

## 基于混合加点 Kriging 代理模型的动车组转向架构架多目标优化设计

王玮琪 宋宇博 汪 应

(兰州交通大学机电技术研究所, 兰州 730070)

**摘要:** 为提高复杂结构轻量化设计的计算效率,提出一种基于 Kriging 代理模型的复杂结构轻量化设计方法。所提方法融合了混合加点策略和考虑距离阈值的样本删除策略,旨在快速提高 Kriging 代理模型的拟合精度,进而应用于以最小化构架质量和最大应力为优化目标的转向架构架多目标轻量化模型中。然后,通过第二代非支配排序遗传算法(Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II, NSGA-II)对多目标轻量化模型求解。结果表明,所提出的混合加点策略和考虑距离阈值的样本删除策略有效地改善了 Kriging 代理模型的更新进程,基于 Kriging 代理模型的复杂结构轻量化设计方法在计算效率和轻量化效果上具有显著优势。

**关键词:** 结构轻量化; 转向架构架; Kriging 代理模型; 混合加点策略

**中图分类号:** U270.33 **DOI:** 10.16579/j.issn.1001.9669.2025.10.016

## 0 引言

随着动车组进一步提速、降低能耗等目标的提出,结构轻量化受到了国内外学者的密切关注。有限元仿真的轻量化研究方法是结构轻量化研究初期使用的重要方法,由于该方法需对轻量化结构的设计空间进行充分探索,其过程涉及优化变量的反复采样与结构性能响应的多次仿真计算,存在计算量大、收敛速度缓慢等问题<sup>[1-3]</sup>。为提高结构轻量化的优化效率,基于代理模型的轻量化研究逐步展开。王震虎等<sup>[4]</sup>建立了基于试验验证的有限元模型,以白车身质量最小和扭转刚度最大为优化目标,采用第二代非支配排序遗传算法(Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-II, NSGA-II)实现了部件壁厚的轻量化设计。徐兴伟等<sup>[5]</sup>采用中心复合试验设计方法得到样本点,将支持向量机引入优化设计,以门式起重机主梁自重最小为优化目标,利用多目标遗传算法对主梁上、下翼缘板和左、右腹板进行了轻量化研究。毋高峰等<sup>[6]</sup>通过遗传算法探寻加权系数的最优组合,构建起高精度的反向传播(Back Propagation, BP)神经网络来拟合构架响应及不确定性参数之间的精确函数关系,实现了构架多目标可靠性优化设计。上述学者通过少量样本构建了代理模型,通过设计变量与性能响应之间函数关系的拟合替代了有限元仿真模型,有效地减少了计算次数、缩短了轻量化设计时间。

Kriging 模型作为经典的代理模型,因其建模速度快、模型参数少和拟合精度高等优点而广泛应用于结

构轻量化设计领域<sup>[7-9]</sup>。王禹琪等<sup>[10]</sup>构建了最大应力、最大变形量、疲劳寿命循环、质量与安全系数等5个维度的 Kriging 代理模型,对钢制组装式车轮进行了多目标优化设计,并通过有限元仿真分析与弯曲疲劳台架试验对优化结果进行了验证。贾连辉等<sup>[11]</sup>在拓扑优化的基础上利用正交试验和方差分析筛选设计变量,构建了设计变量与性能响应的 Kriging 模型,通过序列二次规划算法对尺寸优化模型进行了求解,有效地减少了盾构机前中盾质量。张亮等<sup>[12]</sup>利用自由变形参数化模型,以整车气动阻力和首车表面最大声功率为优化目标,采用 NSGA-II 对高速列车车头外形进行了多目标优化研究。综上所述,利用未加点 Kriging 模型得到拟合模拟分析结果并进行优化设计的方法已较为成熟且得到了广泛应用,但该方法的轻量化效果对 Kriging 模型的拟合精度依赖性较高,若拟合精度低,则多目标优化结果的收敛性差,甚至失败。

为了提高 Kriging 代理模型的拟合精度,利用加点准则循环更新 Kriging 代理模型的研究成果相继发表<sup>[13-14]</sup>。田宗睿等<sup>[15]</sup>融合了改善期望(Expected Improvement, EI)准则、最小化模型预测(Minimize the Predictor, MP)准则和最小均方误差(Mean Squared Error, MSE)准则的加点方式,提出了自适应增量 Kriging 模型的并行加点方法,利用粒子群算法求解多目标稳健优化问题,实现了动车组制动模块结构性能稳健优化。胡耿等<sup>[16]</sup>提出了基于 Kriging 模型的直升机传动膜盘盘面参数优化设计方法,结合遗传优化算

收稿日期: 2023-11-26

作者简介: 王玮琪,男,1999年生,湖南娄底人,在读硕士研究生; 主要研究方向为结构优化; E-mail: 1244195215@qq.com。

宋宇博(通信作者),男,1977年生,辽宁阜新人,副教授; 主要研究方向为自动化设备智能控制等; E-mail: songyubo@mail.lzjtu.cn。

引用格式: 王玮琪,宋宇博,汪应. 基于混合加点 Kriging 代理模型的动车组转向架构架多目标优化设计[J]. 机械强度, 2025, 47(10): 139-147.

WANG Weiqi, SONG Yubo, WANG Ying. Multi-objective optimization design of motor train unit truck frame based on hybrid addition Kriging surrogate model[J]. Journal of Mechanical Strength, 2025, 47(10): 139-147.

法和MP准则完成了Kriging模型的动态更新与优化设计,提高了膜盘的高周疲劳安全裕度。余镇等<sup>[17]</sup>依据样本点之间的关系,在全局探索时使用改善并行期望改进(Parallel Expectation Improvement, PEI)准则和改善概率准则,在局部探索时使用最小代理模型预测(Minimizing Surrogate Prediction, MSP)准则,构建起一种自适应代理优化算法,对水下滑翔机外形进行了优化设计。上述不同的加点准则实现了Kriging代理模型拟合精度的提升,但模型更新点的来源仅限于设计变量的样本空间,没有利用多目标优化计算中Pareto前沿上样本点所蕴含的信息。

针对上述问题,统筹考虑结构轻量化设计的计算效率和计算精度,本文提出一种基于Kriging模型的轻量化设计方法。通过建立混合加点策略同步提升了Kriging模型的全局拟合精度和局部拟合精度。运用该策略分别构造转向架构架质量与最大应力的Kriging模型,以构架质量和最大应力的最小化为优化目标创建多目标优化模型,并通过NSGA-II对模型进行求解,实现转向架构架的轻量化设计。最后,通过与径向神经网络方法的对比分析,验证了本文所提方法在计算效率和计算精度上的优越性。

## 1 混合加点 Kriging 模型

### 1.1 Kriging 代理模型

Kriging模型<sup>[18]</sup>是一种通过已知样本点信息来拟合未知样本点上响应 $\hat{y}(x)$ 的无偏估计模型,可表示为

$$\hat{y}(x) = f(x)^T \beta + z(x) \quad (1)$$

式中, $f(x)^T$ 为回归模型, $f(x)^T = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)]$ ,其中, $p$ 为样本点个数; $\beta$ 为回归模型系数; $z(x)$ 为随机误差,均值为0,方差为 $\sigma^2$ 。

在样本设计空间中,随机变量 $\omega$ 和 $x$ 之间存在的相关性表示为

$$\text{Cov}[z(\omega), z(x)] = \sigma^2 R(\theta, \omega, x) \quad (2)$$

式中, $R(\cdot)$ 为相关函数,其与参数 $\theta$ 相关,且在不同维度方向上表现出不同的相关性。因此,可以在 $n$ 个维度上取不同的 $\theta$ 值,其高斯函数形式为

$$R(\theta, \omega, x) = \exp \left[ -\sum_{j=1}^n \theta_j (\omega_j - x_j)^2 \right] \quad (3)$$

式中, $\theta_j, \omega_j, x_j$ 分别为在 $n$ 个维度中的第 $j$ 个维度里 $\theta, \omega, x$ 的值。

若要更准确地拟合 $\hat{y}(x)$ ,需拟合期望方差最小,相关函数的最优系数 $\theta^*$ 的计算式为

$$\theta^* = \arg \min (|R|^{1/n} \sigma^2) \quad (4)$$

则Kriging模型精度可转化为对相关系数最优解 $\theta^*$ 的优化问题。以式(4)为适应度函数,利用灰狼算法寻找最优系数 $\theta^*$ ,建立Kriging代理模型。

### 1.2 混合加点准则

若采用代理模型替代数值模拟分析,代理模型的拟合精度对轻量化结果具有较大影响。为提高模型的全局拟合精度和局部拟合精度,在样本点的选取过程中,提出一种混合加点策略用以更新Kriging代理模型,该策略融合了EI准则与综合优化距离准则在样本空间内不同的采样特性。

为保证Kriging模型在样本空间内的全局拟合精度,首先引入EI准则。假设模型拟合值服从均值为 $\hat{y}$ 、标准差为 $s$ 的正态分布,对于寻求最小值问题,目标函数改善量 $I(x)$ <sup>[19]</sup>表示为

$$I(x) = \max [y_{\min} - \hat{y}, 0] \quad (5)$$

目标函数改善量 $I(x)$ 的期望值为

$$E[I(x)] = (y_{\min} - \hat{y}) \Phi \left( \frac{y_{\min} - \hat{y}}{s} \right) + s \phi \left( \frac{y_{\min} - \hat{y}}{s} \right), s \geq 0 \quad (6)$$

式中, $y_{\min}$ 为建立当前Kriging模型的样本点最小值; $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布累积分布函数; $\phi(\cdot)$ 为标准正态分布概率密度函数。

以EI函数最大值点作为Kriging模型更新点,可兼顾更新点搜索的全局性和局部性,但EI准则每次更新只产生一个样本点,优化效率有限。为保证Kriging模型在Pareto前沿上的局部拟合精度,构建综合优化距离准则。定义Pareto前沿中第 $i$ 点的综合优化距离为 $D_i$ ,表达式为

$$D_i = \sum_{j=1}^{n'} \omega_j' \sqrt{\sum_{k=1}^m d_{ik}^2} \quad (7)$$

式中, $n'$ 为优化目标的个数; $\omega_j'$ 为综合优化距离的系数,且 $\sum_{j=1}^{n'} \omega_j' = 1$ ;  $m$ 为决策变量的个数; $\sqrt{\sum_{k=1}^m d_{ik}^2}$ 为点 $i$ 在优化目标 $j$ 上相对于初始值 $(x_{01}, \dots, x_{0m}, y_{0j})$ 的距离,即 $\sqrt{(x_1 - x_{01})^2 + \dots + (x_m - x_{0m})^2 + (y_j - y_{0j})^2}$ ,其中, $x_m$ 为决策变量 $m$ 维对应的值; $y_j$ 为优化目标 $j$ 对应的响应值。

取当前Pareto前沿中综合优化距离最大的点作为Kriging模型更新点,可提高代理模型的拟合精度,保持较好的局部搜索能力,有利于多目标求解的收敛。采用EI准则和综合优化距离准则的混合加点策略,能充分利用EI函数与综合优化距离各自特性选取的样本点所包含的有效信息,兼顾全局与局部拟合精度。同时,融合的加点策略实现了并行加点,可减少代理模型的迭代次数,提高Kriging代理模型的更新效率。

### 1.3 考虑距离阈值的样本删除策略

在Kriging模型更新至后期,随着样本点的增多,最优加点区域内的样本点相对饱和,对应区域的代理模型拟合精度也趋于收敛,在混合加点策略的影响下,可能会出现同一样本点被重复添加的现象。为此,通过

以下分析,提出考虑距离阈值的样本删除策略。

在模型更新时,更新样本点  $\omega$  和既有样本点  $x$  的响应值  $Y$ ,可表示为

$$Y^T = [f_1(x), \dots, f_m(x), f_1(\omega), \dots, f_m(\omega)] \quad (8)$$

随机样本点之间的协方差矩阵  $C$  可表示为

$$C = \begin{bmatrix} \text{Cov}[z(x_1), z(x_1)] & \cdots & \text{Cov}[z(x_1), z(\omega_m)] \\ \vdots & & \vdots \\ \text{Cov}[z(\omega_m), z(x_1)] & \cdots & \text{Cov}[z(\omega_m), z(\omega_m)] \end{bmatrix} \quad (9)$$

将式(2)代入式(9),得到

$$C = \begin{bmatrix} \sigma^2 R(\theta, x_1, x_1) & \cdots & \sigma^2 R(\theta, x_1, \omega_m) \\ \vdots & & \vdots \\ \sigma^2 R(\theta, \omega_m, x_1) & \cdots & \sigma^2 R(\theta, \omega_m, \omega_m) \end{bmatrix} \quad (10)$$

当重复的样本点被添加时,将使式(10)所示协方差矩阵的某行或某列相等,进而导致矩阵的行列式为零,使矩阵奇异。当协方差矩阵奇异时,代理模型中的随机误差  $z(x)$  会随之缺失,将无法进行参数估计。

为避免上述弊端,本文引入欧氏距离  $d$ ,用以控制更新样本点与既有样本点及更新样本点之间的距离,避免重复样本点的添加,进一步加快 Kriging 模型的更新进程。欧氏距离  $d$  的计算式为

$$d = \sqrt{(\omega_{i1} - x_{j1})^2 + \cdots + (\omega_{in} - x_{jn})^2} \quad (11)$$

式中,  $d$  为第  $i$  个更新样本点  $\omega_i$  与其他样本点之间的欧氏距离;  $(\omega_{i1}, \dots, \omega_{in})$  为更新样本点  $\omega_i$  的位置;  $(x_{j1}, \dots, x_{jn})$  为除更新样本点  $\omega_i$  外,其他样本点  $x_j$  的位置。

如果更新样本点与既有样本点或更新样本点之间的欧氏距离  $d$  过近,意味着样本点之间具有强相关性,当采用多个强相关的样本点更新模型时,会导致 Kriging 模型过拟合。因此,欧氏距离  $d$  的取值对 Kriging 模型的更新进程具有重要影响,在样本点数量相同的情况下,不同欧氏距离的取值与模型误差的关系曲线如图 1 所示。

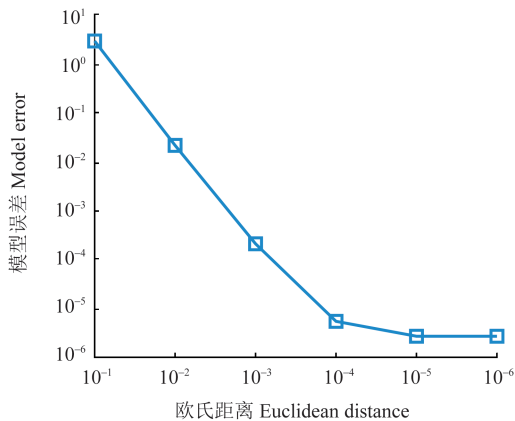


图 1 模型误差-欧氏距离的关系曲线

Fig. 1 Curve of model error-Euclidean distance

由图 1 可知,模型误差随欧氏距离  $d$  的减小而减小,最终在欧氏距离  $d$  取  $10^{-5}$  时,模型误差符合精度要

求,因此本文取欧氏距离的阈值  $\lambda$  为  $10^{-5}$ 。当更新样本点与既有样本点及更新样本点之间的欧氏距离  $d$  小于阈值  $\lambda$  时,则删除该更新样本点,不进行模型更新;否则,进行模型更新。上述样本删除策略,保证了更新的样本点不具有强相关性,抑制了协方差矩阵的奇异性,进而避免了 Kriging 模型过拟合,有效提高了拟合进程的效率。

## 2 基于混合加点 Kriging 模型的多目标优化

选择动车组转向架构架为轻量化对象,以构架质量和最大应力的最小化为优化目标,以上、下盖板厚度和横梁壁厚为决策变量,建立转向架构架轻量化设计的多目标优化模型,并通过 NSGA-II 对模型进行求解。求解过程中直接调用基于混合加点策略构建的转向架构架质量与最大应力的 Kriging 代理模型,在邻域内搜寻最优的结构尺寸参数。

### 2.1 构架多目标优化数学模型

动车组转向架构架由 2 根箱型侧梁和 2 根无缝钢管横梁组成,为 H 形结构。构架采用高强度耐候钢板 (S355J2G) 压型焊接而成,耐腐蚀性强。构架数字化模型如图 2 所示。

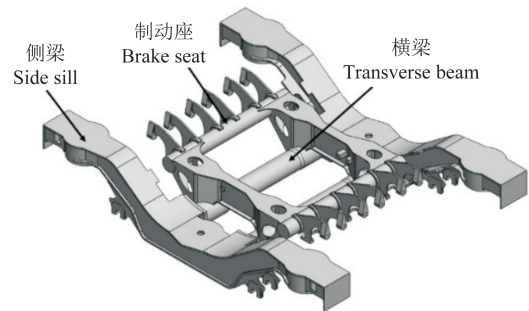


图 2 CRH380 拖车转向架构架

Fig. 2 CRH380 trailer truck frame

在超常载荷工况下,开展构架的有限元分析。划分网格时单元阶次自动选取,单元大小为 20 mm,计算节点总数为 297 135,单元总数为 143 787。在构架两侧分别施加 186 956 N 的垂向载荷,在横梁处施加 133 527 N 的横向载荷,并在左、右侧梁位于同一对角线上的一系弹簧安装座处,分别施加 7 770 N 的垂向载荷,用以模拟 10‰ 轨道扭曲。在构架一系弹簧座处施加 888 N/mm 的垂向弹性约束、918.8 N/mm 的横向和纵向弹性约束,在转臂定位座处施加纵向和横向的弹性约束,其值分别为 13 700、5 490 N/mm。构架的载荷添加情况如图 3 所示,构架的有限元分析计算结果及应力最大值点如图 4 所示。

由图 4 可知,在超常载荷工况下,最大应力出现在导柱与上盖板连接处,为 306.9 MPa,小于材料屈服极限 355 MPa。由此可知,该转向架构架强度满足要求,且存有安全裕度。

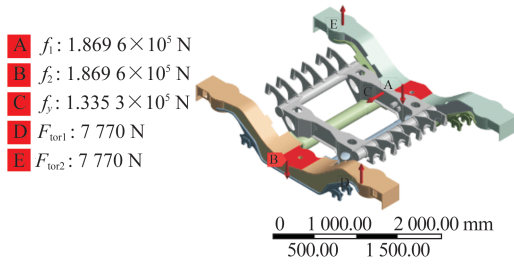


图3 构架载荷的添加情况

Fig. 3 Load application conditions of the frame

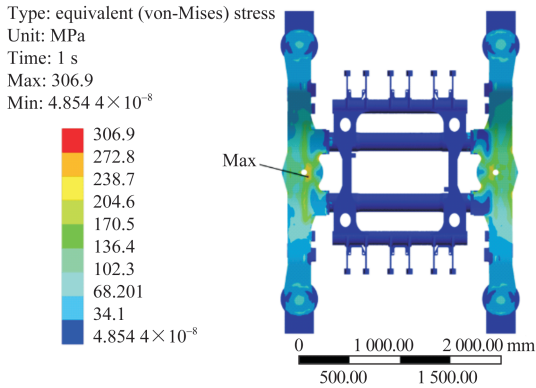


图4 构架的应力云图

Fig. 4 Stress nephogram of the frame

考虑到设计变量与 Pareto 前沿应满足连续性原则,同时排除优化设计流程中不确定因素对优化结果的影响,本文采用基于  $3\sigma$  准则的优化设计方法,选取构架上、下盖板厚度和横梁壁厚度作为决策变量,各变量的分布特征如表 1 所示。

表1 决策变量及其分布情况

Tab. 1 Decision variables and their distribution

变量 Variables	分布类型 Distribution	均值 Mean value	标准差 Standard deviation
上盖板厚度 Thickness of upper plate $t_1$ /mm	正态分布 Normal distribution	14	0.42
下盖板厚度 Thickness of lower plate $t_2$ /mm	正态分布 Normal distribution	18	0.54
横梁壁厚度 Thickness of cross beam $t_3$ /mm	正态分布 Normal distribution	10	0.30

利用服从正态分布的拉丁超立方采样方法选取 30 个样本,与原始数据 [14, 18, 10] 构成初始样本库,初始样本库的分布情况如图 5 所示。

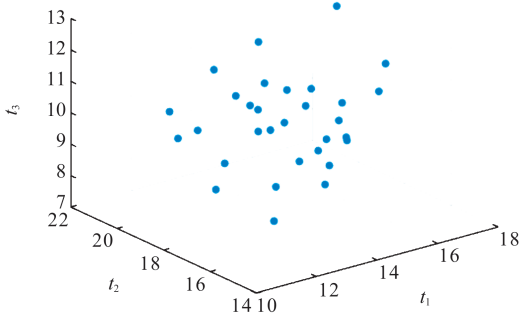


图5 初始样本的分布情况

Fig. 5 Distribution of the initial sample

以构架质量和最大应力的最小化为优化目标,以上、下盖板厚度和横梁壁厚度为决策变量,以最大应力小于材料屈服极限为约束,构建优化模型。以初始样本库为基础建立 Kriging 代理模型,构架的多目标轻量化优化模型如下:

决策变量为

$$\text{Find } \mathbf{X} = (t_1, t_2, t_3)^T \quad (12)$$

优化目标为

$$\min m_{\text{Mass}}(\mathbf{X}), S_{\text{Stress}}(\mathbf{X}) \quad (13)$$

应力约束条件(即构架最大应力应小于材料屈服极限 355 MPa)为

$$S_{\text{Stress}} \leq 355 \text{ MPa} \quad (14)$$

决策变量  $t_1, t_2, t_3$  的取值范围为

$$14 - 3\sigma_{t_1} \leq t_1 \leq 14 + 3\sigma_{t_1} \quad (15)$$

$$18 - 3\sigma_{t_2} \leq t_2 \leq 18 + 3\sigma_{t_2} \quad (16)$$

$$10 - 3\sigma_{t_3} \leq t_3 \leq 10 + 3\sigma_{t_3} \quad (17)$$

式中,  $t_1, t_2, t_3$  分别为上、下盖板厚度和横梁壁厚度;  $m_{\text{Mass}}, S_{\text{Stress}}$  分别为构架质量与构架最大应力;  $\sigma_{t_i}$  为相应变量的标准差,  $\sigma_{t_i} = 0.03\mu_{t_i}$ , 其中,  $\mu_{t_i}$  为各变量的均值。

## 2.2 基于混合加点 Kriging 模型的多目标优化设计流程

首先,利用混合加点策略获取新的样本点更新 Kriging 代理模型;然后,利用满足拟合精度要求的模型计算多目标优化问题,求解得到收敛的 Pareto 前沿解集。其流程如图 6 所示,具体步骤如下:

步骤 1): 定义多目标优化的决策变量、优化目标与变量设计空间,在设计空间中利用拉丁超立方方法获取初始样本,通过有限元分析获取初始样本点集合对应的真实响应,构建各优化目标的初始 Kriging 模型与多目标优化问题数学模型。

步骤 2): 基于构建的代理模型与多目标优化数学模型,利用多目标优化算法 NSGA-II 对其进行多目标优化求解并输出 Pareto 前沿解集,计算解集中所有点的综合优化距离,搜索综合优化距离最大值点,并通过仿真计算得到最大值点的真实值。

步骤 3): 计算综合优化距离最大值点的预测值与真实值之间的相对误差 (Relative Error, RE), 判断其是否满足模型精度要求:  $E_{\text{RE}} \leq \varepsilon$ 。若精度满足要求,则完成 Kriging 代理模型的迭代更新,输出当前模型,进行步骤 4); 若精度不满足要求,则将综合优化距离最大值点作为 Pareto 前沿更新点加入样本点集合,计算并搜索 EI 函数最大值点作为设计空间更新点加入样本点集合,构建新一代代理模型,返回步骤 2)。相对误差满足的要求为

$$E_{\text{RE}} = \frac{|y_{\text{zs}} - y_{\text{yc}}|}{y_{\text{zs}}} \leq \varepsilon \quad (18)$$

式中,  $y_{zs}$  为样本点的真实值;  $y_{yc}$  为样本点的预测值;  $\varepsilon$  为设定的模型精度阈值。

步骤 4): 将满足精度要求的 Kriging 模型作为适应度函数, 利用 NSGA- II 对其进行多目标优化求解并获

得 Pareto 解集, 当 Pareto 前沿解集连续 5 代不发生变化时, 则认为多目标优化收敛, 输出当前 Pareto 前沿。

步骤 5): 计算并搜索 Pareto 前沿解集上综合优化距离最大值点作为决策最优解, 输出优化结果。

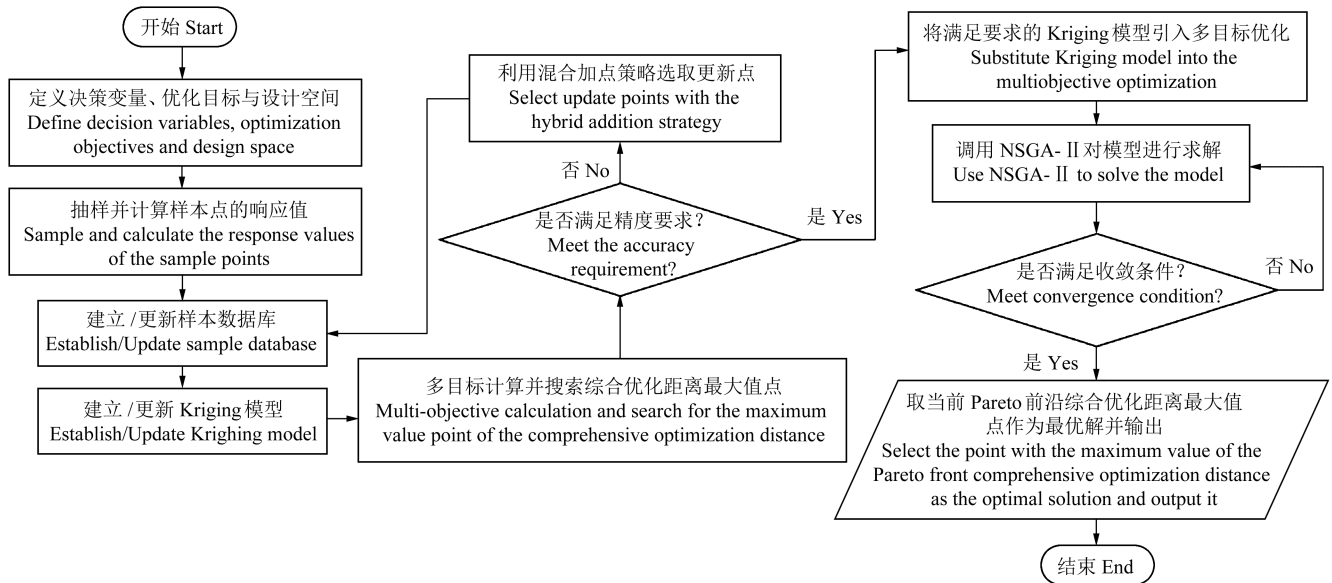


图 6 基于混合加点 Kriging 模型求解多目标优化问题的流程

Fig. 6 Flow chart of solving multi-objective optimization problem based on hybrid addition Kriging model

### 3 有效性验证及工程实例

为了验证本文提出的混合加点策略的有效性, 在相同模型精度要求下, 对比分析了 EI 准则、EI 与置信下界 (Lower Confidence Bound, LCB) 的混合准则 (EI+LCB)、EI 与综合优化距离的混合准则 (EI+Distance) 下模型的更新效率, 并将本文提出的轻量化方法与其他轻量化方法在优化稳定性和优化速度 2 个方面进行对比。

#### 3.1 混合加点 Kriging 模型有效性验证

为验证所提混合加点策略在构建代理模型的速度和代理模型更新效率等方面良好性能, 选取与构架轻量化设计模型相似的 MOP6 函数开展试验验证。MOP6 函数表达式为

$$\begin{cases} \min F = [f_1(x, y), f_2(x, y)] \\ f_1(x, y) = x \\ f_2(x, y) = (1 + 10y) \left[ 1 - \left( \frac{x}{1 + 10y} \right)^a - \frac{x}{1 + 10y} \sin(2\pi qx) \right] \end{cases} \quad (19)$$

式中,  $x, y$  为 MOP6 函数的决策变量;  $f_1, f_2$  为 MOP6 函数的优化目标; 且  $0 \leq x, y \leq 1, a = 2, q = 4$ 。

在本算例中, 分别对  $f_1, f_2$  建立 Kriging 模型, 确定初始拟合样本为 30 个, 分别采用 EI 准则、EI+LCB 准则、EI+Distance 准则进行对比。综合优化距离系数均为 0.5, 初始点为 (0, 0, 0, 0), 通过计算对应函数获得真实输出响应值。取 Pareto 前沿添加点计算相对误

差, 当  $f_1, f_2$  误差同时小于  $10^{-3}$  时, 停止加点, 输出多目标问题求解结果, 其相对误差随代理模型更新代数的变化如图 7、图 8 所示。

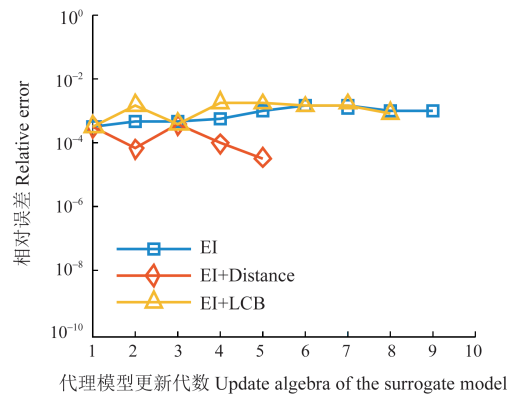


图 7  $f_1$  相对误差随更新代数的变化过程

Fig. 7 Variation of the relative error of  $f_1$  with update algebra

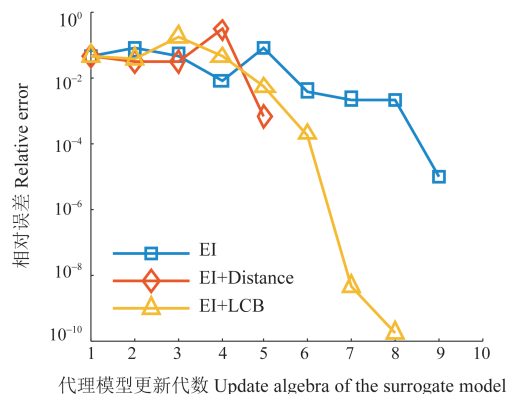


图 8  $f_2$  相对误差随更新代数的变化过程

Fig. 8 Variation of the relative error of  $f_2$  with update algebra

由图7、图8可知,利用EI准则更新的代理模型在第9代时同时满足拟合精度要求,利用EI+LCB准则是在模型更新至第8代时满足精度要求,而利用本文方法更新代理模型至第5代时即可同时满足精度要求,有效地减少了模型更新代数。不同方法对应的样本点更新结果如表2所示,更新过程如图9所示。

表2 加点结果对比

Tab. 2 Comparison of addition results

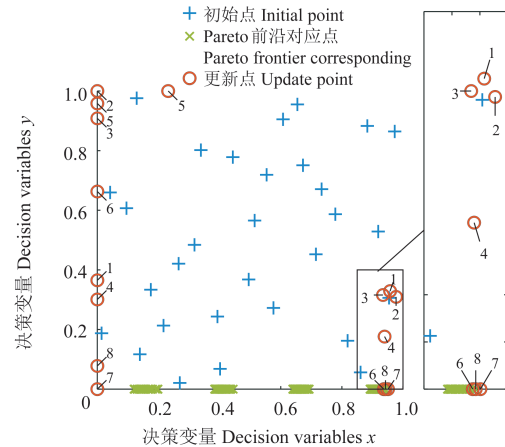
方法 Method	代数 Algebra	样本数 Sample number	误差 Error	时间 Time/s
EI	9	46	$[9.568 \times 10^{-4}, 1.057 \times 10^{-5}]$	22.78
EI+LCB	8	58	$[8.130 \times 10^{-4}, 1.881 \times 10^{-10}]$	37.74
EI+Distance	5	42	$[3.429 \times 10^{-5}, 6.983 \times 10^{-4}]$	12.47

由表2可知,在初始样本数相同的情况下,本文方法的模型更新代数和总样本数均为最小。与EI准则相比,模型更新代数减少了4代,总样本数减少了4个,计算时间缩短了45%,与EI+LCB准则相比,模型更新代数减少了3代,总样本数减少了16个,计算时间缩短了67%。

由图9可知,所提方法构建的综合优化距离准则在减少更新点个数的同时还能更快速地搜寻到理论Pareto前沿对应的样本点分布区域。图9采用Pareto前沿对应决策变量分布图描述了模型样本集更新过程,坐标轴由决策变量 $x$ 、 $y$ 组成,每个点代表一组决策变量的取值,决策变量的初始点、更新点、理论Pareto前沿对应的点分别采用“+”“○”和“×”表示,并标注了每代更新点的更新顺序。其中,EI准则每代选取2个更新点,EI+LCB准则每代选取4个更新点,EI+Distance准则每代选取3个更新点。由图9可知,EI准则、EI+LCB准则下的搜索路径均出现了不同程度的无效跳动,如EI准则[图9(a)]下更新第5组样本点时出现偏离,没有向理论Pareto前沿对应的样本点分布区域连续搜索,对模型更新产生了干扰,最终导致其更新了8组样本点后,模型才达到拟合精度,更新的代数最多。虽然EI+LCB准则[图9(b)]下每代更新的样本点个数最多,但在LCB准则的影响下,更新点的搜索主要在代理模型预测精度较低的区域内进行,最终导致其选取7组样本点更新模型后才达到拟合精度。所提方法[图9(c)]的搜索轨迹最为高效,4组数据构成的轨迹没有出现无效的跳动,且最早搜索到了理论Pareto前沿对应的样本点分布区域。

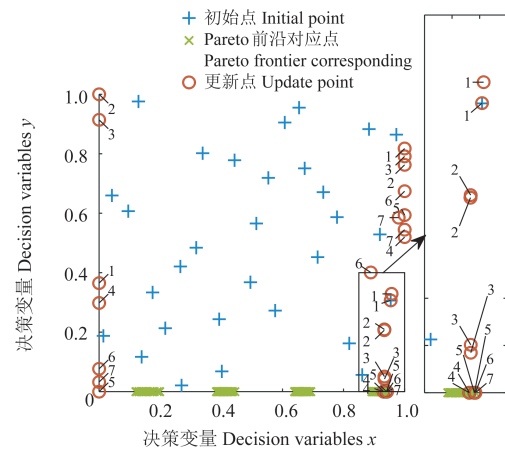
为评价不同准则下算法的收敛性能,分别采用世代距离(Generation Distance, GD)、反世代距离(Inverted GD, IGD)、超体积指标(Hyper Volume, HV)、多样性指标Spread和均匀性指标Spacing对各准则下

的代理模型多目标求解结果的收敛性和多样性进行评价。其中,GD与IGD值越小,反映解集与真实Pareto前沿之间的距离越小,求得的解集收敛性越好,HV和Spread值越大,反映解集在目标空间中分布越广泛;Spacing值越小,反映解集中个体分布越均匀。不同准则下的试验结果如表3所示。



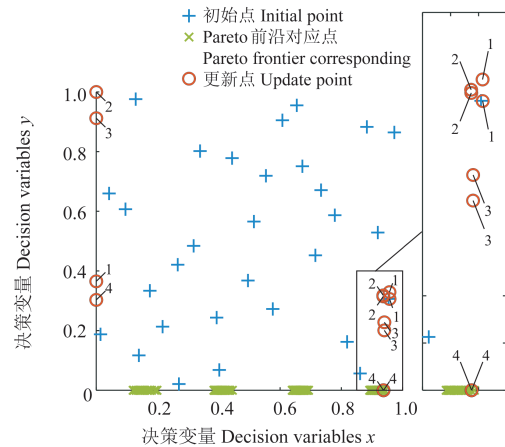
(a) EI准则下样本点分布

(a) Distribution of sample points under EI criterion



(b) EI+LCB准则下样本点分布

(b) Distribution of sample points under EI+LCB criterion



(c) EI+Distance准则下样本点分布

(c) Distribution of sample points under EI+Distance criterion

图9 各准则下的样本点分布情况

Fig. 9 Distribution of sample points under each criterion

表 3 各准则下 MOP6 函数多目标解集评价

Tab. 3 Evaluation of the multi-objective solution set of MOP6 function under each criterion

未用准则 Unapplied criterion	EI 准则 EI criterion	EI+LCB 准则 EI+LCB criterion	EI+Distance 准则 EI+Distance criterion
GD	0.012 8	0.008 4	0.008 1
IGD	0.196 4	0.066 1	0.068 8
HV	0.492 1	0.390 4	0.393 8
Spread	0.859 1	0.932 1	0.897 1
Spacing	0.004 8	0.004 7	0.003 6

由表 3 可知,在解集的收敛性、解集分布的广泛性和解集分布的均匀性 3 个维度下,所提 EI+Distance 准则均表现得比较优秀。这是由于综合优化距离准则的引入,使选取的模型更新点集中在 Pareto 前沿对应的样本区域,能够较好地控制代理模型的全局更新优化围绕最优解集方向进行,也促进了局部样本区域内样本点的加密,令代理模型在 Pareto 前沿附近具有良好的逼近效果,并且可以一定程度上排除最优解集区域外更新样本点对代理模型更新的扰动,因此本文提出的样本点更新准则更适宜 Kriging 模型样本点的更新过程。

### 3.2 动车组转向架构架多目标优化设计

采用 NSGA-II 对第 2.1 节建立的构架轻量化多目标优化模型进行求解,模型中嵌套的构架质量 Kriging 代理模型和最大应力 Kriging 代理模型应用本文提出的混合加点策略进行模型更新。综合优化距离系数均为 0.5,相对拟合误差为 0.1,质量 Kriging 代理模型和应力 Kriging 代理模型更新至第 3 代时同时满足精度误差。最终求解得到的 Pareto 前沿如图 10 所示,将当前 Pareto 前沿中综合优化距离最大的点作为构架多目标优化的最优解。

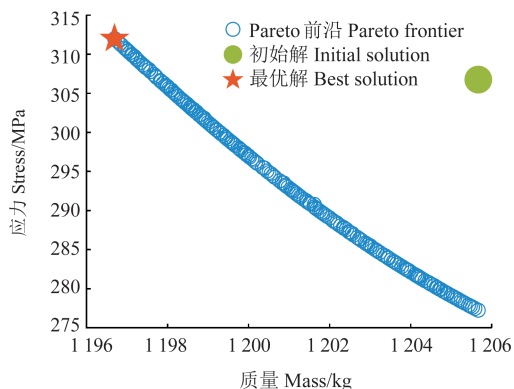


图 10 Pareto 前沿解集

Fig. 10 Pareto frontier solution set

为验证所提轻量化优化方法的优化效果,将本文所提方法分别与有限元直接优化法和径向基函数神经网络(Radial Basis Function Neural Network, RBFNN)+MSP 准则方法进行对比。直接优化法中各设计变量的

取值均为 4 mm,变化步长均为 1 mm,设定约束为最大应力小于 355 MPa,最大质量小于原结构质量,对所有 125 例设计方案进行直接优化。RBFNN 法和所提方法具有相同的初始样本和算法收敛条件。3 种优化设计方法的试验结果如表 4 所示。

表 4 构架结构优化结果的对比

Tab. 4 Comparison of optimization results of the frame structure

变量 Variables	原始参数 Original parameters	直接优化 Direct optimization	径向基函数 神经网络 RBFNN	所提方法 Proposed method
$t_1$ /mm	14.00	14.00	13.62	12.75
$t_2$ /mm	18.00	18.00	16.06	18.45
$t_3$ /mm	10.00	9.00	11.01	10.51
$S_{Stress}$ /MPa	306.90	309.30	343.99	311.89
$m_{Mass}$ /kg	1 205.67	1 197.59	1 190.68	1 196.69
总样本数 Total sample number	—	125	45	37

由表 4 可知,在相同的初始样本和算法终止条件下,所提方法凭借良好的全局探索能力和局部收敛能力,减少了模型更新次数,从而减少了总样本数,能有效地提高优化效率,以获得最佳的轻量化方案。而 RBFNN 虽然优化目标质量更小,但给出的优化方案具有更小的容错空间,进行有限元验证时不满足设定的约束要求。

为验证所提方法与 RBFNN 方法的稳定性,将 2 种方法重复计算 5 次,试验统计结果如表 5 所示。

表 5 最优方案的统计对比

Tab. 5 Statistical comparison of the best scheme

变量及优化目标 Variables and optimization objective	径向基函数神经网络 RBFNN		所提方法 Proposed method	
	均值 Mean value	方差 Standard deviation	均值 Mean value	方差 Standard deviation
$t_1$ /mm	15.16	1.55	13.66	0.50
$t_2$ /mm	17.35	2.28	18.36	0.61
$t_3$ /mm	8.89	1.78	9.35	0.67
$S_{Stress}$ /MPa	341.04	47.18	310.12	2.34
$m_{Mass}$ /kg	1 204.08	18.71	1 190.94	13.03

由表 5 可知,所提方法得到的方案优化目标质量均值更小,且各设计变量和优化目标的方差更小,进一步证明所提方法具有良好的稳定性,而 RBFNN 法由于优化过程中没有给出拟合值的置信空间,致使其每次优化结果相差较大,使得设计变量和优化目标的方差较大,稳定性较差。

最后,对比了上述 2 种方法 5 次优化结果的总样本数,如图 11 所示。所提方法收敛时的样本数均值在 35 左右,且最大样本总数不超过 37 个,而 RBFNN 法的样本数均值在 47 左右,且最小样本总数不小于 45 个。这说明所提方法获得优化结果时的总样本数期望低

于 RBFNN 法,可以节约 26% 的有限元分析计算时间。

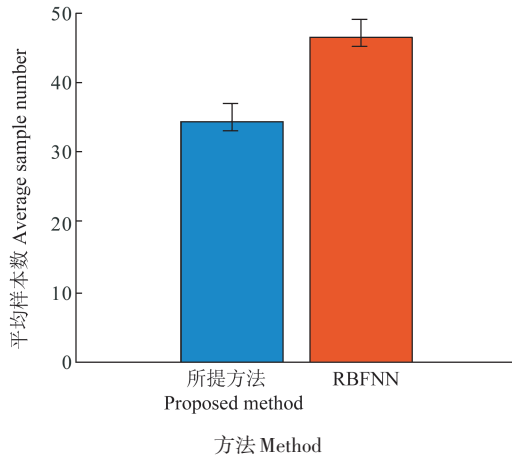


图 11 总样本数对比

Fig. 11 Comparison of total sample number

将表 5 中所提方法的各决策变量  $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_3$  的均值作为最终得到的动车组转向架构架轻量化设计方案,对构架进行重新建模。为进一步验证方案的有效性,基于该方案进行构架结构有限元仿真,结果如图 12 所示。

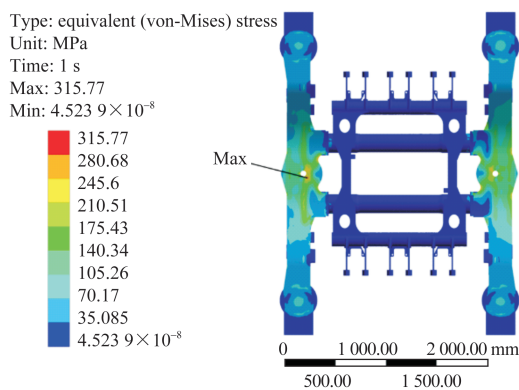


图 12 构架应力云图

Fig. 12 Stress nephogram of the frame

由图 12 可知,优化后的设计方案最大应力满足材料的许用应力,符合设计要求。等效应力分布云图和原方案基本一致,最大等效应力发生区域基本相同,应力最大值点位置基本一致,表明该轻量化方法合理。优化后构架的质量为 1 197.7 kg,在保证转向架构架满足强度要求的同时,成功实现了构架质量的减重。该试验结果验证了所提方法在复杂结构轻量化设计中应用的可行性和有效性。

## 4 结论

提出了一种基于 Kriging 模型的复杂结构轻量化设计方法,并将其应用于动车组转向架构架多目标优化设计之中。通过试验验证与仿真分析,得出主要结论如下:

1) 采取 EI 准则和综合优化距离准则相结合的混合加点策略,可充分利用被选取样本点所包含的信

息,同步提升全局与局部拟合精度,有效改善 Kriging 模型的拟合进程。

2) 引入考虑距离阈值的样本删除策略,可避免协方差矩阵奇异,抑制强相关样本点导致的过拟合现象,进一步提高 Kriging 模型的更新效率。

3) 将混合加点 Kriging 模型嵌入构架多目标优化模型进行优化设计,在满足强度要求的同时,成功将构架质量减重至 1 197.7 kg。与其他轻量化方法相比,所提方法在优化效率和稳定性上更具优势。

## 参考文献 (References)

- [1] 王凤军,扶原放,王霄锋,等. 基于可靠性原理的悬架下摆臂轻量化设计研究[J]. 汽车工程,2009,31(11):1070-1073.  
WANG Fengjun, FU Yuanfang, WANG Xiaofeng, et al. A research on lightweight design for the lower-arm of suspension based on reliability theory [J]. Automotive Engineering, 2009, 31 (11) : 1070-1073. (In Chinese)
- [2] 左文杰,陈继顺,李亦文,等. 刚度、强度与频率约束下的白车身板厚尺寸优化[J]. 汽车工程,2017,39(2):145-149.  
ZUO Wenjie, CHEN Jishun, LI Yiwen, et al. Size optimization on plate thickness of BIW with constraints of stiffness, strength and frequency [J]. Automotive Engineering, 2017, 39 (2) : 145-149. (In Chinese)
- [3] 吴炳晖,裘建军,宫娜. 基于蒙特卡洛法的结构可靠度预计[J]. 机械制造与自动化,2015,44(6):68-70.  
WU Binghui, XI Jianjun, GONG Na. Structural reliability prediction based on Monte Carlo method [J]. Machine Building & Automation, 2015, 44 (6) : 68-70. (In Chinese)
- [4] 王震虎,周巧英,刘开勇,等. 基于响应面模型的白车身多目标轻量化设计[J]. 中国机械工程,2018,29(1):75-81.  
WANG Zhenhu, ZHOU Qiaoying, LIU Kaiyong, et al. Multi-object lightweight design of BIWs based on response surface model [J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29 (1) : 75-81. (In Chinese)
- [5] 徐兴伟,胡晓兵,田昆,等. 支持向量机响应面在结构优化中的应用[J]. 机械设计与制造,2018(6):169-172.  
XU Xingwei, HU Xiaobing, TIAN Kun, et al. Response surface based on support vector machine and its application in structural optimization [J]. Machinery Design & Manufacture, 2018 (6) : 169-172. (In Chinese)
- [6] 毋高峰,毋亚文,智鹏鹏,等. 基于 GA 加权网络的转向架构架多目标可靠性优化设计[J]. 机械强度,2022,44(4):859-866.  
WU Gaofeng, WU Yawen, ZHI Pengpeng, et al. Multi-objective reliability optimization design of bogie frame based on GA weighted network [J]. Journal of Mechanical Strength, 2022, 44 (4) : 859-866. (In Chinese)
- [7] NEGRIN I, KRIPKA M, YEPES V. Metamodel-assisted design optimization in the field of structural engineering: a literature review [J]. Structures, 2023, 52:609-631.
- [8] 龙江启,胡俊. 多种代理模型在汽车座椅轻量化设计中的应用研究[J]. 机械科学与技术,2021,40(8):1285-1292.  
LONG Jiangqi, HU Jun. Study on application of surrogate models

- to lightweight design of automobile seat [J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2021, 40 (8) : 1285-1292. (In Chinese)
- [9] 韩忠华. Kriging 模型及代理优化算法研究进展[J]. *航空学报*, 2016, 37(11):3197-3225.  
HAN Zhonghua. Kriging surrogate model and its application to design optimization: a review of recent progress[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2016, 37(11):3197-3225. (In Chinese)
- [10] 王禹琪, 刘昕晖, 陈晋市, 等. 钢制组装式车轮的轻量化设计及多目标优化[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2020, 52(7):170-178.  
WANG Yuqi, LIU Xinhui, CHEN Jinshi, et al. Lightweight design and multi-objective optimization of steel assembled wheel[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2020, 52 (7) : 170-178. (In Chinese)
- [11] 贾连辉, 李晓科, 袁文征, 等. 基于拓扑优化和 Kriging 模型的前中盾结构轻量化设计[J]. *中国机械工程*, 2022, 33 (23) : 2888-2897.  
JIA Lianhui, LI Xiaoke, YUAN Wenzheng, et al. Lightweight design of front and middle shield structures based on topology optimization and Kriging model [J]. *China Mechanical Engineering*, 2022, 33(23):2888-2897. (In Chinese)
- [12] 张亮, 张继业, 李田, 等. 超高速列车流线型头型多目标优化设计[J]. *机械工程学报*, 2017, 53(2):106-114.  
ZHANG Liang, ZHANG Jiye, LI Tian, et al. Multi-objective optimization design of the streamlined head shape of super high-speed trains [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53 (2) : 106-114. (In Chinese)
- [13] 周映鸣, 张君茹, 程耿东. 基于 Kriging 代理模型的两类全局优化算法比较[J]. *计算力学学报*, 2015, 32(4):451-456.  
ZHOU Yiming, ZHANG Junru, CHEN Gengdong. Comparison for two global optimization algorithms based on Kriging surrogate model [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2015, 32 (4):451-456. (In Chinese)
- [14] 陈哲, 杨旭峰, 程鑫. 基于改进 Kriging 模型的主动学习可靠性分析方法[J]. *机械强度*, 2021, 43(1):129-136.  
CHEN Zhe, YANG Xufeng, CHENG Xin. Active learning method based on improved Kriging model for reliability analysis [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2021, 43(1):129-136. (In Chinese)
- [15] 田宗睿, 智鹏鹏, 云国丽, 等. 基于自适应增量 Kriging 模型的多目标稳健优化设计方法[J]. *中国机械工程*, 2023, 34(8):931-940.  
TIAN Zongrui, ZHI Pengpeng, YUN Guoli, et al. Multi-objective robust optimization design method based on adaptive incremental Kriging model [J]. *China Mechanical Engineering*, 2023, 34 (8) : 931-940. (In Chinese)
- [16] 胡耿, 陈志刚, 张定. 基于 Kriging 模型的膜盘型面优化设计方法研究[J]. *机械传动*, 2022, 46(7):75-79.  
HU Geng, CHEN Zhigang, ZHANG Ding. Optimization design of diaphragm profile based on Kriging model [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2022, 46(7):75-79. (In Chinese)
- [17] 余镇, 樊志华, 石宏雨, 等. 基于代理优化算法的水下滑翔机外形优化设计[J]. *机械强度*, 2023, 45(4):879-886.  
YU Zhen, FAN Zhihua, SHI Hongyu, et al. Shape optimization design of the underwater glider based on surrogate optimal algorithm [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2023, 45(4):879-886. (In Chinese)
- [18] LUPERA G, SHOKRY A, MEDINA-GONZÁLEZ S, et al. Ordinary Kriging: a machine learning tool applied to mixed-integer multiparametric approach [J]. *Computer Aided Chemical Engineering*, 2018, 43:531-536.
- [19] 王登峰, 李慎华. 基于 Pareto 挖掘的白车身侧碰安全件轻量化优化设计[J]. *中国机械工程*, 2021, 32(13):1584-1590.  
WANG Dengfeng, LI Shenhua. Lightweight optimization design of side collision safety parts for BIW based on Pareto mining [J]. *China Mechanical Engineering*, 2021, 32(13):1584-1590. (In Chinese)

## Multi-objective optimization design of motor train unit truck frame based on hybrid addition Kriging surrogate model

WANG Weiqi SONG Yubo WANG Ying

(Mechatronics T&R Institute, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

**Abstract:** To enhance the computational efficiency of structural lightweight design for complex structures, a structural lightweight design method based on the Kriging surrogate model is proposed. The proposed method incorporates a hybrid addition strategy and a sample deletion strategy considering a distance threshold, aiming to rapidly improve the fitting accuracy of the Kriging surrogate model. This model was then applied to a multi-objective lightweight design model of the truck frame, with the optimization objectives of minimizing frame mass and maximum stress. Subsequently, the multi-objective lightweight model was solved using the non-dominated sorting genetic algorithm-II (NSGA-II). The results demonstrate that the proposed hybrid addition strategy and sample deletion strategy considering the distance threshold effectively enhance the update process of the Kriging surrogate model. The structural lightweight design method based on the Kriging surrogate model exhibits significant advantages in both computational efficiency and lightweight performance.

**Key words:** Structural lightweight; Truck frame; Kriging surrogate model; Hybrid addition strategy

Corresponding author: SONG Yubo, E-mail: songyubo@mail.lzjtu.cn

Received: 2023-11-26