3011 & 0.4658 \end{pmatrix}$$

此时5种汽车聚为2类: $\{Y_1, Y_2, Y_3\}, \{Y_4, Y_5\}$ 。



(3) 当 $c=3$ 时,划分矩阵为

$$Z = \begin{bmatrix} 0.0896 & 0.0160 & 0.0529 & 0.0103 & 0.9941 \\ 0.2353 & 0.0299 & 0.0576 & 0.9788 & 0.0003 \\ 0.6752 & 0.9541 & 0.8895 & 0.0109 & 0.0056 \end{bmatrix}$$

此时 5 种汽车聚为 3 类: $\{Y_1, Y_2, Y_3\}, \{Y_4\}, \{Y_5\}$ 。

(4) 当 $c=4$ 时,划分矩阵为

$$Z = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0.0778 & 0.0025 & 0.9938 & 0.0018 \\ 0.0045 & 0.6787 & 0.9721 & 0.0031 & 0.0049 \\ 0.9921 & 0.1757 & 0.0165 & 0.0003 & 0.0089 \\ 0.0033 & 0.0678 & 0.0089 & 0.0028 & 0.9843 \end{bmatrix}$$

此时 5 种汽车聚为 4 类: $\{Y_1\}, \{Y_2, Y_3\}, \{Y_4\}, \{Y_5\}$ 。

(5) 当 $c=5$ 时,划分矩阵为

$$Z = \begin{bmatrix} 0.0088 & 0.0065 & 0.0004 & 0.0018 & 0.9907 \\ 0.0001 & 0.9886 & 0.0037 & 0.0037 & 0.0026 \\ 0.0043 & 0.0008 & 0.9571 & 0.0009 & 0.0055 \\ 0.9861 & 0.0023 & 0.0254 & 0.0043 & 0.0012 \\ 0.0007 & 0.0018 & 0.0135 & 0.9893 & 0.0001 \end{bmatrix}$$

此时 5 种汽车聚为 5 类: $\{Y_1\}, \{Y_2\}, \{Y_3\}, \{Y_4\}, \{Y_5\}$ 。

表 2 为以上两种方法和文献[5]方法聚类结果比较。由表可知,无论传统的直觉模糊 C 均值聚类算法还是改进的直觉模糊 C 均值聚类算法都可以得到 1~c 类的聚类结果,这是 C 均值聚类算法的优势所在;文献[5]所述方法虽具有较好的传递性,但其由直觉模糊相似矩阵求传递闭包的过程中不可避免地要丢失部分信息,因此只能得到其中几种聚类结果。本文改进的方法与文献[5]方法所得结果相比,本文方法可以得到文献[5]中所有结果且聚类结果更为细致;而传统的直觉模糊 C 均值聚类算法虽聚类结果较为细致,但所得结果与其余两种方法相比差异较大,且在聚为二类和三类时,聚类结果变化较大,这是由于目标函数在寻优过程中陷入局部最优值所致。运用遗传算法加以改进后,可有效克服这一缺陷。

4 结论

利用遗传算法对直觉模糊 C 均值聚类算法进行了优化,克服了原有算法在对划分矩阵寻优过程中有可能陷入局部

表 2 3 种方法聚类结果
Table 2 Clustering results of three methods

类数	IFCM	GA-IFCM	文献[5]方法
1 类	$\{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5\}$	$\{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5\}$	$\{Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5\}$
2 类	$\{Y_2, Y_3\}, \{Y_1, Y_4, Y_5\}$	$\{Y_1, Y_2, Y_3\}, \{Y_4, Y_5\}$	—
3 类	$\{Y_1, Y_2, Y_3\}, \{Y_3\}, \{Y_4\}$	$\{Y_1, Y_2, Y_3\}, \{Y_4\}, \{Y_5\}$	$\{Y_1, Y_2, Y_3\}, \{Y_4\}, \{Y_5\}$
4 类	$\{Y_1, Y_5\}, \{Y_2\}, \{Y_3\}, \{Y_4\}$	$\{Y_1\}, \{Y_2, Y_3\}, \{Y_4\}, \{Y_5\}$	—
5 类	$\{Y_1\}, \{Y_2\}, \{Y_3\}, \{Y_4\}, \{Y_5\}$	$\{Y_1\}, \{Y_2\}, \{Y_3\}, \{Y_4\}, \{Y_5\}$	$\{Y_1\}, \{Y_2\}, \{Y_3\}, \{Y_4\}, \{Y_5\}$

最优值的缺陷,仿真结果表明了该方法的有效性。

参考文献 (References)

[1] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy set[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1986, 20 (1): 87-96.

[2] Atanassov K, Pasi G, Yager R R. Intuitionistic fuzzy interpretations of multi-criteria multi-person and multi-measurement tool decision making [J]. *International Journal of Systems Science*, 2005, 36(14-15): 859-868.

[3] Hung W L, Yang M S. Similarity measures of intuitionistic fuzzy sets based on Lq metric [J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2007, 46(1): 120-136.

[4] Khatibi V, Montazer G A. Intuitionistic fuzzy set vs. fuzzy set application in medical pattern recognition [J]. *Artificial Intelligence in Medicine*, 2009, 47(1): 43-52.

[5] 张洪美, 徐泽水, 陈琦. 直觉模糊集的聚类方法研究 [J]. *控制与决策*, 2007, 22(8): 882-888.
Zhang Hongmei, Xu Zeshui, Chen Qi. *Control and Decision*, 2007, 22(8): 882-888.

[6] 陈东锋, 雷英杰, 田野. 基于直觉模糊等价关系的聚类算法[J]. *空军工程大学学报: 自然科学版*, 2007, 8(1): 63-65.
Chen Dongfeng, Lei Yingjie, Tian Ye. *Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition*, 2007, 8(1): 63-65.

[7] Xu Z S, Chen J, Wu J J. Clustering algorithm for intuitionistic fuzzy sets [J]. *Information Sciences*, 2008, 178(18): 3775-3790.

[8] 蔡茹, 雷英杰, 申晓勇, 等. 基于直觉模糊等价相异矩阵的聚类方法[J]. *计算机应用*, 2009, 29(1): 123-126.

Cai Ru, Lei Yingjie, Shen Xiaoyong, et al. *Journal of Computer Applications*, 2009, 29(1): 123-126.

[9] 徐小来, 雷英杰, 赵学军. 基于直觉模糊熵的直觉模糊聚类[J]. *空军工程大学学报: 自然科学版*, 2008, 9(2): 80-83.
Xu Xiaolai, Lei Yingjie, Zhao Xuejun. *Journal of Air Force Engineering University: Natural Science Edition*, 2008, 9(2): 80-83.

[10] Xu Z S, Wu J J. Intuitionistic fuzzy C-means clustering algorithms[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2010, 21(4): 580-590.

[11] 张李军. 改进的 FCM 聚类算法的实现和有效性研究 [J]. *硅谷*, 2009, 34(10): 41, 52.
Zhang Lijun. *Silicon Valley*, 2009, 34(10): 41, 52.

[12] 欧阳, 成卫, 韩逢庆. 基于遗传算法的模糊 c-均值聚类算法 [J]. *重庆大学学报: 自然科学版*, 2004, 27(6): 89-92.
Ou Yang, Cheng Wei, Han Fengqing. *Journal of Chongqing University: Natural Science Edition*, 2004, 27(6): 89-92.

[13] 陈国良, 王煦法, 庄镇泉, 等. 遗传算法及其应用[M]. 北京: 人民邮电出版社, 1996.
Chen Guoliang, Wang Xunfa, Zhuang Zhenquan, et al. *Genetic algorithm and its application*[M]. Beijing: Posts and Telecom Press, 1996.

[14] Burillo P, Bustince H. Entropy on Intuitionistic fuzzy sets and interval-valued fuzzy sets[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, 78(3): 305-316.

[15] Xu Z S. Some similarity measures of intuitionistic fuzzy sets and their applications to multiple attribute decision making[J]. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2007, 6(2): 109-121.

[16] Szmidi E, Kacprzyk J. Distances between intuitionistic fuzzy sets [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 114(3): 505-518.

(责任编辑 代丽)