

基于弛豫时间分布函数的油纸绝缘老化状态研究

张荣伦, 吴佳穗, 管紫璇, 吴坤和, 王 强, 郭 涛

(海南省电力科学研究院 海南省电网理化分析重点实验室, 海南 海口 570226)

摘要:为减小基于扩展 Debye 模型的老化状态评估方法对描述套管油纸绝缘劣化过程和解释老化机理时存在的误差, 本文测试分析了不同老化程度油纸绝缘样品的极化-去极化(PDC)曲线, 建立了考虑弛豫支路呈概率分布的分布式 Debye 模型, 并通过正则化方法进行求解, 最终提出了油纸绝缘套管老化状态的精确评估方法。结果表明: 随老化程度的增加, 极化电流整体向去极化电流增大、弛豫时间减小的方向移动, 曲线达到稳定值的时间缩短; 分布式 Debye 模型能够较好地描述老化油纸绝缘样品的多弛豫过程, 正则化方法则能够较好地解决求解病态线性方程组时遇到的系统不适定问题; 随着老化程度的增加, 样品弛豫主峰所对应的弛豫时间分布函数概率密度增大, 最可几弛豫时间常数逐渐减小; 本文构建的老化状态评估模型具有较高的评估精度, 误差均小于 1.37%。

关键词: 套管; 油纸绝缘; 时域介电谱; 老化; 弛豫时间分布

Research on ageing state of oil-paper insulation based on relaxation time distribution function

ZHANG Ronglun, WU Jiasui, GUAN Zixuan, WU Kunhe, WANG Qiang, GUO Tao

(Key Laboratory of Physical and Chemical Analysis for Electric Power of Hainan Province,
Hainan Electric Power Research Institute, Haikou 570226, China)

Abstract: To reduce the errors of the ageing state evaluation method based on the extended Debye model in describing the degradation process and explaining the ageing mechanism of oil-paper insulation, the polarization-depolarization (PDC) curves of oil-paper insulation samples with different ageing degrees were tested and analyzed in this paper. A distributed Debye model considering the relaxation branches with probability distribution was established, and an accurate evaluation method for the ageing state of oil-paper insulation bushing was finally proposed by solving through regularization method. The results show that with the increase of ageing degree, the polarization current overall shifts towards the direction of increasing the depolarization current and decreasing the relaxation time, and the time for the curve to reach a stable value is shortened. The distributed Debye model can effectively describe the multiple relaxation processes of the aged oil-paper insulation samples, and the regularization method can effectively solve the system ill-posed problems encountered when solving ill-conditioned linear equation. As the ageing degree increases, the probability density of the relaxation time distribution function corresponding to the main relaxation peak of sample increases, and the most probable relaxation time constant gradually decreases. The ageing state evaluation model constructed in this paper has high evaluation accuracy, whose error is less than 1.37%.

Key words: bushing; oil-paper insulation; time domain spectroscopy; ageing; relaxation time distribution

0 引言

电容型油纸绝缘高压套管属于典型的油纸绝缘设备, 在套管设备中占比高达 93%^[1-2]。套管绝缘老化导致事故比例超过 40%, 且事故比例与电压等级呈正相关趋势^[3]。一旦套管发生故障或损毁, 通常会导致变压器本体直接停电, 严重时套管本体

基金项目: 中国南方电网有限责任公司科技项目(073000K K52200013)。

炸裂损伤变压器甚至引发火灾, 造成巨大的电力、经济损失^[4-5], 因此对套管进行绝缘老化评估具有重要意义。

目前国内外研究和应用的套管绝缘老化评估方法主要有: CO 和 CO₂ 含量检测、油中溶解糠醛含量分析、纸板平均聚合度(DP)测量和油中溶解微水含量测量等^[6-7]。这几种方法对绝缘诊断均具有一定有效性, 但不可避免地会对绝缘造成损伤。在一

些场景下为了不破坏绝缘,通常不能从最能反映绝缘真实状况的关键处取样,导致评估准确性较低。介电响应技术作为一种新型的无损测量技术,其诊断结果包含的绝缘信息量丰富,已受到国内外学者的广泛关注。极化-去极化电流(PDC)测试和频域介电谱法(FDS)是以介电响应为理论基础的电气诊断方法。其中相比于FDS,PDC测量方法具有试验简单、测量时间短和灵敏度高的特点^[8-9]。

其中,利用基于介电响应函数在时域的扩展Debye模型对油纸绝缘老化状态进行评估成为了研究热点。陈明星等^[10]为提取表征油纸绝缘老化状态的特征参量,基于扩展Debye模型计算了时间常数大于1 000 s的极化支路参数,其时间常数随着老化时间的增加而呈现递增规律;优化后的极化支路与绝缘纸聚合度之间存在指数函数关系,且极点值越小的极化支路,拟合度越高。ZHANG Y Y等^[11]系统研究了油纸绝缘老化效应对PDC时间常数分支参数的影响。观察到时间常数与聚合度之间存在良好的指数相关性。认为时间常数可以作为一个灵敏的老化状态评估指标。程炜超^[12]提出了通过松弛极化强度随时间的变化趋势来预测松弛极化强度稳态值的计算方法,并基于此构建了一个对油纸绝缘老化状态反映敏感的特征量——极化系数,采用非线性回归的方法建立了极化系数和老化天数之间的量化关系。GAO J等^[13]基于扩展Debye模型和PDC测试数据,提取了表征样品老化程度的特性参量。首次引入了灰色关联诊断模型对油纸绝缘材料的老化状态进行评估,并在现场变压器上验证了所提出评估技术的有效性。

然而,由于经典扩展Debye模型支路数量选择的主观性,以上研究所提出的老化状态评估方法均存在评估结果差异大、精度较低等问题,表明经典扩展Debye模型具有很大的局限性:①模型的分支数量有限,只能捕获一定数量的松弛过程,从而丢失大量介电信息。尽管基于扩展Debye模型和曲线拟合方法可能由于匹配了主要的松弛过程而产生了看似满意的结果,但该结果仍会使不同松弛过程的响应曲线重叠,如图1所示^[14]。②上述研究中所用到的曲线拟合往往基于理论模型提取关键信息,在不能直接获得关键信息的情况下,该方法只是一种折衷的方法。③用扩展Debye模型进行曲线拟合时,必须在没有先验信息的情况下主观地确定显性

松弛过程的数量。这种曲线拟合方法以结果为导向,缺乏自洽性。

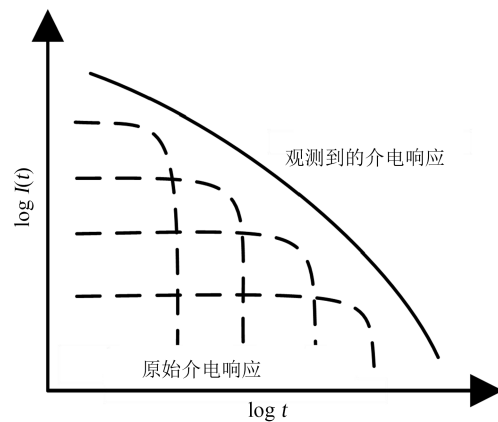


图1 介电响应过程的叠加

Fig.1 Superposition of dielectric response

弛豫时间分布(DRT)是一种分析介电弛豫过程的新方法,可有效解决传统理论框架中固有的问题。根据定义,DRT具有无限分支的特征,能够全面地表征介电过程随时间的变化及其相应的贡献。与具有有限分支的扩展Debye模型相比,DRT可以在时域上更精细地分离具有不同时间常数的微观介质弛豫过程,从而在表征更多弛豫过程的同时防止其相互重叠和混淆^[15-16]。此外,当DRT能够进行数学建模和合理求解时,可以直接获取丰富的介电信息,从而避免使用曲线拟合等逆向介电信息提取方法。然而,弛豫时间分布函数方程组往往存在病态问题,目前仍然缺乏有效精确的求解方法。

为解决以上问题,本文制备了不同老化程度的油纸绝缘样品并总结分析老化程度对PDC测试结果的影响机理。在此基础上,建立极化-去极化电流与分布式Debye模型弛豫时间分布函数的物理关系。为缓解方程组的病态程度,采用正则化方法进行处理。最终基于最可几弛豫时间构建相应的老化状态评估模型,并验证评估模型的准确性。本文从物理机制角度出发消除固定支路数量经典扩展Debye模型导致的评估精度较低问题,以为油纸绝缘套管的老化状态精确评估提供新思路。

1 样品制备及PDC测试分析

1.1 不同老化程度样品制备

一般电容式高压套管的单个绝缘层厚度为1.0~1.2 mm,为模拟套管电容芯子中绝缘纸的层叠效果,选用厚度为0.13 mm的绝缘纸通过同规格的铝

箔贴合成一个单元叠层,如图2所示。

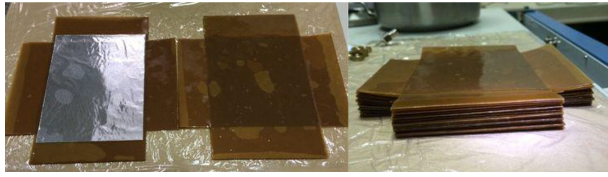


图2 绝缘纸叠层样品

Fig.2 Laminate samples of insulation paper

绝缘纸的干燥步骤为:首先清洁烘箱内部,用酒精擦拭烘箱内壁并调试烘箱温度使得烘箱内的水分除净。然后将单元叠层较为均匀地竖直放在干净的玻璃干燥罐中,将真空烘箱的温度设置为 105°C 后预抽真空干燥24 h,在干燥过程中绝缘纸中的水分会蒸发凝结在箱体的观察窗,需要及时打开烘箱将其擦去。最后将绝缘纸继续在 105°C 真空环境下干燥48 h,此时干燥绝缘纸中水的质量分数低于0.5%。

绝缘油的干燥步骤为:在 105°C 下对绝缘油进行真空干燥72 h,干燥后的绝缘油中水分含量不超过 5 mg/L 。在制备干燥绝缘油和绝缘纸时,需要将两者分别放在不同烘箱内处理,这是由于干燥绝缘油的烘箱内会残留绝缘油,若将绝缘纸放入其中进行干燥,会导致挥发的油蒸气吸附到绝缘纸上使得水分无法挥发。

依据M DARVENIZA提出的 6°C 老化原则^[7],当绝缘温度处于 $80\sim 140^{\circ}\text{C}$ 时,油纸绝缘的老化速率与温度近似呈幂指数关系。针对不同耐热等级的油纸绝缘材料,还存在 8°C 老化原则、 10°C 老化原则等。通过对套管实际运行中的温度估算,可近似得到油纸绝缘的老化速率 V' 。老化速率的估算公式如式(1)所示。

$$V' = \frac{V_{T'}}{V_{98}} = 2^{(T' - 98)/6} \quad (1)$$

式(1)中: $V_{T'}$ 和 V_{98} 分别代表温度为 T' 和 98°C 时的老化速率。

由式(1)计算可得, 140°C 下加热老化时间为800 h时,相当于实际套管 98°C 下运行12年。以此类推,可获得套管其他运行温度下的等值老化时间。

对于油纸绝缘变压器,其油、纸质量比通常在1:6至1:10。相比之下,油纸电容式套管主绝缘为少油设备。为模拟套管真实结构,选定油、纸质量比为1:15的油纸绝缘系统为实验对象^[18]。将制备的干燥油浸纸叠层放在老化腔体内的绝缘油中浸

泡,并置于真空烘箱中进行热老化试验,设置热老化温度为 140°C 。通过控制老化时间(100、200、300、400、600 h)制备得到不同老化程度的油纸绝缘样品。使用黏度法对其聚合度(D_p)值进行标定,得到的5组样品 D_p 值分别为1221、520、258、172和156。老化油浸纸样品的制备流程如图3所示。

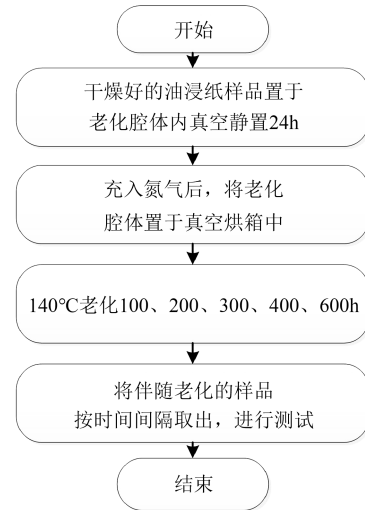


图3 不同老化程度样品的制备流程

Fig.3 Preparation process of samples with different ageing degrees

1.2 PDC测试原理及平台

任何介质材料在电场 $E(t)$ 作用下产生的总电流密度 $j(t)$ 为传导电流与位移电流之和^[9],表达式为式(2)。

$$j(t) = \sigma_0 E(t) + \frac{dD(t)}{dt} \quad (2)$$

式(2)中: σ_0 为直流电导率; $D(t)$ 是和材料宏观极化 $P(t)$ 相关的电位移矢量, $D(t) = \epsilon_0 E(t) + P(t)$,其中 ϵ_0 为真空介电常数。由此式(2)可转化为式(3)。

$$j(t) = \sigma_0 E(t) + \epsilon_0 \frac{\partial E(t)}{\partial t} + \frac{\partial P(t)}{\partial t} \quad (3)$$

式(3)中, $P(t)$ 可由介电响应函数 $f(t)$ 卷积求得,如式(4)所示。

$$P(t) = \epsilon_0 \chi_{\infty} E(t) + \epsilon_0 \int_0^t f(t - \tau) E(\tau) d\tau \quad (4)$$

式(4)中: χ 为材料的电极化率; χ_{∞} 表示极化过程形成速度极快时的电极化率, $\chi_{\infty} = \epsilon_{\infty} - 1$,其中 ϵ_{∞} 表示极化过程形成速度极快时的介电常数; $f(t)$ 为介电响应函数; τ 为驰豫时间常数。如果电场强度 $E(t)$ 为常数,式(3)~(4)可以简化为式(5)。

$$j(t) = \sigma_0 E(t) + \epsilon_0 \{ \epsilon_{\infty} \delta(t) + f(t) \} E(t) \quad (5)$$

式(5)中, $\delta(t)$ 为单位脉冲函数。

由式(5)可以进一步得到介质材料中极化电流的表达式,如式(6)所示。

$$i_{\text{pol}}(t) = C_0 U_0 \left(\frac{\sigma_0}{\epsilon_0} + \epsilon_\infty \delta(t) + f(t) \right) \quad (6)$$

式(6)中: C_0 称为几何电容(即电介质夹在电极系统之间的真空电容,或电介质在电流测量开始时刻的高频电容); U_0 为施加的阶跃电压。

由式(6)可知,极化电流包含3项。第1项与被测介质的本征电导率有关,且本征电导率与极化过程无关;第3项是在 U_0 作用范围内所有主动极化过程的净反射;因为在极短时间内发生的瞬时极化过程所产生的电流幅值很大,所以第2项含有冲激函数,在实际中无法测量。

当极化电流曲线趋于稳定后,测试即可终止。如果测试对象在 $t=t_c$ 时刻被短路,其去极化电流或放电电流为 $i_{\text{depol}}(t)$,此时去极化电流和时间 t 的关系如式(7)所示。

$$i_{\text{depol}}(t) = C_0 U_0 f(t) \quad (7)$$

PDC实验平台测量系统如图4所示。本文所用的PDC试验仪器为自制设备,该设备包括硬件和软件两部分。硬件部分主要由PC控制机、高压源和高精度电流表组成,其中PC控制机用于控制高压源和高精度电流表。为了使电流表测量精度达到pA级,使用美国Keithley公司的6517B型静电计进行测量,其输入阻抗为 $2 \times 10^{14} \Omega$,测量电流范围为 $10^{-16} \sim 10^{-2} \text{ A}$,内置直流高压源为 $-1\ 000 \sim 1\ 000 \text{ V}$,满足PDC试验测量仪器要求。

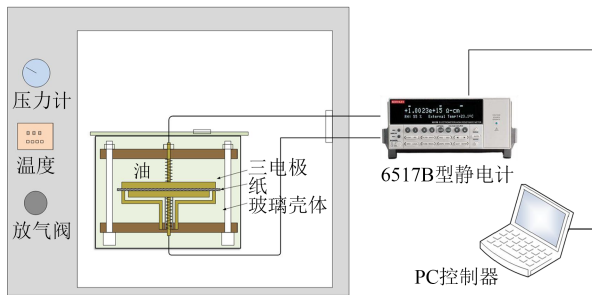


图4 PDC测试实验平台

Fig.4 PDC test platform

对5组不同老化程度的样品进行PDC测试,设置测试温度为 50°C ,测试电压为 600 V ,充放电时间均设置为 $10\ 000 \text{ s}$ 。

1.3 老化程度对PDC曲线特性的影响

不同老化程度样品的极化电流曲线如图5所

示。从图5可以看出,极化电流随老化程度的增加而增大,整体随老化时间增加向左上方移动。曲线衰减部分不断上移、数值不断增大,说明样品极化强度不断增强。极化的响应速度不断提高,曲线到达稳定值的时间缩短,这是因为随着样品的老化,水分和有机酸等强极性物质不断增加,从而提高了样品的电导率。此外,绝缘纸受老化应力的作用而遭受破坏,使纤维素不同级别的分子结构变得更加疏散,相互作用力减弱,从而减小了绝缘油扩散进入纸的阻力,使更多的绝缘油浸入,并产生了更多的油纸界面。在这些因素共同作用下,不仅加快了实验过程中油纸绝缘界面极化的速度,还提高了极化强度。

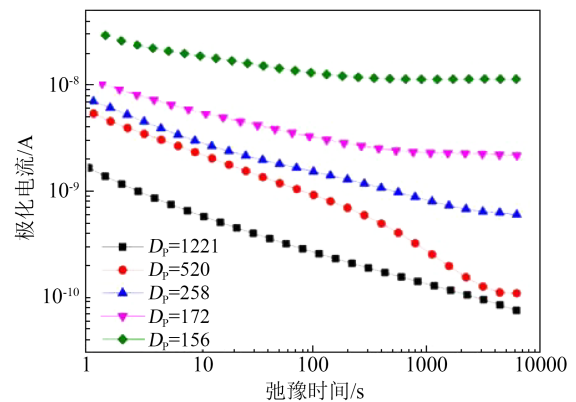


图5 极化电流曲线

Fig.5 Polarization current curves

不同老化程度样品的去极化电流曲线如图6所示。从图6可以看出,去极化电流曲线随老化程度的增加而增大,整体随老化时间增加向左上方移动,且线型变化明显。在绝缘老化不严重时,曲线在双对数坐标下近似呈指数衰减;随老化程度增加,曲线尾部有上翘的趋势,且老化程度越深,出现这种趋势的时间越早。按照弛豫时间分布理论可知,去极化电流尾部上翘说明介质存在两种权重不同的极化形式。前者弛豫时间较短,较易激发和检测,于不同老化程度下均在去极化电流中占据较高权重,并且随着老化程度加深,响应时间逐渐缩短;后者弛豫时间较长,不易激发和测量,当老化程度增加时,在设定的极化/去极化时间下才能明显表现出来,并对去极化电流形状产生较大影响,使之尾部衰减速度减缓,响应时间随着老化程度增加逐渐缩短。

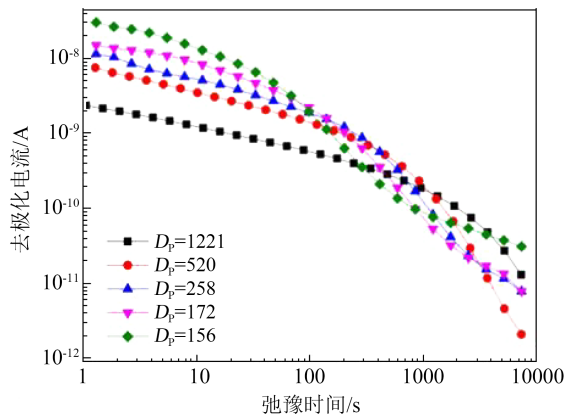


图6 去极化电流曲线

Fig.6 Depolarization current curves

2 分布式Debye模型原理

2.1 弛豫时间分布函数

典型的Debye模型只考虑相互独立、无关联的偶极子极化,只包含单一的弛豫时间,在电路上用一条电阻与电容的串联支路来代表介质内部的松弛极化过程,松弛时间 $\tau=RC$,代表绝缘介质内偶极子取向极化建立或消除的速度。

但实际上油纸绝缘由于结构、分子所处状态、分子间的相互作用以及热运动等影响,弛豫时间不是单一的,完全的Debye弛豫并不存在。尽管扩展Debye等效电路模型可以通过增加等效电路中的分支数量来匹配更多弛豫过程,但其支路数量的确定具有一定的主观性,缺乏较为客观的判据。对于状态确定的介质,当支路数达到一定数目之后,再增加支路数量对拟合结果影响不大,这使得不同研究者针对同一状态样品得到的电路参数不同,从而限制了该模型的进一步应用。

为了求解油纸绝缘复杂的弛豫过程,基于弛豫时间分布函数构建了新的物理模型,如图7所示。利用支路数扩展到无限,用无穷个松弛极化时间来表征介质内部的极化过程,可以得到分布式Debye模型。

分布参数与相应的弛豫过程的关系:总极化强

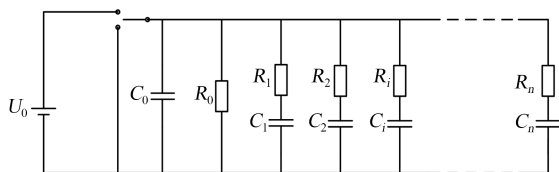


图7 分布式Debye模型示意图

Fig.7 Schematic diagram of the distributed Debye model

度 $P_i(t)$ 可以表示为弛豫时间 τ_i 不等的各个极化分量 $P_{ii}(t)$ 之和,表达式为式(8)。

$$P_r(t) = \sum_{i=1}^{\infty} P_{ii}(t) \quad (8)$$

分布式Debye模型认为当弛豫支路扩展到无穷时,弛豫时间 τ 在 $0 \sim \infty$ 内连续取值。 $g(\tau)$ 表示弛豫时间分布函数的概率密度, $g(\tau)d\tau$ 表示弛豫时间在 $\tau \sim (\tau+d\tau)$ 的概率。从概率上,弛豫时间分布函数是归一化的,即 $g(\tau)$ 应满足式(9)。

$$\int_0^{\infty} g(\tau) d\tau = 1 \quad (9)$$

$g(\tau)$ 取决于电介质中的微观弛豫类型,任何弛豫极化响应总能找到对应确定的分布函数。反之,通过弛豫时间分布函数的求解与分析,有助于解释和确定介质内部相对应的极化微观机制^[20],并为分布式Debye模型的现场应用提供依据。

2.2 分布函数与PDC去极化电流的关系

相比于PDC极化电流,由于去极化电流仅和介质内部的极化过程有关,不受电导电流的影响,更能直接地反映介质内部的极化信息。因此,基于去极化电流数据求解弛豫时间分布函数。

若介质中只存在单一弛豫机制,由Debye理论可得介质响应函数如式(10)所示。

$$f(t) = e^{-t/\tau} / \tau \quad (10)$$

若介质中存 n 个弛豫时间,则 $f(t)$ 可以表示为式(11), $g(\tau)$ 可以表示为式(12)。

$$f(t) = \rho_1 \frac{1}{\tau_1} e^{-t/\tau_1} + \rho_2 \frac{1}{\tau_2} e^{-t/\tau_2} + \dots + \rho_i \frac{1}{\tau_i} e^{-t/\tau_i} + \dots + \rho_n \frac{1}{\tau_n} e^{-t/\tau_n} \quad (11)$$

$$g_n(\tau) = \begin{cases} \rho_1 & \tau = \tau_1 \\ \rho_2 & \tau = \tau_2 \\ \dots & \dots \\ \rho_i & \tau = \tau_i \\ \dots & \dots \\ \rho_n & \tau = \tau_n \end{cases} \quad (12)$$

式(11)中: ρ 代表每个弛豫过程的权重。

在极限情况下, τ 值连续分布时可以得到式(13)。

$$f(t) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} g(\tau) d\tau \quad (13)$$

结合式(7),PDC去极化电流与所求弛豫时间分布函数 $g(\tau)$ 的关系式归纳为式(14)。

$$i_{\text{depol}} = C_0 U_0 \int_0^{\infty} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} g(\tau) d\tau \quad (14)$$

在实际应用中,无法求出弛豫时间分布函数 $g(\tau)$ 的解析表达式,需将上式左侧的积分离散化,求取其数值解,考虑到实验条件,截去 1 s 以前的电流数据。取 τ 为去极化时间中对数等分的 100 个点。方程右侧数据点数依据实际测量得到的个数为准,设为 m 。建立具有 100 个变量的方程组,式(14)离散后的方程组得到式(15)。

$$\sum_{j=1}^{100} \frac{1}{\tau_j} e^{-t/\tau_j} g(\tau_j) = \frac{I_m \times 1}{C_0 U_0} \quad (15)$$

式(15)中, I_m 为去极化电流幅值。

由此,利用 PDC 去极化电流求解介质弛豫时间分布函数的问题归结为求取线性方程组 $Ax=b$ 的数值解。从式(15)可以看出,去极化电流的改变将使分布函数发生相应变化。反之,通过分布函数的变化也能够反推出样品状态的变化。

3 弛豫时间分布函数求解方法

3.1 弛豫时间分布函数的病态问题

利用 PDC 去极化电流求解介质弛豫时间分布函数最终可以转化为求取线性方程组 $Ax=b$ 的数值解。解的相对误差大小可以用条件数 $\text{Cond}(A)$ 来反映。设 $g(\tau)$ 包含 3 个独立的弛豫时间, $\tau=10、100、600$, 求解得到的系数矩阵 A 的条件数为 1.09×10^{15} , 即通过 PDC 去极化电流解算弛豫时间分布函数的方程组 $Ax=b$ 是严重病态的。其中, A 的表达式如式(16)所示。

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{t_1}{\tau_1}} & \frac{1}{\tau_2} e^{-\frac{t_1}{\tau_2}} & \dots & \dots & \frac{1}{\tau_{99}} e^{-\frac{t_1}{\tau_{99}}} & \frac{1}{\tau_{100}} e^{-\frac{t_1}{\tau_{100}}} \\ \frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{t_2}{\tau_1}} & \frac{1}{\tau_2} e^{-\frac{t_2}{\tau_2}} & \dots & \dots & \frac{1}{\tau_{99}} e^{-\frac{t_2}{\tau_{99}}} & \frac{1}{\tau_{100}} e^{-\frac{t_2}{\tau_{100}}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{t_{m-1}}{\tau_1}} & \frac{1}{\tau_2} e^{-\frac{t_{m-1}}{\tau_2}} & \dots & \dots & \frac{1}{\tau_{99}} e^{-\frac{t_{m-1}}{\tau_{99}}} & \frac{1}{\tau_{100}} e^{-\frac{t_{m-1}}{\tau_{100}}} \\ \frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{t_m}{\tau_1}} & \frac{1}{\tau_2} e^{-\frac{t_m}{\tau_2}} & \dots & \dots & \frac{1}{\tau_{99}} e^{-\frac{t_m}{\tau_{99}}} & \frac{1}{\tau_{100}} e^{-\frac{t_m}{\tau_{100}}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

线性方程组系数矩阵 A 的特征值相差很大,系数矩阵 A 或者 b 的微小变化会导致解的巨大变化。因此,其对应的最小二乘解为剧烈震荡无规律的数值,并未形成 $\tau=10, 100, 600$ 处的单位脉冲函数,如图 8 所示。

3.2 弛豫时间分布的截断奇异值正则化方法求解

对于线性方程 $Ax=b$ 而言,预处理后矩阵 b 误差较小会导致系统不适定。为了获得稳定的近似解,

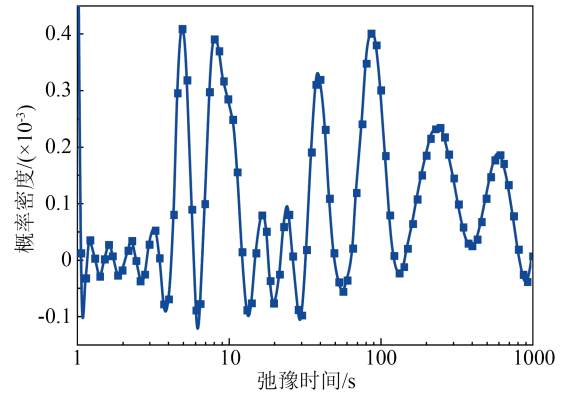


图 8 系数矩阵 A 的最小二乘解

Fig.8 The least squares solution of coefficient matrix A

需要通过正则化方法适定所求解的线性方程组。在众多正则化方法中,截断奇异值正则化方法(TSVD)是最典型、最有效的一种^[21]。与其他方法相比,该方法牺牲部分精度换取解的稳定性,使得结果具有更高的泛化能力,因此可以消除奇异值对方程组的影响,从而消除不适定问题,最终通过一个与原问题等价的解逐次接近真实解。

为此,本文基于 TSVD 方法求解弛豫时间分布函数。由于 $Ax=b$ 的不适定性,通常将其转化为最小二乘问题,可表达为式(17)。

$$\min_x \|Ax - b\| \quad (17)$$

矩阵 A 的奇异值分解如式(18)所示。

$$A = U\Sigma V^T = \sum_{i=1}^n u_i \sigma_i v_i^T \quad (18)$$

式(18)中, $U=[u_1, \dots, u_p, \dots, u_n]$ 为左奇异向量; $V=[v_1, \dots, v_p, \dots, v_n]$ 为右奇异向量; T 为矩阵转置; 奇异值 $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$, 并构成矩阵 Σ 的对角线: $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ 。进一步地,可以得到方程组的最小二乘解为式(19)所示。

$$x_L = \sum_{i=1}^n \frac{u_i^T b'}{\sigma_i} v_i \quad (19)$$

式(19)中, b' 为测试所得的 PDC 实验数据,对方程进行 TSVD 求解的步骤如下:

(1) 需要判断所求解问题是否满足离散 Picard 条件(DPC)^[22], 避免解的多样性所造成的结果不可比性。DPC 条件可以这样描述: 令 ε 表示在计算奇异值 σ_i 时的舍入误差(即较小的 σ_i 稳定水平值), 如果所有大于 ε 的 σ_i 所对应的系数 $|u_i^T b'|$ 在一个平均的水平上, 且比奇异值 σ_i 衰减得快, 即可表达为式(20), 式(20)大体上是递减的, 则称满足 DPC 条件。

$$|u_1^T b'|/\sigma_1, |u_2^T b'|/\sigma_2, \dots, |u_n^T b'|/\sigma_n \quad (20)$$

(2)对于满足DPC条件的矩阵,可以通过对式(18)加滤波因子 f_i 的方法,增大可信项权重,减小不可信项权重,削弱小奇异值对应项对解的影响,获得可靠的数值解,即式(21)所示。

$$x_i = \sum_{i=1}^n f_i \frac{|u_i^T b|}{\sigma_i} v_i \quad (21)$$

(3)令 σ_k 为要保留的最小非零奇异值,则对于任意 $k < \text{rank}(A)$,可以得到矩阵 A_k 的表达式,如式(22)所示。

$$A_k = U \Sigma V^T = \sum_{i=1}^k u_i \sigma_i v_i^T \quad (22)$$

矩阵 A_k 则可以近似代表秩为 k 的矩阵中最接近原矩阵 A 的低阶矩阵。由此,式(21)中的最小二乘解可以转化为式(23)~(24)。

$$x_T = \sum_{i=1}^n f_i \frac{u_i^T b}{\sigma_i} v_i \quad (23)$$

$$f_i = \begin{cases} 1 & \sigma_i \geq \sigma_k \\ 0 & \sigma_i < \sigma_k \end{cases} \quad (24)$$

从式(23)~(24)可以看出,采用TSVD方法后,将原病态问题用较为良态的问题进行了代替,原系数矩阵 A 变换为 A_k 。同时,去掉了较小奇异值对应项对解的贡献,将最小二乘法里 n 项求和变为前 k 项的求和。此时矩阵 A_k 的条件数 $\text{Cond}(A_k) = \sigma_1 / \sigma_k$,比原来的条件数 $\text{Cond}(A) = \sigma_1 / \sigma_n$ 小得多,降低了病态程度。

上述问题求解结果如图9所示。与图8相比,曲线在 $\tau=10、100、600$ 分别有明显的弛豫峰,能够较好地反映介质极化过程。因此,截断奇异值正则化是实现由去极化电流解算弛豫时间分布函数的有效方法。

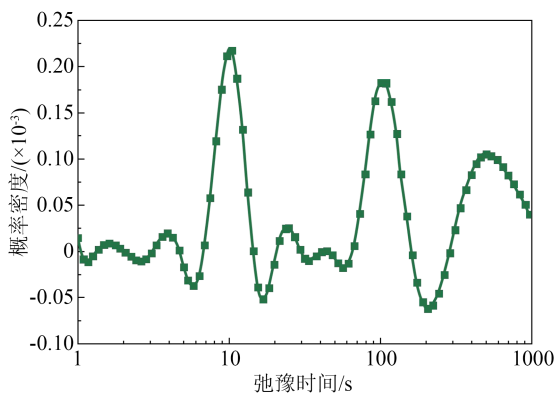


图9 正则化解

Fig.9 The solution of regularization

3.3 正则化解存在性分析

由3.2节可知,正则化解存在的条件是待求解数据满足DPC条件。以图6中的去极化电流为例进

行说明,图10为其满足离散Picard条件图。在起始阶段,从框线中可以直观地看出 $|u_i^T b|$ 比 σ_i 衰减得快,即 $|u_i^T b|/\sigma_i$ 曲线并不是从一开始就是上升的,而是在经历若干项之后才开始上升,这说明待求解问题是满足DPC条件的,可以用正则化方法解算。

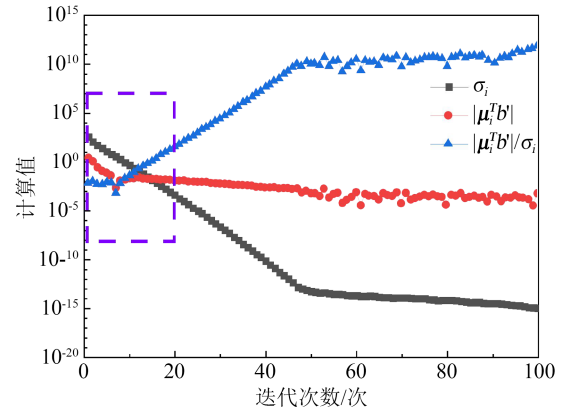


图10 满足离散Picard条件的去极化电流曲线图

Fig.10 Depolarization current curve graph satisfying discrete Picard conditions

4 基于弛豫时间分布的老化状态评估模型

4.1 老化对弛豫时间分布函数的影响规律

基于TSVD方法,可以获得各不同老化程度样品的弛豫时间分布函数,如图11所示。可以发现求解结果存在许多介电弛豫过程,与初始预期一致,这些松弛过程主要表现在3个不同的松弛时间,将其描述为3种不同类型的松弛过程。传统的多支路扩展Debye模型则无法准确描述大量复杂的松弛过程。在这3种弛豫过程中,弛豫时间最长的弛豫过程概率密度最大,称为主弛豫过程。从图11可以看出,主弛豫过程的弛豫时间约为 $10 \sim 1000$ s,对应的弛豫频率为 $10^{-3} \sim 10^{-1}$ Hz,该弛豫过程对应于界面极化^[23]。此外,随着老化程度的增加,样品弛豫主峰向左上方移动,这表明相应的弛豫时间常数逐渐减小,弛豫峰值即对应的概率密度逐渐增加,该极化过程在所有弛豫过程中所占比例进一步增大。

上述现象可以归因于:随着样品老化程度的增加,纤维素逐渐变得疏松多孔,绝缘纸中的葡萄糖单体单元间的糖苷键及氢键会逐渐断裂,分子间作用力会减弱,分子链由长链变为短小链。同时,绝缘纸内部晶区间的非晶区结构变得更加松散,过渡区域变得更加突出。此外,纤维的粗度和宽度降低,边缘逐渐出现毛刺和撕裂,纤维内部出现空洞等现象,且表面变得十分粗糙,各个纤维间的空隙

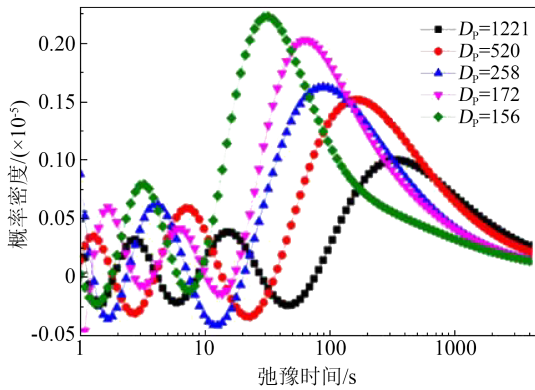


图 11 不同老化程度样品的弛豫时间分布函数

Fig.11 The relaxation time distribution function of samples with different ageing degrees

不断扩大。这说明老化对绝缘纸结构的破坏所引起的微观与宏观缺陷,将产生更多的油纸界面,使得弛豫时间分布函数主峰的概率密度不断增加。

弛豫时间分布函数主峰值所对应的弛豫时间为最可几弛豫时间。最可几弛豫时间常数 τ' 代表极化电荷在电场作用下自身的无序热运动与受电场影响的转向运动达到平衡所需的时间,是电荷运动的本征参量。样品在不同老化程度下,其内部电荷的运动状态也有所差异。具体由式(25)可知, τ' 取决于材料活化能 U 和外界温度。

$$\tau' = \frac{1}{2\nu} e^{U/k_0T'} \quad (25)$$

式(25)中: ν 为待定系数; k_0 为玻尔兹曼常数; T' 为温度。

在恒温条件下, τ' 与活化能 U_0 成正相关。随着老化程度的增加,由于纤维素的劣化引起绝缘纸聚合度降低,形成疏松的多孔结构,导致带电粒子的贯穿更为容易,活化能降低^[24],从而使得弛豫主峰所对应的时间常数逐渐减小。因此,曲线总体呈现向左上方移动的趋势。

4.2 基于最可几弛豫时间的老化状态评估模型

从4.1节分析可知,最可几弛豫时间的大小强烈依赖于样品的界面势垒,而界面势垒与老化程度直接相关。因此,基于图11的数据,提取了样品聚合度与最可几弛豫时间的关系曲线,如图12所示。

从图12可以发现,随着样品老化程度的增加,最可几弛豫时间呈现指数下降趋势。通过最小二乘法,对曲线进行了拟合,可以得到评估样品老化程度的经验模型,拟合优度为0.99,模型表达式如式(26)所示。

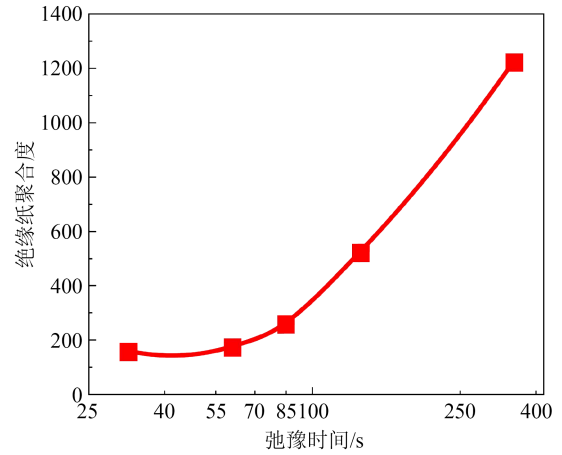


图 12 最可几弛豫时间与聚合度的关系曲线

Fig.12 The relationship curve between most probable relaxation time and D_p

$$D_p = 4.179 \times 10^5 \exp(-((\log(\tau') - 7.913)/2.223)^2) \quad (26)$$

为验证所提出模型的准确性,再次依据1.1节所述方法制备了聚合度分别为1368、709和472的老化样品,并通过PDC测试和正则化方法求解了相应的弛豫时间分布函数,得到不同聚合度样品的弛豫时间分布函数如图13所示。由图13可得,样品弛豫主峰对应的最可几弛豫时间分别为400、201、131,代入式(26)计算得到的评估误差和其他文献中的对比计算结果如图14所示,其对应的聚合度评估结果分别为466.8、716和1387。从图14可以发现,所提出的老化状态评估模型相比于其他方法具有更高的评估精度,评估误差均小于1.37%。

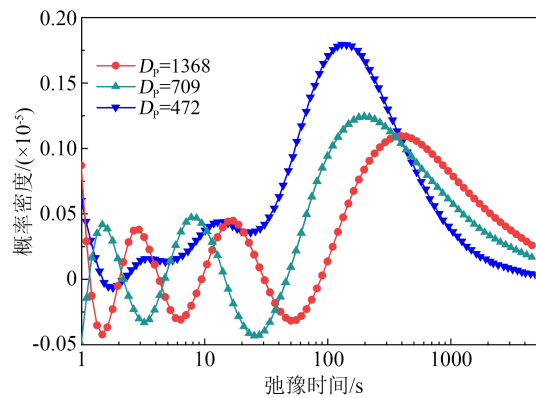


图 13 不同 D_p 样品的弛豫时间分布函数

Fig.13 The relaxation time distribution function of the samples with different D_p

综上,弛豫时间分布函数基于概率密度可确定极化支路在介质松弛过程中的贡献程度。相比于经典扩展Debye模型,其具有更高的分析精度^[25],能

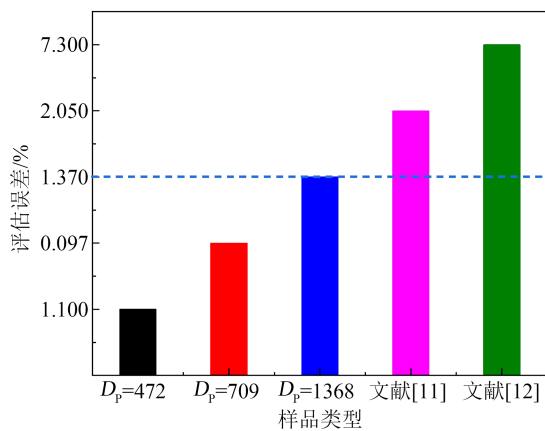


图14 模型评估误差对比

Fig.14 The comparison of model evaluation errors

够在时域上更精细地分离具有不同时间常数的微观介质弛豫过程。同时通过TSVD方法从物理本质出发求解丰富的介电信息,从而避免了曲线拟合等逆向介电信息提取方法所造成的误差。弛豫时间分布函数具有物理意义明确、介电参数与绝缘状态关联性强、模型绝缘状态评估结果准确等优点。然而,需要注意的是,运用正则化方法求解弛豫时间分布函数的过程相对复杂,需要合理设置模型参数。

5 结论

本文针对套管油纸绝缘系统的物质组成与特点,讨论了分布式Debye模型在PDC数据分析上的优点与可用性。建立了PDC去极化电流与分布式Debye模型参数——弛豫时间分布函数的关系式。通过算法比较与研究,选择正则化方法求解该关系式,在此基础上,构建了基于最可几弛豫时间的老化状态评估模型,得到的主要结论如下。

(1)随老化程度的增加,极化电流整体向去极化电流增大、弛豫时间减小的方向移动,曲线达到稳定值的时间缩短。当绝缘老化不严重时,去极化电流曲线在双对数坐标下呈近似指数衰减;随老化程度增加,介质向存在两种权重不同的极化形式趋势发展,且老化程度越深,出现这种趋势的时间越早。

(2)正则化方法能够较好地解决本文中求解病态线性方程组时遇到的系统不适定问题。求解过程中可基于正则化方法和PDC去极化电流精确解算出相应的弛豫时间分布函数以适定线性方程组。

(3)随着老化程度的增加,样品弛豫主峰向弛

豫时间分布函数概率密度增大、弛豫时间减小的方向移动,峰值逐渐增加,最可几弛豫时间常数逐渐减小。基于此构建的老化状态评估模型具有较高的评估精度,误差均小于1.37%。

参考文献 References

- [1] 姚欢民,穆海宝,张大宁,等.基于灰色关联与时-频域介电响应的油纸绝缘受潮状态快速评估方法[J].绝缘材料,2023,56(3):54-60.
YAO H M, MU H B, ZHANG D N, et al. Rapid evaluation method of oil-paper insulation damp condition based on grey correlation and time-frequency domain dielectric response[J]. Insulating Materials,2023,56(3):54-60.
- [2] 朱庆东,朱孟兆,顾朝亮,等.基于宽频介电响应的油纸绝缘套管受潮特征提取和状态诊断[J].绝缘材料,2022,55(10):86-92.
ZHU Q D, ZHU M Z, GU Z L, et al. Moisture characteristic extraction and status diagnosis of oil-paper insulating bushing based on broadband dielectric response[J]. Insulating Materials, 2022,55(10):86-92.
- [3] ZHANG D N, YUN H, ZHAN J Y, et al. Insulation condition diagnosis of oil-immersed paper insulation based on non-linear frequency-domain dielectric response[J]. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation,2018,25(5):1980-1988.
- [4] 李文震,陈师宽,冯新文,等.基于频域介电谱分析的高压套管受潮状况评估方法[J].绝缘材料,2019,52(2):70-73.
LI W Z, CHEN S K, FENG X W, et al. Evaluation method of moisture state for high voltage bushing based on frequency domain dielectric spectrum analysis[J]. Insulating Materials,2019, 52(2):70-73.
- [5] 龚军,周凯,张福忠,等.基于极化-去极化电流法的油纸绝缘套管的绝缘状态评估研究[J].绝缘材料,2018,51(12):42-46.
GONG J, ZHOU K, ZHANG F Z, et al. Insulation condition assessment of oil-paper insulation sleeving based on polarization-depolarization current method[J]. Insulating Materials, 2018, 51 (12):42-46.
- [6] 李军,董立文,赵红.油浸式变压器的老化和寿命评估[J].高电压技术,2007,33(3):186-189.
LI J, DONG L W, ZHAO H. Aging and life assessment of oil immersed transformers [J]. High Voltage,2007,33(3):186-189.
- [7] 杨启平,薛五德,蓝之达.变压器绝缘老化评估技术的研究[J].变压器,2006,43(5):1-5.
YANG Q P, XUE W D, LAN Z D. Research on transformer insulation aging assessment technology[J]. Transformer, 2006, 43(5): 1-5.
- [8] YAO H M, MU H B, ZHAO H X, et al. Evaluation method of oil-paper insulation bushing damp type based on polarity reversal [C]//2022 4th Asia Energy and Electrical Engineering Symposium, Chengdu, China:IEEE,2022:559-564.
- [9] ZHANG Y Z, YUN H, ZHANG M Z, et al. Research on assessment method for main insulation state of converter transformer based on time - frequency domain dielectric response[J]. IET

- Science, Measurement & Technology,2023,17(5):208-219.
- [10] 陈明星,高波,胡广才,等. 基于时域介电法的变压器油纸绝缘老化特征参量分析[J]. 高压电器,2020,56(2):108-113,121.
CHEN M X, GAO B, HU G C, et al. Aging characteristic parameters analysis of transformer oil-paper insulation based on time domain dielectric method[J]. High Voltage Apparatus, 2020, 56(2):108-113,121.
- [11] ZHANG Y Y, LIU J F, ZHENG H B, et al. Study on quantitative correlations between the ageing condition of transformer cellulose insulation and the large time constant obtained from the extended Debye model[J]. Energies,2017,10(11):1842.
- [12] 程炜超. 基于PDC的换流变压器油纸绝缘多因子老化特性研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨理工大学,2021.
CHENG W C. Study on multi-factor aging characteristics of oil-paper insulation of converter transformer based on PDC[D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology ,2021.
- [13] GAO J, YANG L J, WANG Y Y, et al. Condition diagnosis of transformer oil-paper insulation using dielectric response fingerprint characteristics[J]. IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation,2016,23(2):1207-1218.
- [14] JONSCHER A K. Dielectric relaxation in solids[M]. London: Chelsea Dielectric Press,1983.
- [15] JONSCHER A K. Universal relaxation law[M]. London:Chelsea Dielectrics Press,1996.
- [16] JONSCHER A K, MECA F, MILLANY H M. Charge-carrier contributions to dielectric loss[J]. Journal of Physics C: Solid State Physics,1979,12(7):L293.
- [17] DARVENIZA M, SAHA T K, HILL D J T. Investigations into effective methods for assessing the condition of insulation in aged power transformers[J]. IEEE Trans Power Delivery,1998,13(4):1214-1223.
- [18] 杜永永. 基于频域介电响应的油纸电容式套管受潮和老化状态评估[D]. 重庆:重庆大学,2018.
DU Y Y. Evaluation of moisture and aging status of oil-paper capacitor bushing based on frequency domain dielectric response [D]. Chongqing: Chongqing University,2018.
- [19] CHAKRAVORTI S, DEY D, CHATTERJEE B. Recent trends in the condition monitoring of transformers[J]. London: Springer-Verlag,2013.
- [20] RAJU G G. Dielectrics in electric fields: tables, atoms, and molecules[M]. Boca Raton: CRC press,2017.
- [21] 宁曙光,何怡刚,刘倩倩,等. 基于截断奇异值分解与K-Medians的局部放电源定位方法[J]. 电工技术学报,2022,37(13):3441-3452.
NING S G, HE Y G, LIU Q Q, et al. A location method of partial discharge based on truncated singular value decomposition and K-Medians[J]. Transactions of China Electrotechnical Society,2022,37(13):3441-3452.
- [22] HANSEN P C. The discrete picard condition for discrete ill-posed problems[J]. BIT Numerical Mathematics, 1990,30(1): 658-672.
- [23] XIE J C, DONG M, XU G H, et al. Quantitative aging assessment method for cellulose pressboard based on the interpretation of the dielectric response mechanism[J]. Cellulose, 2020, 27: 4773-4785.
- [24] 朱远惟,崔惠泽,李世军,等. 基于热刺激电流的老化油纸绝缘极化特性研究[J]. 中国电机工程学报,2018,38(8):2513-2520, 2561.
ZHU Y W, CUI H Z, LI S J, et al. Polarization characteristics of aged oil impregnated paper insulation by thermally stimulated current tests[J]. Proceedings of the CSEE,2018,38(8):2513-2520, 2561.
- [25] LU Y, ZHAO C Z, HUANG J Q, et al. The timescale identification decoupling complicated kinetic processes in lithium batteries[J]. Joule,2022,6(6):1172-1198.

收稿日期:2023-09-01;修回日期:2023-11-10。

作者简介:

张荣伦(1975-),男(汉族),海南海口人,高级工程师,主要从事电力设备状态诊断及评估、燃气发电厂DCS、继电保护及自动化等领域的研究。