

# 斜入射时二维空气孔结构三角形光子晶体的带隙结构

周利斌<sup>1,2</sup>, 忽满利<sup>2</sup>, 张凯<sup>3</sup>, 陈幸<sup>2</sup>

1. 陕西科技大学理学院, 西安 710021

2. 西北大学物理学系, 西安 710069

3. 西安工业大学数理系, 西安 710032

**摘要** 利用平面波展开法推导出光在光子晶体中传播时本征方程的矩阵表达形式, 数值求解计算了圆形空气孔结构的正方形光子晶体和三角形结构光子晶体在正入射时的色散曲线及三角形结构光子晶体在斜入射时的色散曲线。这些研究结果对设计和制作光子晶体功能器件具有指导意义和应用价值。计算分析发现, 与正方形结构光子晶体类似, 对于二维三角形结构光子晶体, 正入射时 E 波和 H 波在 $\langle 10 \rangle$ 方向和 $\langle 11 \rangle$ 方向也都会出现带隙, 但是带隙宽度比对应的正方形结构的宽许多。二维三角形结构光子晶体在斜入射时, 三角形结构光子晶体的色散曲线随着入射角的增大而上升, 带隙中心频率也随之增大, 但带隙的宽度却随之减小, 直至消失。本文研究了斜入射情况下三角形光子晶体的带隙结构和色散特性, 所得结论对设计和制作光子晶体功能器件有重要的指导意义和应用价值。

**关键词** 光子晶体; 能带结构; 平面波展开法; 空气孔型结构

**中图分类号** O431

**文献标识码** A

**doi** 10.3981/j.issn.1000-7857.2011.07.007

## Band Structure of 2D Air-hole-type Triangular Photonic Crystal with Oblique Incidence

ZHOU Libin<sup>1,2</sup>, HU Manli<sup>2</sup>, ZHANG Kai<sup>3</sup>, CHEN Xing<sup>2</sup>

1. Faculty of Science, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an 710021, China

2. Department of Physics, Northwest University, Xi'an 710069, China

3. Department of Mathematics and Physics, Xi'an Technological University, Xi'an 710032, China

**Abstract** The eigenmatrix of the light propagation in photonic crystal are deduced by the plane-wave expansion method. The dispersion curves of two dimensional square lattice and triangle lattice photonic crystals composed of circular air cylinders are calculated by numerical calculation, respectively for vertical incidence. And the dispersion curves of triangle lattice photonic crystals also are calculated for oblique incidence. Based on the calculation and analysis, it is indicated that the band gaps of E wave and H wave of two dimensional triangle lattice in  $\langle 10 \rangle$  direction and  $\langle 11 \rangle$  direction for vertical incidence all appear, and they are wider than that of square lattice; the dispersion curves of two-dimensional triangular photonic crystal in the oblique incidence are moved upward with the angle of incidence increasing, and band gap center frequency also increased, however the band gap width has been reduced accordingly until it disappeared. These studied results are significant for making photonic crystal elements and putting them into applications.

**Keywords** photonic crystal; band structure; plane-wave expansion method; air-hole-type

### 0 引言

光子晶体是一种人工晶体<sup>[1]</sup>, 由不同介电系数的材料按

一定周期性结构排列而成, 只要满足某些特定条件(如晶格类型、介电常数比、散射元的形状、填充比等)就具有类似半

收稿日期: 2010-04-01; 修回日期: 2011-02-19

基金项目: 国家自然科学基金项目(61077006); 西北大学研究生创新基金项目(07YJC01); 陕西科技大学校级自选项目(ZX10-34)

作者简介: 周利斌, 讲师, 研究方向为信息光学和光电子学等, 电子信箱: zhouzhulibin@sohu.com

导体中电子禁带的“光子禁带”结构,利用这种特性人们期望用它制作“光子器件”代替电子器件,实现器件的集成和大规模集成化,最终实现“光子计算机”。

相比三维光子晶体,二维光子晶体制造工艺比较简单,制造技术成熟,可以制造出可见光和红外波段所需的禁带结构,实现对光的控制<sup>[2]</sup>,从而改变了传统的光学器件及其工作方式。目前主要的应用有具有超高分光能力的棱镜、任何转弯角度的光子晶体光纤、光子晶体波导、光子晶体光纤激光器、光微腔、偏振器、光聚焦器件等,还有用光子晶体结构表面改善光伏材料表面特性,但仍停留在实验阶段,缺少相应的理论支持<sup>[3-4]</sup>。若要利用光子晶体的带隙特性设计和制作具有一定功能的光子晶体器件,就需要对正入射和斜入射情况下光子晶体的带隙结构和色散特性进行研究。目前,关于光子晶体特性的理论研究已有大量报道,但大多是对正入射情况的分析和研究,对斜入射情况下二维空气孔结构正方形和三角形光子晶体的带隙结构和色散特性研究报道很少,但它对于设计和制作光子晶体功能器件及其光耦合具有重要的指导意义和应用价值。

研究光子晶体的带隙结构和色散特性的方法有多种,平面波展开法因其物理过程清楚、计算简单等特点在研究光子晶体特性方面有着广泛的应用<sup>[5-6]</sup>,人们多用这种方法研究正入射时的色散特性。本文则用其研究斜入射时二维光子晶体的色散特性。

本文建立了光子晶体特性理论模型,利用平面波展开法推导出了本征方程及其矩阵型式;研究了二维正方形和三角形光子晶体在正入射和斜入射时的色散关系,推导出的光子晶体中光传播的本征方程具有通用性,且其矩阵形式更适合于编程计算,可以通过求解本征方程研究色散特性,斜入射时的色散关系随入射角的变化规律对设计光子晶体功能器件具有重要的参考意义。

### 1 本征方程及其矩阵形式

通过平面波展开法可以得到光子晶体中波传播的两个本征方程组<sup>[7]</sup>:

$$-\sum_{G'} \kappa(G-G')(k+G') \times [(k+G') \times E_{kn}(G')] = \frac{\omega_{kn}^2}{c^2} E_{kn}(G) \quad (1)$$

$$-\sum_{G'} \kappa(G-G')(k+G) \times [(k+G') \times H_{kn}(G')] = \frac{\omega_{kn}^2}{c^2} H_{kn}(G) \quad (2)$$

其中, $\kappa$ 为材料的相对介电常数倒数(实为周期性分布函数), $E$ 为电磁波的电场强度, $H$ 为电磁波的磁场强度, $k$ 为波矢, $n$ 为光子禁带级次编号, $G$ 和 $G'$ 为光子晶体的倒格矢。

相应地,满足式(1)的解称为E波,而满足式(2)的解称为H波。

由于式(1)和式(2)是矢量积形式,不适合于求解方程的本征值,为了求解方便,需要得到它们的矩阵形式<sup>[8-9]</sup>。设本征方程可以化为以下矩阵形式:

$$\sum_{G'} \kappa(G-G') M E_{kn}(G') = \frac{\omega_{kn}^2}{c^2} E_{kn}(G) \quad (3)$$

$$\sum_{G'} \kappa(G-G') P H_{kn}(G') = \frac{\omega_{kn}^2}{c^2} H_{kn}(G) \quad (4)$$

其中, $M$ 和 $P$ 为矩阵,可以求得 $M$ 和 $P$ 的表达式:

$$M = (k+G') \cdot (k+G') I - (k+G')(k+G')^T \quad (5)$$

$$P = (k+G') \cdot (k+G) I - (k+G')(k+G)^T \quad (6)$$

其中, $I$ 为单位矩阵。

再以 $G$ 为行指标, $G'$ 为列指标,对应的 $M$ 和 $P$ 为子矩阵,就可以得到适合计算的本征方程组的矩阵表达形式。此表达式适用于所有类型的光子晶体色散关系的计算。

### 2 光子晶体色散曲线计算

得到电磁波在光子晶体中传播时的本征方程和相对介电常数的各展开系数,即可计算光子晶体的色散曲线。下面将计算正方形空气孔结构和三角形空气孔结构二维光子晶体(图1)正入射时,部分特殊方向上的色散曲线,以及三角形光子晶体斜入射时的色散曲线。

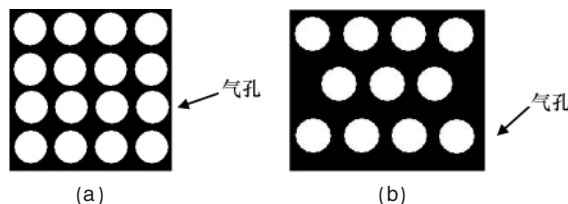


图1 二维空气孔结构正方晶体(a)和三角形晶体(b)  
Fig. 1 Intersection of the 2D square (a) and triangle (b) lattice composed of circular air cylinders

#### 2.1 二维正方晶体的色散曲线

若取基底的折射率为 $n=3.24$ (InP/Ga InAsP),空气孔的折射率为1,晶格周期长度与空气孔的半径比为100:35。

由式(3)~式(6)取441个展开项后,给定波矢 $k$ ,通过求解方程的本征值即可得到对应的圆频率( $\omega=2\pi c/a$ ),在第一布里渊区内选取相应的一系列 $k$ 值,计算可得正入射(波矢垂直于轴向)时的色散曲线(图2)。后续色散曲线的计算方法相同,仅晶格常数有所不同。可以看出,对于正方形结构的光子晶体,无论是E波还是H波都出现了相应的光子禁带,但两者的位置和宽度均有所不同。

#### 2.2 二维三角晶体的色散曲线

对于三角形结构光子晶体,若取正格子基矢的方向角分别为 $-30^\circ$ 和 $30^\circ$ ,则倒格子基矢的方向角分别为 $-60^\circ$ 和 $60^\circ$ 。同样,可以计算出正入射时E波和H波的色散曲线,如图3所示。可以看出,对于三角形结构的光子晶体,无论是E波还是H波,均出现了相应的光子禁带,两者的位置和宽度也都不同,而且与正方形结构的光子晶体相比,光子禁带的宽度要大得多。

#### 2.3 斜入射时二维三角晶体的色散曲线

若再引入波矢 $k$ 的第三维分量,就可以得到斜入射时的

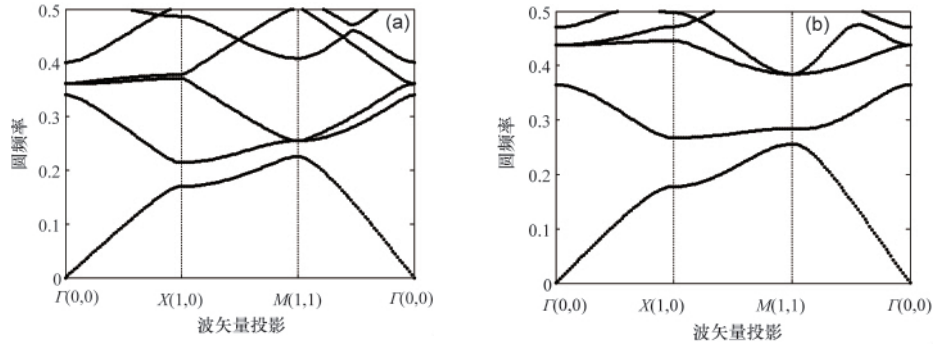


图2 正方形结构 E 波(a)和 H 波(b)色散曲线

Fig. 2 Dispersion curve of E wave (a) and H wave (b) of square structure

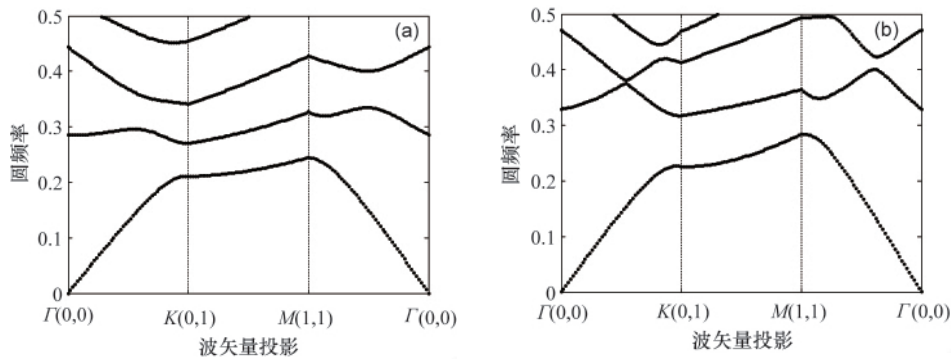


图3 三角形结构 E 波(a)和 H 波(b)色散曲线

Fig. 3 Dispersion curve of E wave (a) and H wave (b) of triangle structure

色散曲线,  $\theta$  为入射面与  $x$  轴的夹角, 如图 4 所示。可以看出, 对于三角形结构的光子晶体, 随着斜入射角度的增大, 对应

的光子禁带的位置上移 (频率增大), 但禁带的宽度却在变小, 甚至消失。

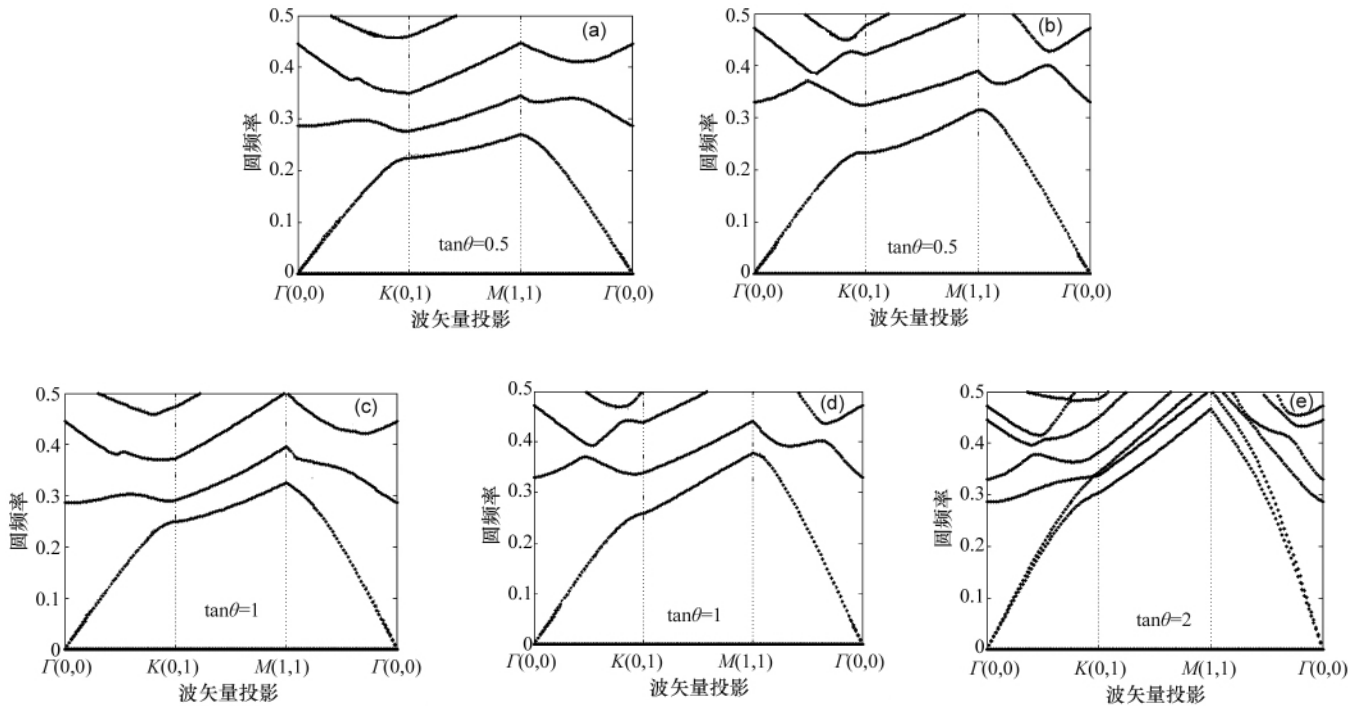


图4 三角形结构 E 波(a,c,e)和 H 波(b,d)色散曲线

Fig. 4 Dispersion curve of E wave (a, c, e) and H wave (b, d) of triangle structure

### 3 结论

对于二维三角形结构光子晶体,与正方形结构一样,正入射时 E 波和 H 波在 $\langle 10 \rangle$ 方向和 $\langle 11 \rangle$ 方向均会出现带隙,但带隙宽度比对应的正方形结构宽许多。

斜入射时,三角形结构光子晶体的色散曲线随着入射角的增大而上升,带隙中心频率也随之增大,但带隙的宽度随之减小,直至消失。

本文研究斜入射情况下三角形光子晶体的带隙结构和色散特性,所得的结果和结论对于设计和制作光子晶体功能器件有非常重要的指导意义和应用价值。对于其他晶格结构的光子晶体以及有缺陷的光子晶体的能带结构,本文尚未涉及,还需进一步深入研究。

#### 参考文献 (References)

- [1] 周梅, 陈效双, 徐靖, 等. 中红外波段硅基二维光子晶体的光子带隙[J]. 物理学报, 2005, 54(1): 411-415.  
Zhou Mei, Chen Xiaoshuang, Xu Jing, et al. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54(1): 411-415.
- [2] 林旭彬. 反蛋白石结构光子晶体制备技术[J]. 人工晶体学报, 2004, 33(6): 1022-1030.  
Lin Xubin. *Journal of Synthetic Crystals*, 2004, 33(6): 1022-1030.

- [3] Sugisaka J, Yamamoto N, Okano M, et al. Development of curved two-dimensional photonic crystal wave guides [J]. *Optics Communications*, 2008, 281(23): 5788-5792.
- [4] Gjessing J, Marstein E S, Sudbø A. 2D back-side diffraction grating for improved light trapping in thin silicon solar cells [J]. *Optics Express*, 2010, 18(6): 5481-5495.
- [5] 汤炳书, 沈廷根. 二维光子晶体中的掺杂效应数值研究 [J]. 强激光与粒子束, 2006, 18(4): 562-564.  
Tang Bingshu, Shen Tinggen. *High Power Laser and Particle Beam*, 2006, 18(4): 562-564.
- [6] Yablonovitch E, Leung K M. Photonic band structure: Non-spherical atoms in the face-centered-cubic case [J]. *Physica B: Condensed Matter*, 1991, 175(1): 81-86.
- [7] Sakoda K. Optical properties of photonic crystals [M]. Berlin: Springer, 2001: 25.
- [8] 周利斌, 忽满利, 贾防, 等. 斜入射角对二维正方形光子晶体带隙的影响[J]. 光子学报, 2008, 37(11): 2213-2216.  
Zhou Libin, Hu Manli, Jia Fang, et al. *Acta Photonica Sinica*, 2008, 37(11): 2213-2216.
- [9] 周利斌, 忽满利, 陈幸. 正入射时二维空气孔结构正方形和三角形光子晶体的带隙结构[J]. 科技导报, 2010, 28(4): 55-58.  
Zhou Libin, Hu Manli, Chen Xing. *Science & Technology Review*, 2010, 28(4): 55-58.

(责任编辑 朱宇)

·学术动态·



## 第二届“中国小水电论坛”征文

中国水力发电工程学会将于 2011 年 12 月召开第二届“中国小水电论坛”。论坛主题为“小水电与改善民生”。

征文范围:(1) 农村水电新时期发展规划;(2) 农村水电惠农机制创新研究;(3) 农村水电管理信息化系统开发应用;(4) 农村水电增效减排与生态友好技术研究;(5) 农村水电安全保障技术研究;(6) 农村水电新技术与新设备研发与推广;(7) 小水电标准化体系研究;(8) 水电新农村电气化建设与管理;(9) 小水电代燃料工程建设与管理;(10) 农村水电安全监管;(11) 其他相关研究。

征文截稿日期为 2011 年 6 月 30 日。

联系地址:杭州市学院路 122 号水利部农村电气化研究所(310012);传真:0571-88082848;联系人:孙亚芹 010-63202935 yqsun@mwr.gov.cn, 李志武 0571-56729284 zwli@hrcshp.org, 赵建达 0571-56729282 zhaojd0571@126.com, 董国锋 0571-87132776 dongguofeng1999@163.com。

·学术动态·



## “第四届国际光电子探测与成像技术学术交流大会”征文

中国宇航学会将于 2011 年 5 月 24—26 日在北京召开“第四届国际光电子探测与成像技术学术交流大会”。

会议征文内容:传感器与微机械光器件技术;激光探测和成像技术;红外成像技术及应用;成像探测器技术与应用;太赫兹技术及应用;空间探测技术与应用;生物激光及其医学应用。

全文截止日期:2011 年 4 月 30 日。

联系人:李瑾,吴迪,刘艳,邓伟,周志远;电子邮箱:conf@cnoenet.com;电话:022-23669275,022-23613813。