

基于 M 估计的 DEM 精度评价

陈传法¹, 程 垒², 岳天祥³

1. 山东科技大学测绘科学与工程学院, 山东青岛 266510
2. 东方道迩信息技术有限责任公司, 北京 100080
3. 中国科学院地理科学与资源研究所, 北京 100101

摘要 为了克服数字高程模型(DEM)精度估计中传统方法受误差分布非正态性的影响,发展了基于自适应 M(AM)估计的 DEM 精度评价。AM 估计以高崩溃污染率的估计值为 DEM 误差指标初值,以误差残差分布为误差权重选择依据,通过对估值结果多次迭代,最终实现 DEM 误差估计。以 DEM 误差均值和标准差为精度指标,数值试验和实例分析表明,传统的非抗差估计法受粗差影响最为严重,使其估计结果远偏离真值;尽管“ 3σ 准则”和传统的抗差估计法能够剔除部分粗差,但一定程度上仍受粗差影响,使结果的精度较低;AM 估计受粗差影响最小,对 DEM 误差指标估计精度最高,可用于误差非正态分布的 DEM 精度评价。

关键词 DEM; 精度评价; M 估计; 误差

中图分类号 P208

文献标识码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2011.07.008

DEM Accuracy Assessment Based on M-Estimation

CHEN Chuanfa¹, CHENG Lei², YUE Tianxiang³

1. Geomatics College, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266510, Shandong Province, China
2. Eastdawn Corporation, Beijing 100080, China
3. Institute of Geographic Sciences and Natural Resources Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China

Abstract The report on of DEM accuracy is commonly based on some global statistical measures, such as the mean and standard deviation of DEM errors. Usually, the specification of these accuracy indices is based on the assumption that the error distribution is normal and there is no outlier and systematic error. However, such an assumption is rarely an exact statement owing to the malfunction or improper calibration of instruments, mistaken readings, gross recording and calculation, and improper execution, etc, particularly when a DEM is directly derived from digital photogrammetric systems and active airborne sensors including Light Detection and Ranging (LiDAR) and InSAR. A robust estimator based on the adaptive M-estimation principle (REMP) has been developed for the DEM accuracy assessment. The iteration of REMP starts from estimations with a high breakdown point and selection of the weights of errors with the residual distribution. In terms of DEM mean and standard deviation errors, two examples including a numerical test and a real-world one were employed to comparatively analyze the results of REMP and the classical non-robust and robust estimators. Results indicate that under the non-normal distribution of DEM errors, the classical non-robust estimators are seriously influenced by the non-normality. Some robust estimators, such as 10% trimmed or Winsorized mean, normalized median absolute deviation are not very robust to resist the influence of outliers. REMP that is slightly affected by the non-normal distribution of DEM errors is more accurate than the classical estimators. The robust methodology can adapt to the DEMs, especially the ones derived from remote sensing, such as LiDAR or digital photogrammetry in the non-open terrain.

Keywords DEM; accuracy assessment; M-estimation; error

收稿日期: 2010-08-13; 修回日期: 2011-02-15

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(40825003); “十一五”国家科技支撑计划项目(2006BAC08B); 《科技导报》博士生创新研究资助计划项目(kjdb200902-3); 山东省“泰山学者”建设工程专项

作者简介: 陈传法, 博士, 研究方向为 DEM 构建及其误差评价, 电子信箱: chencf@lreis.ac.cn

0 引言

目前,遥感技术以其全天时、全天候、高分辨率等独特优势已成为数字高程模型(DEM)数据获取的主要手段^[1-2]。基于此数据构建DEM时应首先对其过滤,即滤掉非地面点,然后对空缺处插值^[3-4],最后对生成的DEM进行相应的精度评价。DEM误差主要包括数据采集误差、插值误差及地形表达误差等^[2]。按照误差对DEM影响性质的不同,可将DEM误差分为系统误差、偶然误差及粗差^[5]。系统误差主要是数据采集时产生的,如测量仪器使用前缺乏必要的校正、观测者自身条件的限制等。粗差主要来源于观测者的粗心大意或各种干扰造成的大于限差的误差。当DEM误差中仅包含偶然误差时,DEM误差呈正态分布。

评价DEM精度的方法主要有试验法、传递函数法、协方差法和回放等高线法^[6]。DEM可以借助中误差、平均误差、逼近误差等全局误差指标描述其整体误差^[7],而要估计DEM局部误差,必须借助误差分布图实现^[8]。由于误差间的非独立性、系统性和点云数据过滤算法的不完备性等,导致DEM误差呈非正态分布^[9-10],例如Aguilar等^[11]用经验法讨论LiDAR DEM中有限离散点模拟连续地形表面而导致的精度损失,并且明确指出Hu等^[12]提出的基于逼近理论的DEM误差理论可以从理论上解释DEM误差不是随机性的,其分布呈空间相关性。由此,基于各种全局误差指标反映的DEM精度将严重失真^[13]。

为了降低误差非正态分布对DEM精度估计的影响,相关学者进行了大量的研究。例如,美国摄影测量与遥感协会(ASPRS)^[14]建议首先采用“ 3σ 准则”去除粗差,然后采用传统的误差指标评价DEM误差。该方法可在一定程度上剔除粗差,但当误差数据中含有多个粗差时,由于粗差残差之间的相互抵消,使其很难被去除干净^[15]。Aguilar等^[9]对DEM可信度计算时引入误差分布的偏度和峰度,从而提高可信度计算精度,但该方法很难移植到DEM全局误差估计。Höhle等^[13]采用误差分布中位数、标准绝对偏差中位数(MADN)等指标衡量DEM精度,但该指标仅考虑误差的排序信息,没有利用数据的大小信息而使其效率降低^[16]。

抗差估计是在粗差不可避免的前提下,选择特定估计方法使未知量估计尽可能降低粗差的影响,得出正常模式下的最佳估值^[17],其可分为M估计、R估计及L估计^[18]。其中,M估计以其简单、易懂和高效等优点成为抗差估计的首选方法,且对于不同的数据分布,M估计可借助不同的权重函数实现未知量的最优估计^[19]。

为了克服传统方法的缺陷,本文发展基于自适应M(AM)估计的DEM精度评价,并以数值模拟试验和实例验证AM估计的可行性。

1 AM估计原理

类似于最大似然估计,M估计可由如下函数定义:

$$\sum_{i=1}^m \rho(e_i - \hat{\mu}) = \min \quad (1)$$

或者

$$\sum_{i=1}^m \varphi(e_i - \hat{\mu}) = 0 \quad (2)$$

式中, m 为检核点个数; e_i 为第 i 个观测值,本文指DEM误差值; $\hat{\mu}$ 为基于检核点估计的DEM误差平均值(定位参数); ρ 为关于误差的函数; $\varphi = \partial \rho / \partial \mu$ 。

令误差残差 $r_i = e_i - \hat{\mu}$, 定义权函数为

$$w(r_i) = \varphi(r_i) / r_i \quad (3)$$

将式(3)代入式(2),得

$$\sum_{i=1}^m w(r_i) r_i = 0 \quad (4)$$

式中,权函数的选择主要依赖误差残差数据的分布特点,如当DEM误差残差正态分布时, $w(r_i) = 1$,式(1)为最小二乘法目标函数;当残差指数分布时, $w(r_i) = 1/|r_i|$,式(1)计算结果为误差中位数;当残差中间部分服从正态分布,而两侧服从指数分布时,权重表达式为^[20]

$$w(r_i) = \begin{cases} 1 & |r_i| < k\sigma_0 \\ \frac{k\sigma_0}{|r_i|} & |r_i| \geq k\sigma_0 \end{cases} \quad (5)$$

基于信息的分类表明,数据信息中必然存在一部分有害信息^[16],因此对DEM误差评价时应淘汰该部分信息,即该部分信息的权重函数应设为零^[21],即

$$w_{n+1,i} = \begin{cases} 1 & |r_i| < k_1 \hat{\sigma}_n \\ \frac{k_1 \hat{\sigma}_n}{|r_i|} \left(\frac{k_2 - \frac{|r_i|}{\hat{\sigma}_n}}{k_2 - k_1} \right)^2 & k_1 \hat{\sigma}_n \leq |r_i| < k_2 \hat{\sigma}_n \\ 0 & |r_i| \geq k_2 \hat{\sigma}_n \end{cases} \quad (6)$$

式中, n 为迭代次数; k_1 和 k_2 取值与误差分布有关,一般 $k_1 \in [1, 2]$, $k_2 \in (2, 6]$; $\hat{\sigma}$ 为尺度参数,本文指DEM误差标准差。

式(6)表明,误差残差分3部分处理:(1)残差主体服从正态分布,可借助于最小二乘法对数据进行处理,此时权重为1;(2)残差第二部分服从指数分布,该部分数据权重与 $|r_i|$ 倒数成正比;(3)残差第三部分为有害信息,应淘汰,此时权重为零。式(6)具有较好的对称性,可以高效处理长尾对称分布的DEM误差数据,而对于非对称数据,应设计非对称的权重表达式^[22-23],因此,当误差左偏和右偏时,对应的权重表达式为

$$w_{n+1,i} = \begin{cases} 0 & r_i < -c \\ \frac{k_1 \hat{\sigma}_n}{|r_i|} \left(\frac{c - \frac{|r_i|}{\hat{\sigma}_n}}{c - k_1} \right)^2 & -c \leq r_i < -k_1 \\ 1 & -k_1 \leq r_i < k_1 \\ \frac{k_1 \hat{\sigma}_n}{|r_i|} \left(\frac{k_2 - \frac{|r_i|}{\hat{\sigma}_n}}{k_2 - k_1} \right)^2 & k_1 \leq r_i < k_2 \\ 0 & r_i \geq k_2 \end{cases} \quad (7)$$

$$w_{n+1,i} = \begin{cases} 0 & r_i < -k_2 \\ \frac{k_1 \hat{\sigma}_n}{|r_i|} \left(\frac{k_2 - |r_i|}{k_2 - k_1} \right)^2 & -k_2 \leq r_i < -k_1 \\ 1 & -k_1 \leq r_i < k_1 \\ \frac{k_1 \hat{\sigma}_n}{|r_i|} \left(\frac{c - |r_i|}{c - k_1} \right)^2 & k_1 \leq r_i < c \\ 0 & r_i \geq c \end{cases} \quad (8)$$

式中各项参数意义与式(6)相同,且 $c > k_2$ 。

由式(4)得,DEM 平均误差和误差标准差计算公式为

$$\hat{\mu}_{n+1} = \frac{\sum_{i=1}^p w_{n,i} e_i}{\sum_{i=1}^p w_{n,i}} \quad \hat{\sigma}_{n+1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p (e_i - \hat{\mu}_n)^2}{p-1}} \quad (9)$$

式中, p 为非零权误差个数。

由权重表达式知,权重计算需要误差残差 r_i ,故应选择较高崩溃污染率的值作为平均误差初值,否则最终计算结果将受到影响。因中位数的崩溃污染率为 50%^[24],故 DEM 平均误差初值取误差中位数,即

$$\hat{\mu}_1 = \text{med}(e)$$

对应地,

$$\hat{\sigma}_1 = \frac{\text{med}(|e - \text{med}(e)|)}{0.6745}$$

基于 AM 估计的 DEM 精度评价过程如图 1 所示。该过程主要有以下步骤。

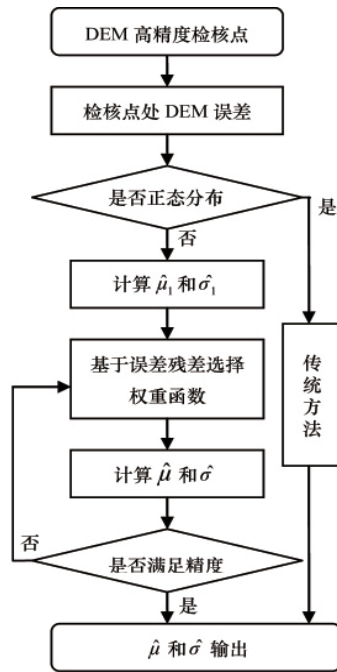


图 1 基于 AM 估计的 DEM 误差均值和标准差估计流程
Fig. 1 Flow chart for DEM mean and standard deviation errors estimations based on AM-estimation

- (1) 基于高精度检核点计算对应的 DEM 误差;
- (2) 判断 DEM 误差分布,其可利用误差直方图或者误差分布的偏度和峰度等统计信息得出。当 DEM 误差正态分布时,可借助传统方法计算 DEM 误差指标;当误差非正态分布时,进行步骤(3);
- (3) 计算误差分布的中位数和 MADN,将其分别作为初始迭代的误差均值和标准差;
- (4) 分析误差残差分布,确定误差权重函数;
- (5) 基于式(9)计算 DEM 误差均值和标准差,判断是否满足精度要求,若满足要求停止迭代,否则重复步骤(4)。

2 试验分析与讨论

本文试验主要是将 AM 估计与传统的 DEM 精度估计方法进行比较。使用的 DEM 误差指标为 DEM 误差均值和误差标准差^[25-26]。其中,AM 估计获取的均值和标准差分别记为 $\hat{\mu}_{AM}$ 和 $\hat{\sigma}_{AM}$, $[\]$ 表示取整,其他统计指标如下。

(1) DEM 误差均值

① 100% 平均值: $\hat{\mu}_a = \frac{\sum_{i=1}^m e_i}{m}$;

② α 截断(trimmed)平均值: $\hat{\mu}_t = \frac{\sum_{i=[\alpha m/2]+1}^{m-[\alpha m/2]} e_i}{m-[\alpha m]}$;

③ α Winsorized 平均值:

$$\hat{\mu}_w = \frac{[\alpha m/2]e_{[\alpha m/2]+1} + \sum_{i=[\alpha m/2]+1}^{m-[\alpha m/2]} e_i + [\alpha m/2]e_{m-[\alpha m/2]}}{m}$$

④ 中位数: $\hat{\mu}_m = \text{med}(e)$;

⑤ “ 3σ 准则”均值:即基于“ 3σ 准则”去除粗差后剩余误差的平均值,记为 $\hat{\mu}_{3\sigma}$ 。

(2) DEM 误差标准差

① 100% 标准差: $\hat{\sigma}_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (e_i - \hat{\mu}_a)^2}{m-1}}$;

② α 截断(trimmed)标准差: $\hat{\sigma}_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=[\alpha m/2]+1}^{m-[\alpha m/2]} (e_i - \hat{\mu}_t)^2}{m-[\alpha m]-1}}$;

③ α Winsorized 标准差:

$$\hat{\sigma}_w = \sqrt{\frac{[\alpha m/2](e_{[\alpha m/2]+1} - \hat{\mu}_w)^2 + \sum_{i=[\alpha m/2]+1}^{m-[\alpha m/2]} (e_i - \hat{\mu}_w)^2 + [\alpha m/2](e_{m-[\alpha m/2]} - \hat{\mu}_w)^2}{m-1}}$$

④ 标准绝对偏差中位数: $\hat{\sigma}_m = \frac{\text{med}(|e - \text{med}(e)|)}{0.6745}$;

⑤ “ 3σ 准则”标准差:即基于“ 3σ 准则”去除粗差后剩余误差的标准差,记为 $\hat{\sigma}_{3\sigma}$ 。本文取 $\alpha=10\%$ 。

2.1 数值试验

基于 Tukey^[27]污染分布模式,本文构建了受污染正态分布:

$$G_\varepsilon = (1-\varepsilon)G + \varepsilon H$$

式中, $G \sim N(\mu, \sigma^2)$ 为数据的主体, H 为污染分布, ε 为污染率, $\varepsilon \in [0, 1]$ 。本文取 $G = N(0.2, 2.4^2)$, $H = N(2, 6^2)$, $\xi = 20\%$ 。从 G_ε 中取 10000 个受污染的误差样本作为研究对象, 即 $m = 10000$, 并以各种精度估计方法计算其均值和标准差。由于误差样本的均值和标准差的真值已知, 可以准确评价各种方法的优劣。各种方法获取的样本均值结果如表 1 所示。

表 1 数值试验中获取的样本均值比较

Table 1 Comparisons between AM-estimation and the classical location statistics in the numerical test

	$\hat{\mu}_a$	$\hat{\mu}_m$	$\hat{\mu}_t$	$\hat{\mu}_{3s}$	$\hat{\mu}_w$	$\hat{\mu}_{AM}$	μ (真值)
$\hat{\mu}$	0.5647	0.3629	0.4409	0.3881	0.5039	0.2541	0.2
$ \hat{\mu} - \mu $	0.3647	0.1629	0.2409	0.1881	0.3039	0.0541	0

由表 1 可见, 传统的均值估计方法受粗差影响最为严重, 其估计值为 0.5647, 与真值相差 0.3647。传统抗差估计方法具有一定的抗粗差效果, 它们的精度均高于 μ_a 。其中, 中位数精度相比最高, 与真值相差 0.1629, 这主要是因为中位数的崩溃污染率为 50%。其他各种方法的精度依次为 $\hat{\mu}_{3s}$, $\hat{\mu}_t$, $\hat{\mu}_w$, 它们与真值的差值依次为 0.1881, 0.2409, 0.3039。综合比较各种估计方法, AM 估计精度最高, 其均值仅与真值相差 0.0541。

表 2 为各种方法获取的样本标准差。可以看出, 传统方法获取的标准差精度最低, 其与真值的差值为 1.1773, 远大于其他方法。传统的抗差估计方法中, 尽管“ 3σ 准则”能去除部分粗差, 但其精度仅稍高于 $\hat{\sigma}_a$, 表明“ 3σ 准则”并非有效抗差法; $\hat{\sigma}_t$ 精度相对较高, 其与真值相差 0.0518, 其他方法精度由高到低依次为 $\hat{\sigma}_m$ 和 $\hat{\sigma}_w$ 。本文采用的 AM 估计能有效降低粗差影响, 其估计值与真值仅相差 0.0128。

表 2 各种方法获取的样本标准差比较

Table 2 Comparison between AM-estimation and the classical scale statistics in the numerical test

	$\hat{\sigma}_a$	$\hat{\sigma}_m$	$\hat{\sigma}_t$	$\hat{\sigma}_{3s}$	$\hat{\sigma}_w$	$\hat{\sigma}_{AM}$	σ (真值)
$\hat{\sigma}$	3.5773	2.8075	2.3482	3.0801	2.8370	2.3872	2.4
$ \hat{\sigma} - \sigma $	1.1773	0.4075	0.0518	0.6081	0.4370	0.0128	0

2.2 实例分析

测区位于山东省, 面积约 4km²。测区高程最小值、最大值及标准差分别为 72.1, 186.1, 25.7m。DEM 数据来源于机载激光扫描仪 Leica ALS50-II。测区数据获取过程中飞机飞行高度 500m, 扫描仪扫描角为 50°, 扫描频率 27Hz, 脉冲频率 150kHz, 点密度 4/m²。采用 WGS1984 坐标系统, UTM 投影。为了验证测区获取 DEM 精度, 用实时动态测量技术 (RTK) 均匀采集高精度检核点 100 个, 平面精度 1mm, 高程精度 1cm。

DEM 误差直方图如图 2 所示, 其偏度为 0.006, 峰度为 2.9891, 因此 DEM 误差非常接近于正态分布。

为了验证各种统计方法的计算精度, 本文设计的试验流程如下: (1) 基于 100 个检核点计算 DEM 误差的均值和标准差, 将其作为 DEM 误差真值; (2) 从 $N(0.5, 1)$ 中随机采集 10 个数作为粗差, 将其分别添加到随机选择的 10 个检核点中; (3) 以添加粗差的检核点计算 DEM 误差, 并基于各种统计方法计算 DEM 误差的均值和标准差; (4) 将各种方法获取的 DEM 误差均值和标准差与真值比较。

添加粗差后 DEM 误差直方图如图 3 所示。可以看出, DEM 误差分布正态性被粗差严重破坏, 表现出明显的右偏和高峰度。各种方法获取的 DEM 误差统计信息如表 3 和表 4 所示。

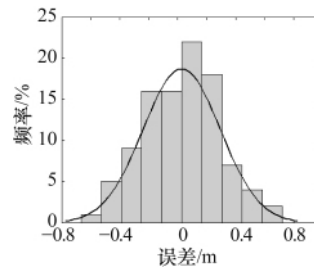


图 2 DEM 误差直方图
Fig. 2 Histogram of DEM errors

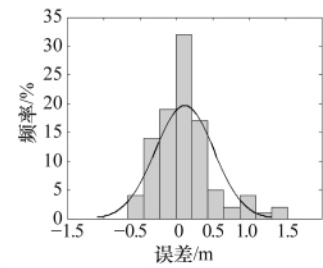


图 3 添加误差后 DEM 误差直方图
Fig. 3 Histogram of contaminated DEM errors

表 3 实例分析中各种方法获取的 DEM 误差均值比较
Table 3 Comparison between AM-estimation and the classical location statistics using a real world example

	$\hat{\mu}_a$	$\hat{\mu}_m$	$\hat{\mu}_t$	$\hat{\mu}_{3s}$	$\hat{\mu}_w$	$\hat{\mu}_{AM}$	μ (真值)
$\hat{\mu}/\text{cm}$	11.5	6.4	8.4	7.5	10.6	4.6	2.7
$ \hat{\mu} - \mu /\text{cm}$	8.8	3.7	5.7	4.8	7.9	1.9	0

表 4 实例分析中各种方法获取的 DEM 误差标准差比较
Table 4 Comparison between AM-estimation and the classical scale statistics using a real world example

	$\hat{\sigma}_a$	$\hat{\sigma}_m$	$\hat{\sigma}_t$	$\hat{\sigma}_{3s}$	$\hat{\sigma}_w$	$\hat{\sigma}_{AM}$	σ (真值)
$\hat{\sigma}/\text{cm}$	40.1	29.3	28.0	33.1	35.1	26.0	26.7
$ \hat{\sigma} - \sigma /\text{cm}$	13.4	2.6	1.3	6.4	8.4	0.7	0

由表 3 可见, 粗差严重破坏传统方法估计 DEM 误差均值准确性。其中, $\hat{\mu}_a$ 受粗差影响最大, 其精度最低, 较 DEM 误差均值真值相差 8.8cm。传统抗差估计方法能在一定程度上降低粗差对 DEM 误差估计的影响。如中位数 $\hat{\mu}_m$ 精度较高, 其与真值相差 3.7cm, 其他依次为 $\hat{\mu}_{3s}$, $\hat{\mu}_t$, $\hat{\mu}_w$, 它们分别与真值相差 4.8, 5.7, 7.9cm。综合比较, AM 估计精度最高, 其与真值相差仅 1.9cm。

由表 4 可知, 传统方法 $\hat{\sigma}_a$ 受粗差影响最为严重, 其对

DEM 误差标准差估计精度最低,与真值相差 13.4cm。在传统抗差方法中, $\hat{\sigma}_t$ 精度较高,其与真值相差 1.3cm,其他依次为 $\hat{\sigma}_m$, $\hat{\sigma}_{3s}$, $\hat{\sigma}_w$,对应与真值的差值依次为 2.6,6.4,8.4cm。AM 估计获取的 DEM 误差标准差精度最高,其与真值仅相差 0.7cm。

3 结论

当 DEM 误差非正态分布时,采用自适应 M(AM)估计实现了 DEM 精度准确估计。AM 估计以高崩溃污染率的估计值为初始值,以 DEM 误差残差的分布为误差权重选择依据,对估计值经过多次迭代直至收敛,最终实现 DEM 精度准确估计。数值试验和实例分析表明,当 DEM 误差非正态分布时,AM 估计精度远高于传统的非抗差和抗差估计法;传统的非抗差方法受粗差影响最为严重,其估计值远偏离 DEM 误差真值;由于粗差残差之间的相互抵消,导致“ 3σ 准则”并不能完全剔除粗差,使其估计精度降低;其他抗差估计方法尽管能在一定程度上降低粗差对其估计精度影响,但其精度仍受粗差影响。

本文采用的误差估计方法仅为 DEM 全局误差指标,即其只能从整体意义上描述模拟值与准确值的偏离程度,没有空间意义^[28]。因此要实现 DEM 误差的空间相关性、异质性,必须借助误差曲面图^[5,8]。

参考文献 (References)

- [1] Chow T E, Hodgson M E. Effects of lidar post-spacing and DEM resolution to mean slope estimation [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2009, 23(10): 1277-1295.
- [2] Fisher P F, Tate N J. Causes and consequences of error in digital elevation models[J]. *Progress in Physical Geography*, 2006, 30(4): 467-489.
- [3] James T D, Murray T, Barrand N E, et al. Extracting photogrammetric ground control from lidar DEMs for change detection [J]. *The Photogrammetric Record*, 2006, 21(116): 312-328.
- [4] Queija V, Stoker J, Kosovich J. Recent US geological survey applications of lidar [J]. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 2005, 71(1): 5-9.
- [5] Darnell A R, Tate N J, Brunson C. Improving user assessment of error implications in digital elevation models [J]. *Computers, Environment and Urban Systems*, 2008, 32(4): 268-277.
- [6] 胡鹏, 吴艳兰, 胡海. 数字高程模型精度评定的基本理论[J]. *地球信息科学*, 2003, 9(3): 64-70.
Hu Peng, Wu Yanlan, Hu Hai. *Geo-Information Science*, 2003, 9(3): 64-70.
- [7] Li Z. On the measure of digital terrain model accuracy [J]. *The Photogrammetric Record*, 1988, 12(72): 873-877.
- [8] Carlisle B H. Modelling the spatial distribution of DEM error [J]. *Transactions in GIS*, 2005, 9(4): 521-540.
- [9] Aguilar F J, Aguilar M A, Agera F. Accuracy assessment of digital elevation models using a non-parametric approach [J]. *International Journal of Geographical Information Science*, 2007, 21(6): 667-686.
- [10] Zandbergen P A. Positional accuracy of spatial data: Non-normal

- distributions and a critique of the national standard for spatial data accuracy[J]. *Transactions in GIS*, 2008, 12(1): 103-130.
- [11] Aguilar F J, Mills J P, Delgado J, et al. Modelling vertical error in LiDAR -derived digital elevation models [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2010, 65(1): 103-110.
 - [12] Hu P, Liu X H, Hu H. Accuracy assessment of Digital Elevation Models based on approximation theory [J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2009, 75(1): 49-56.
 - [13] Höhle J, Höhle M. Accuracy assessment of digital elevation models by means of robust statistical methods[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2009, 64(4): 398-406.
 - [14] Committee A L. ASPRS guidelines vertical accuracy reporting for lidar data [EB/OL]. 2004. http://www.asprs.org/society/committees/lidar/Downloads/Vertical_Accuracy_Reporting_for_Lidar_Data.pdf.
 - [15] Maronna R A, Martin R D, Yohai V J. Robust statistics: Theory and methods[M]. New York: Wiley Blackwell, 2006.
 - [16] 黄幼才. 测量平差抗差化和效率分析 [J]. *武汉测绘科技大学学报*, 1993(1): 33-39.
Huang Youcai. *Journal of Wuhan Technical University of Surveying and Mapping*, 1993(1): 33-39.
 - [17] 周江文. 经典误差理论与抗差估计[J]. *测绘学报*, 1989, 18(2): 115-120.
Zhou Jiangwen. *Acta Geodetica et Cartographica Sinica*, 1989, 18(2): 115-120.
 - [18] Wu L L. Robust M-estimation of location and regression[J]. *Sociological Methodology*, 1985, 15: 316-388.
 - [19] Marchant B P, Lark R M. Robust estimation of the variogram by residual maximum likelihood[J]. *Geoderma*, 2007, 140(1-2): 62-72.
 - [20] Huber P. Robust estimation of a location parameter [J]. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1964, 35(1): 73-101.
 - [21] Yang Y, Cheng M K, Shum C K, et al. Robust estimation of systematic errors of satellite laser range[J]. *Journal of Geodesy*, 1999, 73(7): 345-349.
 - [22] Yohai V J, Zamar R H. Optimal locally robust M-estimates of regression [J]. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 1997, 64(2): 309-323.
 - [23] 杨元喜. 自适应抗差最小二乘估计[J]. *测绘学报*, 1996(3): 206-211.
Yang Yuanxi. *Acta Geodetica et Cartographica Sinica*, 1996(3): 206-211.
 - [24] Hampel F R. The influence curve and its role in robust estimation[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1974, 69(346): 383-393.
 - [25] 陈传法, 岳天祥. 基于条件模拟的 DEM 误差曲面实现研究 [J]. *武汉大学学报: 信息科学版*, 2010, 35(2): 197-200.
Chen Chuanfa, Yue Tianxiang. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2010, 35(2): 197-200.
 - [26] 陈传法, 杜正平, 岳天祥. 基于高精度曲面建模方法的 SRTM 空缺插值填补研究[J]. *大地测量与地球动力学*, 2010, 30(1): 126-129.
Chen Chuanfa, Du Zhengping, Yue Tianxiang. *Journal of Geodesy and Geodynamic*, 2010, 30(1): 126-129.
 - [27] Tukey J W. A survey of sampling from contaminated distributions: Contributions to Probability and Statistics [C]. Stanford: Stanford University Press, 1960.
 - [28] Fisher P F. Improved modeling of elevation error with geostatistics[J]. *Geoinformatica*, 1998, 2(3): 215-233.

(责任编辑 朱宇)